Microeconomía inicial e intermedia

Teoría y ejercicios

Domingo Giménez Blázquez
José María Fernández-Crehuet Santos

PIRÁMIDE

Microeconomía
inicial e intermedia
Teoría y ejercicios

DOMINGO GIMÉNEZ BLÁZQUEZ
PROFESOR DE MICROECONOMÍA Y MACROECONOMÍA
JOSÉ MARÍA FERNÁNDEZ-CREHUET SANTOS
PROFESOR DOCTOR DE ECONOMÍA E INNOVACIÓN EN LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Microeconomía inicial e intermedia

Teoría y ejercicios

EDICIONES PIRÁMIDE

COLECCIÓN «ECONOMÍA Y EMPRESA»

Director:
Miguel Santesmases Mestre
Catedrático de la Universidad de Alcalá

Edición en versión digital

Está prohibida la reproducción total o parcial de este libro electrónico, su transmisión, su descarga, su descompilación, su tratamiento informático, su almacenamiento o introducción en cualquier sistema de repositorio y recuperación, en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, conocido o por inventar, sin el permiso expreso escrito de los titulares del copyright.

© Domingo Giménez Blázquez y José María Fernández-Crehuet Santos (Coords.), 2018
© Primera edición electrónica publicada por Ediciones Pirámide (Grupo Anaya, S. A.), 2018
Para cualquier información pueden dirigirse a piramide_legal@anaya.es
Juan Ignacio Luca de Tena, 15. 28027 Madrid
Teléfono: 91 393 89 89
www.edicionespiramide.es
ISBN digital: 978-84-368-3919-7

Índice

Prólogo 11

BLOQUE PRIMERO
Introducción a la microeconomía

1. Conceptos básicos 15

1.1. Introducción 15
1.2. El análisis coste-beneficio 17
1.3. La eficiencia técnica 18
1.4. Distribuciones óptimas 20

2. La restricción presupuestaria del consumidor 23

2.1. Introducción 23
2.2. Desplazamientos de la restricción presupuestaria 26
2.3. Impuestos y subvenciones 31

3. La frontera de posibilidades de producción 37

3.1. Introducción 37
3.2. Cambios en la frontera de posibilidades de producción 42
3.3. Cálculo e interpretación de la pendiente de la frontera de posibilidades de producción 48
3.4. El comercio internacional 51

4. El equilibrio de un mercado competitivo 55

4.1. Introducción 55
4.2. Oferta y demanda agregadas 60

© Ediciones Pirámide

4.3. Desplazamientos y tipos de bienes 63
4.4. Los excedentes 75
4.5. Impuestos e incidencia impositiva 79

BLOQUE SEGUNDO
Teoría del consumidor

5. Las preferencias y la elasticidad de la demanda 87

5.1. Introducción 87
5.2. La relación marginal de sustitución 91
5.3. La elasticidad y su interpretación 100
5.4. Cálculo de la elasticidad 105

6. El equilibrio del consumidor 111

6.1. Introducción 111
6.2. Equilibrio del consumidor para bienes sustitutivos 121
6.3. Equilibrio del consumidor para bienes complementarios 126

7. El efecto renta y el efecto sustitución 131

7.1. Introducción 131
7.2. La versión de Slutsky 135
7.3. La versión de Hicks 144

8. Modelos de consumo-ocio y consumo intertemporal 151

8.1. El modelo de consumo-ocio 151
8.2. El modelo de consumo intertemporal 161

BLOQUE TERCERO
Teoría del productor

9. La función de producción y la función de costes 173

9.1. Introducción 173
9.2. La relación marginal de sustitución técnica 180
9.3. Los rendimientos de escala 186
9.4. La función de costes de corto plazo 189
9.5. La función de costes de largo plazo 193

© Ediciones Pirámide

10. La competencia perfecta 199

10.1. Introducción 199
10.2. La viabilidad económica de la empresa a corto plazo 204
10.3. La viabilidad económica de la empresa a largo plazo 210
10.4. La curva de oferta de la empresa competitiva 212
10.5. La industria competitiva con barreras a la entrada y salida 216
10.6. La industria competitiva sin barreras a la entrada y salida 221

11. El monopolio 227

11.1. Introducción 227
11.2. El monopolio y la elasticidad 230
11.3. El monopolio *versus* competencia perfecta 233
11.4. Monopolio discriminador de precios de primer grado 237
11.5. Monopolio discriminador de precios de tercer grado 240
11.6. Monopolio discriminador de precios de tercer grado y la elasticidad . 245
11.7. La tarifa en dos partes (discriminador de precios de segundo grado) . 247
11.8. El monopolio multiplanta 250

12. El oligopolio 255

12.1. Introducción 255
12.2. Cártel 255
12.3. El duopolio de Bertrand 258
12.4. El duopolio de Cournot 261
12.5. El duopolio de Stackelberg 264
12.6. El liderazgo en precios 267
12.7. El dilema del prisionero 270

BLOQUE CUARTO
Ampliaciones a la microeconomía intermedia

13. La incertidumbre 275

13.1. Introducción 275
13.2. Los seguros 282
13.3. El valor de la información perfecta 283

14. El equilibrio general competitivo 287

14.1. La economía de intercambio puro 287
14.2. La economía de intercambio con producción 301

© Ediciones Pirámide

Prólogo

Con este libro hemos tratado de enfocar el estudio de la microeconomía desde un punto de vista distinto al de otros autores. En el mercado existe una amplia bibliografía orientada a desarrollar su contenido desde una perspectiva puramente teórica, dejando los contenidos prácticos para otros libros que, por otro lado, no profundizan lo suficiente en la teoría. Con este manual se trata de alcanzar un equilibrio para que el lector pueda satisfacer todas sus necesidades, tanto teóricas como prácticas. Para ello, en cada capítulo planteamos problemas típicos de microeconomía para posteriormente mostrar su resolución detallada, no sin antes haber dedicado unas líneas a la explicación de cada concepto utilizado. De este modo cumplimos los dos objetivos, pero, además, lo hacemos de una forma clara y, sobre todo, concisa.

La estructura de esta obra es la que podemos encontrar en la mayoría de libros de microeconomía, que suelen dividirse en dos grandes bloques, esto es, la teoría del consumidor y la teoría de la producción. Sin embargo, hemos decidido que los primeros cuatro capítulos conformen un pequeño curso introductorio de microeconomía, con conceptos básicos entremezclados de ambas áreas, para más adelante ampliarlos en temas más avanzados. Los dos bloques siguientes, teoría del consumidor y teoría del productor, constituirían lo que normalmente se corresponde con cursos intermedios de microeconomía. Además, hemos querido añadir un último bloque, formado por un par de temas que ampliarían lo aprendido en el resto de capítulos y que, aunque encajan en lo que se suele considerar microeconomía intermedia, no sería razonable ubicarlos dentro de los bloques anteriores.

Este libro va dirigido a estudiantes de microeconomía que estén comenzando su andadura universitaria y necesiten un manual completo, que cubra toda la teoría microeconómica básica e intermedia. En este sentido, hemos querido ser claros y concisos, pero sin olvidar la parte práctica, que es uno de los puntos clave de estas páginas, dado que no solo resolvemos los problemas, sino que

© Ediciones Pirámide

los explicamos detalladamente. El libro también va dirigido a todo profesor que necesite transmitir a sus alumnos una estructura clara de lo que es la microeconomía. Se pueden configurar distintitos cursos en base a él. Por ejemplo, el bloque de introducción podría complementarse con otro similar de macroeconomía para conformar un curso completo de introducción a la economía en general. O podría combinarse con el bloque de teoría del consumidor o con el del productor para un curso de microeconomía intermedia. También sería posible organizar cursos de microeconomía intermedia con los bloques 2 y 3, a la vez que estos podrían ser ampliados con el bloque 4.

Tras muchos años dedicados a la docencia, gracias a la experiencia adquirida hemos comprendido que la mejor manera de transmitir nuestro conocimiento es dotando al contenido del libro de un estilo teórico-práctico, que cubra la mayor cantidad de temas posible para satisfacer las necesidades de la mayoría de las personas que, por unos u otros motivos, se adentran en la microeconomía.

© Ediciones Pirámide

BLOQUE PRIMERO

Introducción a la microeconomía

1 Conceptos básicos

1.1. INTRODUCCIÓN

La **economía,** como ciencia, se ha desarrollado, en términos matemáticos, a lo largo del último siglo. Sin embargo, como campo de estudio, ya era centro de atención incluso en la antigua Grecia. **La economía estudia la asignación de los recursos escasos.** Si los recursos no fueran finitos, limitados, no sería necesaria su existencia. Podríamos conseguir cualquier cantidad de bienes sin preocuparnos de que los procesos productivos necesarios para ello fueran eficientes. El agua, el petróleo, la madera, los minerales, incluso la luz del sol, son todos recursos escasos, y por eso que tenemos que hacer un uso eficiente de ellos minimizando los gastos y maximizando los resultados obtenidos.

Dentro de la ciencia económica existen dos grandes áreas: la **microeconomía** y la **macroeconomía. La microeconomía,** que es la que nos ocupa este libro**, trata de estudiar las decisiones de los agentes individuales, esto es, los consumidores, los productores y el Estado.** Por otro lado, **la macroeconomía** estudia **el comportamiento global de la economía mediante variables agregadas, que representan regiones o países enteros.**

Uno de los primeros conceptos que debemos conocer en microeconomía es el de **coste de oportunidad,** por lo que vamos a definirlo en esta pequeña introducción, dado que será un instrumento recurrente a lo largo del resto de capítulos. **El coste de oportunidad nos dice el valor de la mejor opción a la que renunciamos cuando tomamos una decisión.** Puede parecer poco relevante a priori, pero todas las decisiones que tomamos en nuestro día a día se basan en esta idea, aun sin darnos cuenta. Por ejemplo, tú mismo, que estás leyendo estas líneas con tanto interés, seguro que tenías varias opciones alternativas. Tenías la opción de ir a hacer deporte, de ir trabajar, de ver una película, de jugar al ordenador o, incluso, de estudiar otras materias. Sin embargo, has decidido leer este libro, seguramente porque de entre todas las opciones es la que más te

© Ediciones Pirámide

convenía. Puede que pienses que leerlo sea gratis, porque no tienes que pagar por ello una vez comprado, pero esto no es del todo cierto, porque para hacerlo has tenido que dejar de hacer todas las cosas que hemos enumerado previamente. Pongamos como ejemplo que la mejor alternativa hubiera sido la de ir a trabajar, a cambio de un salario de 50 unidades monetarias. Entonces leer este libro no habrá sido gratis, sino que te ha obligado a renunciar a 50 unidades monetarias, y en términos económicos eso es lo que se conoce como un coste de oportunidad. Es cierto que no has tenido que pagar 50 unidades monetarias para leer el libro, pero sí has dejado de ganarlas, que viene a ser lo mismo.

Vamos a ver un ejemplo para comprender mejor el concepto.

EJERCICIO 1. El coste de oportunidad

Un individuo tiene tres posibles alternativas a realizar durante este año. La primera es matricularse en la universidad para cursar Economía. La segunda opción es aceptar un trabajo por el que recibiría un salario de 9.000 unidades monetarias. La tercera es realizar un viaje alrededor del mundo por el cual no tendría que pagar nada porque le ha tocado en un sorteo, aunque estaría dispuesto a abonar hasta 11.000 unidades monetarias por él.

a) ¿Cuál es el coste de oportunidad de estudiar en la universidad?
b) Si valorase la universidad en 8.500 unidades monetarias, ¿cuál sería el coste de oportunidad de aceptar el trabajo?

SOLUCIÓN

a) El coste de oportunidad es el valor de la mejor opción a la que renunciamos. Si tomamos la decisión de dedicar el año a estudiar en la universidad, estamos renunciando a dos posibles alternativas, pero como solo podemos hacer una de las dos, para el cálculo del coste de oportunidad únicamente tendremos en cuenta la de mayor valor, es decir, el viaje alrededor del mundo, que valoramos en 11.000 unidades monetarias. Aunque es cierto que no tenemos que desembolsar ese dinero para poder estudiar en la universidad, sí que debemos renunciar a un viaje que subjetivamente valoramos en 11.000 unidades monetarias y que, por tanto, estamos dejando de obtener.

Coste de oportunidad de estudiar en la universidad = 11.000 euros

b) Si decidiéramos dedicar el año a trabajar, la respuesta sería la misma que la del apartado anterior. Tenemos dos alternativas: estudiar en la universi-

© Ediciones Pirámide

dad, que nos reportaría 8.500 unidades monetarias, y viajar alrededor del mundo, que valoramos en 11.000 unidades monetarias. Como la mejor alternativa es la segunda, tendremos que:

Coste de oportunidad de trabajar = 11.000 euros

1.2. EL ANÁLISIS COSTE-BENEFICIO

Ahora que ya conocemos el concepto de coste de oportunidad, podemos utilizarlo para analizar nuestra toma de decisiones. Cuando tomamos una decisión, por pequeña que esta sea, tenemos en cuenta una amplia variedad de factores que influyen en ella, como los costes en los que incurrimos (dinero, tiempo, etc.), el valor de las demás alternativas, la satisfacción que nos reporta, etc.

Vamos a definir como **costes explícitos todos aquellos costes en los que incurrimos cuando tomamos una decisión.** Por ejemplo, si decidimos matricularnos en la universidad, incurrimos en costes como el pago de la matrícula, la compra de libros y otros materiales, el transporte, etc.

Por otro lado, es posible que algunos de ellos sean **costes irrecuperables,** es decir, **costes en los que hemos incurrido previamente a la decisión y ya no podemos recuperar.** Este sería el caso de la matrícula de la universidad, que realizamos al principio del curso y que no podemos recuperar si decidimos abandonarlo. Eso no pasa con los gastos de material o transporte, que, al no haber sido pagados por adelantado, cuando llegue el momento no tendremos que abonarlos si no queremos.

Así pues, los **costes totales serán la suma de todos los costes en los que incurrimos a la hora de tomar una decisión, exceptuando los costes irrecuperables, que no deben influir en nuestras decisiones** porque las llevemos a cabo o no, son costes perdidos, que no recuperaremos.

Costes totales = Costes explícitos + Coste de oportunidad – Costes irrecuperables

$$CT = CE + CO - CI$$

NOTA: *los costes irrecuperables aparecen dos veces en la fórmula, primero sumando como costes explícitos y luego restando como costes irrecuperables, porque no deben influir en nuestras decisiones.*

En resumen, los individuos, a la hora de tomar decisiones, ponemos en un lado de la balanza los costes, y en el otro, los beneficios. **Si los beneficios de cierta decisión son mayores que los costes, la llevaremos a cabo.**

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 2. El análisis coste-beneficio

Un individuo tiene la opción de irse de vacaciones la semana que viene. Si lo hace, renunciará a su salario, que sería de 500 unidades monetarias. Ha comprado ya el billete de avión, que le ha costado 350 unidades monetarias, que no puede recuperar aunque cancele el viaje. Los gastos de estancia y alojamiento ascienden a 800 unidades monetarias. Le apetece mucho realizar dicho viaje, tanto, que lo valora en 1.200 unidades monetarias.

a) ¿Cuál es el coste total del viaje?
b) ¿Realizará el viaje?
c) ¿Cuál es el valor mínimo que debería tener el viaje para que decidiese hacerlo?

SOLUCIÓN

a) En primer lugar, vamos a identificar los distintos tipos de costes a los que se enfrenta el individuo. Costes explícitos son aquellos en los que incurre para realizar el viaje, esto es, el billete de avión, los gastos de estancia y el alojamiento. De ellos, el billete de avión es, a su vez, coste irrecuperable. Por último, tenemos como coste de oportunidad el sueldo que cobraría en caso de quedarse trabajando. Aplicando la fórmula, obtenemos lo siguiente:

$$\text{Costes totales} = \text{Costes explícitos} + \text{Coste de oportunidad} - \text{Costes irrecuperables}$$

$$CT = CE + CO - CI = \underbrace{350 + 800}_{CE} + \underbrace{500}_{CO} - \underbrace{350}_{CI} = 1.300$$

b) Aquí es cuando realizamos el análisis coste-beneficio propiamente dicho. El coste total del viaje es de 1.300 unidades monetarias. Por otro lado, la valoración subjetiva de dicho viaje que hace el individuo es de tan solo 1.200 unidades monetarias. Por tanto, no debería realizar el viaje, ya que el coste es mayor que la satisfacción obtenida.

c) Como mínimo, para que el individuo decidiese hacer el viaje, debería reportarle 1.300 unidades monetarias, que es el coste total de esta opción.

1.3. LA EFICIENCIA TÉCNICA

Normalmente, en microeconomía, para simplificar el estudio, decimos que los productores, a la hora de producir bienes, tienen a su disposición tres **facto-**

© Ediciones Pirámide

res productivos: tierra (T), **trabajo** (L) y **capital** (K). Por factor tierra nos referimos no solo a la superficie en la que producimos, sino también a todos los recursos naturales y minerales de que nos provee. Es lógico pensar que antiguamente el acceso al factor tierra fuera limitado en ciertos sentidos, pero en los últimos siglos las mejoras en la eficiencia tecnológica y el transporte han hecho que sea un recurso prácticamente ilimitado, y por eso **solo consideramos los factores trabajo y capital variables de decisión del proceso productivo de las empresas.**

Decimos que **un proceso productivo es ineficiente respecto a otro siempre que utilice la misma cantidad de ambos factores (o más) para producir una cantidad de bienes igual o inferior. El resto de procesos productivos serán sencillamente eficientes.**

El concepto de eficiencia técnica, como muchos otros conceptos, se comprende mucho mejor con un ejemplo práctico, que exponemos a continuación.

EJERCICIO 3. La eficiencia técnica

En la siguiente tabla disponemos de una serie de técnicas de producción (A, B, C y D), las cuales utilizan trabajo (L) y capital (K) para producir una cierta cantidad de un determinado bien (x). Determine cuáles de ellas son eficientes.

Técnica	Trabajo	Capital	Producción
A	3	5	8
B	3	6	9
C	2	4	3
D	4	5	8

Solución

La mejor estrategia que podemos utilizar para resolver este problema es la de comparar las técnicas productivas de dos en dos. Como vamos a ver a continuación, no es posible deducir cuáles de ellas son eficientes, por lo que identificaremos cuáles son ineficientes y daremos por hecho que las restantes son eficientes, ya que no son ineficientes.

— Si comparamos las técnicas A y B, podemos observar que ambas utilizan la misma cantidad de trabajo, pero la técnica B emplea más capital. Como resultado tenemos que la producción es mayor. En este caso no

© Ediciones Pirámide

podemos concluir que ninguna de las dos sea claramente ineficiente, ya que es razonable que con más recursos la producción sea mayor.

— La técnica C utiliza tanto menos trabajo como menos capital que la A para producir menos cantidad del bien, lo cual también entra dentro de lo lógico, por lo que, al comparar estas tecnologías, no podemos llegar a la conclusión de que alguna de ellas sea ineficiente.

— Cuando comparamos las técnicas A y D, nos encontramos con que utilizan la misma cantidad de capital y producen lo mismo, pero la técnica D es claramente ineficiente, porque emplea a más trabajadores que la A. Si a una empresa se le presentan dos posibles técnicas productivas, la A y la D, jamás escogería la D porque supondría un derroche de recursos respecto a la otra.

Aún no hemos terminado el proceso. Aunque no hemos encontrado evidencia de que las técnicas B y C puedan ser ineficientes, eso no significa que sean eficientes. Tenemos que repetir el proceso de comparación que hemos seguido con la técnica A, descartando la técnica D porque ya hemos demostrado que es ineficiente.

— Si comparamos las técnicas B y C, observamos que la segunda utiliza más trabajo y más capital para producir una cantidad mayor, por lo que nada de esto indica que puedan ser ineficientes.

Así pues, podemos concluir que la única técnica ineficiente de las propuestas es la técnica D, y como no hemos encontrado evidencias en contra de las demás, diremos que las técnicas A, B y C son eficientes.

1.4. DISTRIBUCIONES ÓPTIMAS

Imaginemos que disponemos de una cierta cantidad de bienes y que podemos distribuirla como deseemos entre un cierto número de individuos. Parece una idea muy abstracta, pero es lo que hacen los estados continuamente, **redistribuir la riqueza.** Un estado, si lo desea, puede tomar una parte de lo que poseemos mediante impuestos o tasas y, una vez hecho esto, repartir de nuevo la riqueza entre todos los individuos de la manera más eficiente posible, es decir, de manera óptima.

Vamos a definir la **distribución óptima de bienes como aquella en la que es imposible mejorar a un individuo sin empeorar a otro.** También se conoce como **óptimo de Pareto,** en honor al economista que definió este concepto.

Por ejemplo, si disponemos de tres manzanas y existen tres individuos (a los que les gustan las manzanas) entre los que podemos distribuirlas, una posibilidad sería la distribución equitativa, es decir, asignar una manzana a cada indi-

© Ediciones Pirámide

viduo. Dicho reparto sería eficiente (u óptimo), porque es imposible mejorar a un individuo si no es a costa de empeorar a otro: si queremos favorecer a uno de ellos dándole una manzana más, tendríamos que quitársela a uno de los otros, el cual empeoraría.

También serían eficientes otros repartos completamente distintos, como por ejemplo darle las tres manzanas a un mismo individuo y ninguna a los demás. Si queremos que mejore alguno de los individuos que no ha recibido nada, tenemos que quitarle manzanas al que las tiene todas, haciendo que empeore.

En resumen, en este contexto, cualquier reparto en el que se asignen todas las manzanas será eficiente. Esto ocurre porque es un ejemplo muy sencillo en el que solo existe un bien y a todos los individuos les da satisfacción. Si complicamos el ejemplo con más tipos de bienes y preferencias, no será tan sencillo encontrar las asignaciones óptimas. Para comprenderlo mejor, tenemos el siguiente ejemplo.

EJERCICIO 4. Distribuciones óptimas

En una economía existen 6 manzanas y 6 naranjas. Debemos repartirlas entre tres individuos: A, B y C. Al individuo A solo le gustan las manzanas mientras que al individuo B solo le gustan las naranjas. Por su lado, al individuo C le gustan ambos bienes.

a) ¿Sería eficiente una distribución en la que todos los bienes recayeran en el individuo C?
b) ¿Y si todos los bienes fueran a parar al individuo A?
c) ¿Sería eficiente darle todas las manzanas al individuo A, todas las naranjas al individuo B y nada al individuo C?
d) ¿Sería eficiente el reparto equitativo?

Solución

a) Si todas las manzanas y todas las naranjas van a parar al individuo C, teniendo en cuenta que le gustan ambos bienes, sería imposible mejorar a los demás individuos sin empeorar a este; por tanto, es una asignación eficiente u óptima. Puede parecer injusto, pero el concepto de eficiencia no se rige por criterios de justicia. Si le quitáramos manzanas para dárselas al individuo A y naranjas para dárselas al individuo B, es obvio que ambos mejorarían, ya que les gustan esos bienes, pero eso provocaría una pérdida de bienestar en C, que es exactamente la definición de distribución eficiente.

© Ediciones Pirámide

b) En este caso podríamos quitarle las naranjas al individuo A sin hacerle perder bienestar, dado que no le gustan, y dárselas a los otros dos individuos, los cuales mejorarían. Por ello, esta sería una distribución ineficiente, puesto que es posible mejorar a los individuos B y C sin empeorar al individuo A.

c) Esta sería otra asignación eficiente. La razón es que para mejorar al individuo C tenemos que quitarle manzanas al individuo A o naranjas al individuo B, lo cual les haría empeorar.

d) El reparto equitativo, aunque justo, no siempre será eficiente. Por ejemplo, en este caso, supondría darle 2 manzanas y 2 naranjas a cada uno de los individuos, lo cual es claramente ineficiente, porque podemos quitarle las naranjas al individuo A y las manzanas a B, sin que estos empeoren, para dárselas a individuos a los que sí les gusten, haciendo que mejoren.

© Ediciones Pirámide

2 La restricción presupuestaria del consumidor

2.1. INTRODUCCIÓN

El consumidor, a la hora de tomar sus decisiones de consumo, debe tener en cuenta básicamente dos cuestiones: sus **gustos** por los bienes que desea comprar y su **capacidad de compra** o, dicho con otras palabras, sus **preferencias** y su **restricción presupuestaria.** Las preferencias serán estudiadas en el capítulo 5, mientras que la restricción presupuestaria, también conocida como **recta de balance,** es el concepto que trataremos en este capítulo.

En primer lugar, para simplificar el problema, supondremos que el consumidor solo puede comprar **dos bienes,** x e y, cuyos respectivos precios serán P_x y P_y. Además, supondremos que el individuo posee una renta determinada, que llamaremos R. Pues bien, para hacer más sencillo su cálculo, supondremos que no es posible ahorrar, por lo que toda su renta tiene que ser destinada a la compra de ambos bienes. De este modo tendremos una expresión matemática que nos indicará que **su gasto en el bien *x*** (precio por cantidad, $P_x x$) **más su gasto en el bien *y*** (precio por cantidad, $P_y y$) **será igual a su renta.**

$$P_x x + P_y y = R$$

Ahora bien, por costumbre matemática, situamos la variable y en el eje vertical y la variable x en el eje horizontal, por lo que vamos a despejar la variable dependiente (y) a la izquierda del igual, dejando el resto de términos a la derecha. Nótese que P_x, P_y y R son parámetros, es decir, valores constantes o dados, mientras que x es la otra variable de la ecuación.

$$P_x x + P_y y = R \;\rightarrow\; P_y y = R - P_x x \;\rightarrow$$

© Ediciones Pirámide

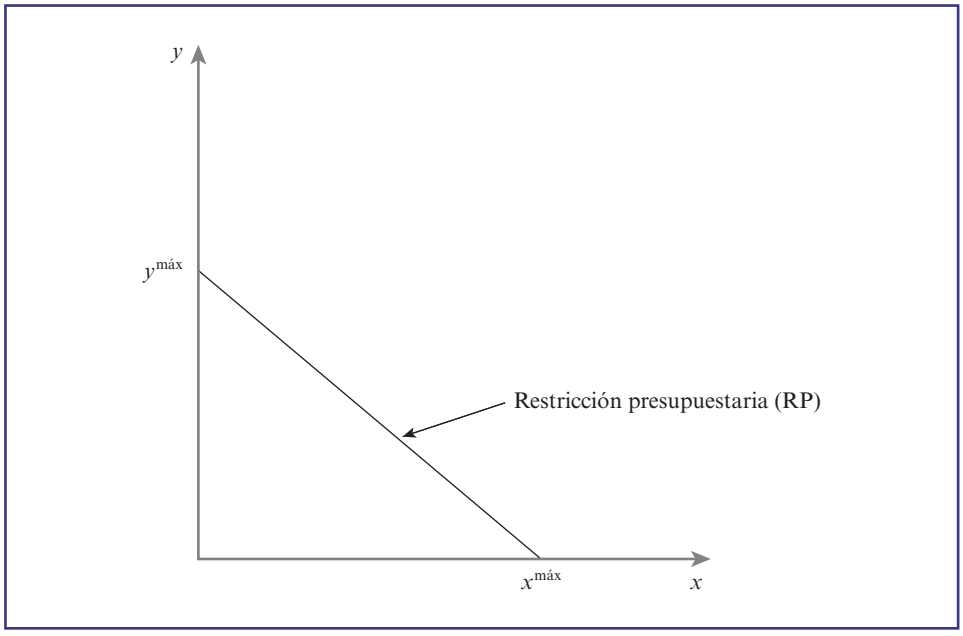
$$y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x$$

Como ya hemos comentado, la restricción presupuestaria es una recta. **El término independiente (R/P_y) representa el punto de corte con el eje vertical** (ordenada en el origen), mientras que **la constante ($-P_x/P_y$), que multiplica a la variable, sería su pendiente.**

También podemos calcular fácilmente las cantidades máximas de ambos bienes que el individuo puede consumir. **Simbolizaremos con $x^{máx}$ el número de unidades del bien x que el individuo puede adquirir si dedica toda su renta a ello. Y llamaremos $y^{máx}$ a la del bien y.** Estas cantidades se corresponden con los puntos de corte de la restricción presupuestaria con los ejes. Se pueden calcular de la siguiente manera:

$$x^{máx} = \frac{R}{P_x}; \quad y^{máx} = \frac{R}{P_y}$$

Llegados a este punto, podemos realizar una representación gráfica de todo lo expuesto:



© Ediciones Pirámide

Ese gráfico posee una **cantidad infinita de combinaciones posibles de bienes *x* e *y*,** lo que llamamos **cestas de consumo.** Sin embargo, solo las que están en el interior de la restricción presupuestaria son alcanzables para el individuo dados su renta y los precios a los que se enfrenta. Y, de hecho, **solo los puntos que se sitúan sobre la propia recta cumplen la condición de gastar toda la renta, lo que los convierte en alcanzables y eficientes.** Los puntos externos son sencillamente inalcanzables para el consumidor.

Una de las cosas más interesantes de la restricción presupuestaria es la interpretación económica de su pendiente. Como ya hemos visto, **se calcula como los precios relativos de los bienes** o, con otras palabras, **como el cociente de los precios de los bienes *x* e *y* ($-P_x/P_y$).** Dado que la restricción presupuestaria es una recta decreciente, dicha pendiente posee un valor negativo. Sin embargo, hablaremos de ella normalmente en **valor absoluto,** obviando su signo, ya que en economía los valores negativos rara vez tienen sentido.

Su interpretación nos dice el **número de unidades del bien *y* a las que hay que renunciar para poder comprar una del bien *x***. Es decir, nos indica el **valor objetivo o de mercado de una unidad del bien *x* medida en unidades del bien *y***.

EJERCICIO 1. Cálculo y representación de la restricción presupuestaria

Un consumidor posee una renta de 1.500 unidades monetarias mensuales que puede dedicar a la compra de dos bienes. El precio del primer bien es de 25 unidades monetarias, mientras que el precio del segundo es de 5 unidades monetarias. Calcule y represente la restricción presupuestaria de este consumidor.

Solución

Lo que debemos hacer en primer lugar es sustituir los valores que conocemos en la ecuación de la recta de balance. Llamaremos x al primer bien e y al segundo:

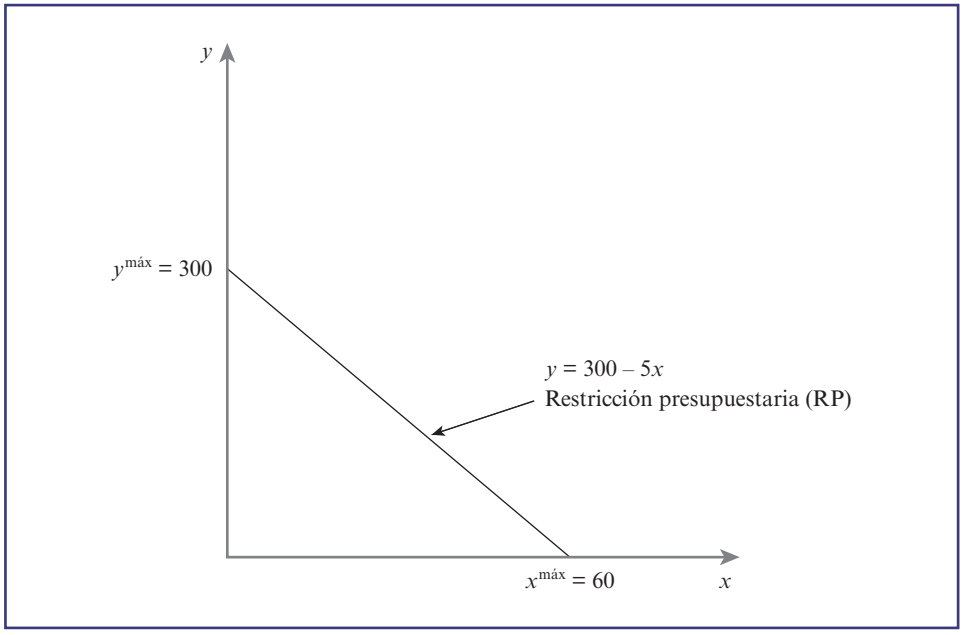
$$y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x \;\rightarrow\; y = \frac{1.500}{5} - \frac{25}{5}x \;\rightarrow\; y = 300 - 5x \;(RP)$$

Adicionalmente, calcular las cantidades máximas de ambos bienes que puede consumir el individuo puede ayudar a realizar una representación gráfica más correcta:

© Ediciones Pirámide

$$x^{\text{máx}} = \frac{R}{P_x} = \frac{1.500}{25} = 60$$

$$y^{\text{máx}} = \frac{R}{P_y} = \frac{1.500}{5} = 300$$



2.2. DESPLAZAMIENTOS DE LA RESTRICCIÓN PRESUPUESTARIA

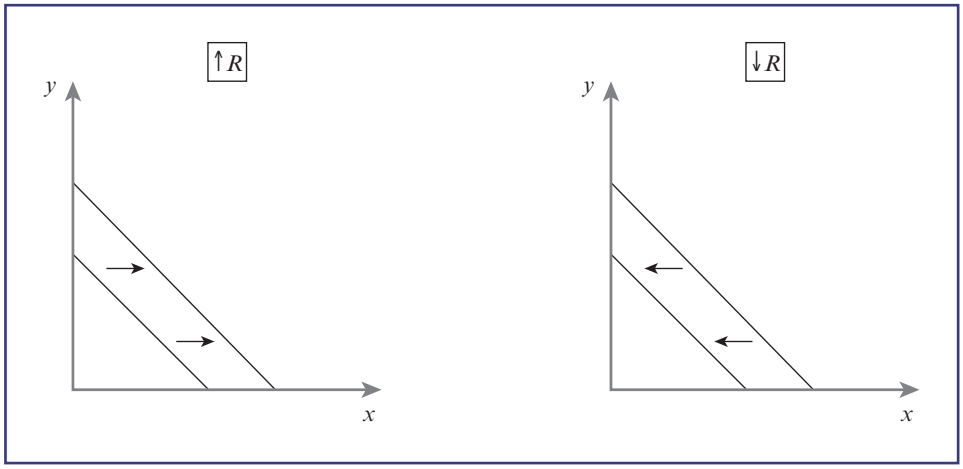
Diversos factores pueden provocar desplazamientos de la restricción presupuestaria, cuyo significado económico son **cambios en el poder adquisitivo del consumidor.** Como la ecuación de la restricción presupuestaria posee tres parámetros (P_x, P_y y R), nos podemos encontrar tres tipos de desplazamientos. Recordemos que:

$$\frac{R}{P_y} \rightarrow \text{Ordenada en el origen}$$

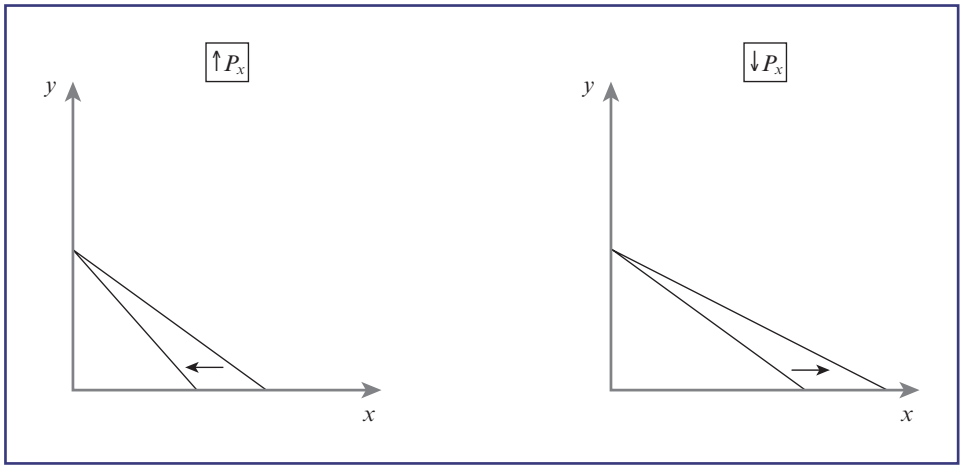
$$-\frac{P_x}{P_y} \rightarrow \text{Pendiente}$$

© Ediciones Pirámide

— **Ante cambios en la renta:** si la renta sube, la ordenada en el origen también, por lo que la recta **se desplaza paralelamente** a la derecha (ya que **la pendiente no cambia).** Si la renta baja, lo hará paralelamente a la izquierda.



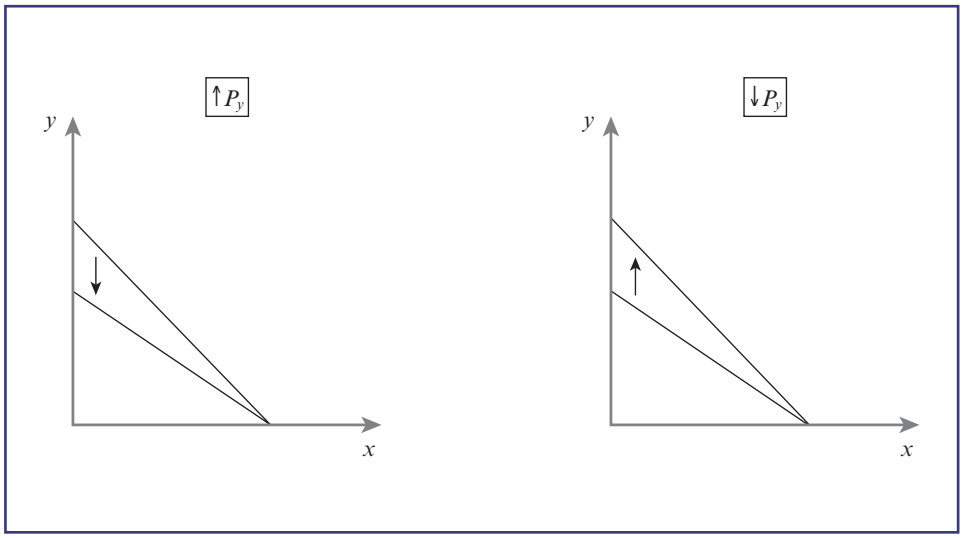
— **Ante cambios en el precio del bien *x*:** si el precio del bien *x* sube, la pendiente también subirá, mientras que, si baja, la inclinación de la recta disminuye. Notemos que esto hace cambiar $x^{máx}$. Decimos que la restricción presupuestaria **pivota sobre el eje vertical.**



— **Ante cambios en el precio del bien *y*:** el precio del bien *y* aparece en la ordenada en el origen y en la pendiente; por tanto, afectará a ambos

© Ediciones Pirámide

si cambia. Si el precio del bien y sube, la ordenada en el origen y la pendiente bajan. Si el precio del bien y se reduce, la ordenada en el origen y la pendiente aumentan. Nótese que cambiará $y^{máx}$, pero no cambiará $x^{máx}$. En este caso decimos que la recta **pivota sobre el eje horizontal.**



También puede ocurrir que cambien varios parámetros a la vez. Será cuestión de analizar cada situación, cosa que haremos en el siguiente ejercicio.

EJERCICIO 2. Desplazamientos de la restricción presupuestaria

Un consumidor dispone de una renta de 100 unidades monetarias que puede destinar a dos bienes, x e y, cuyos precios son, respectivamente 2 y 1.

a) Calcule y represente la restricción presupuestaria de este individuo.
b) ¿Qué pasaría si el precio del bien y aumentase a 2?
c) ¿Qué pasaría si el precio del bien x bajase a 1, pero la renta también bajase hasta 25?

© Ediciones Pirámide

SOLUCIÓN

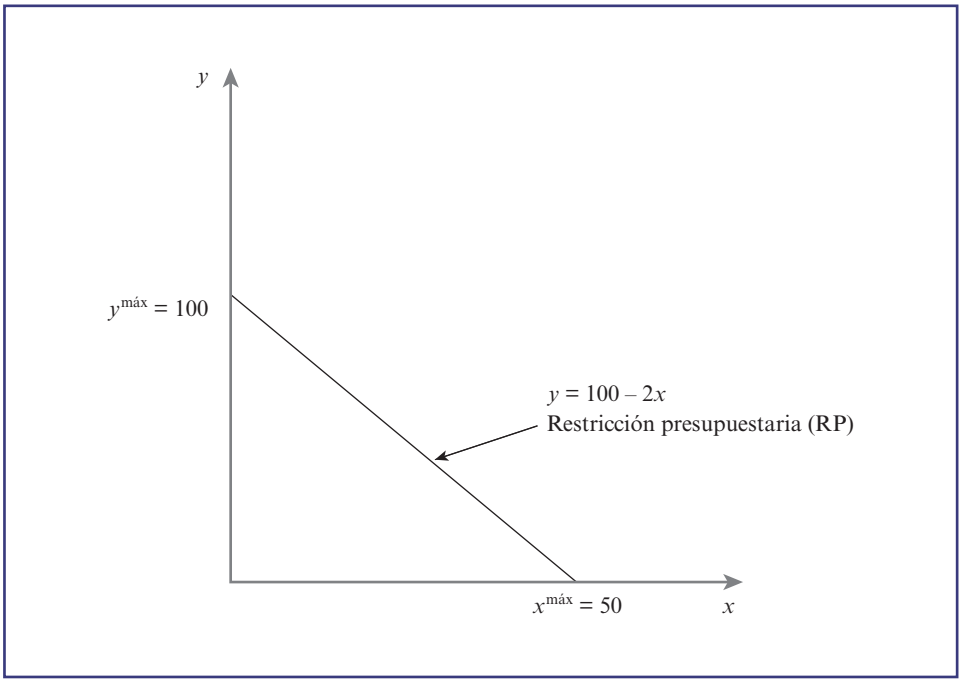
a) Tomando la ecuación de la restricción presupuestaria, obtenemos:

$$y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x \;\rightarrow\; y = \frac{100}{1} - \frac{2}{1}x \;\rightarrow\; y = 100 - 2x \;(RP)$$

También calcularemos las cantidades máximas de bienes que puede consumir:

$$x^{\text{máx}} = \frac{R}{P_x} = \frac{100}{2} = 50$$

$$y^{\text{máx}} = \frac{R}{P_y} = \frac{100}{1} = 100$$



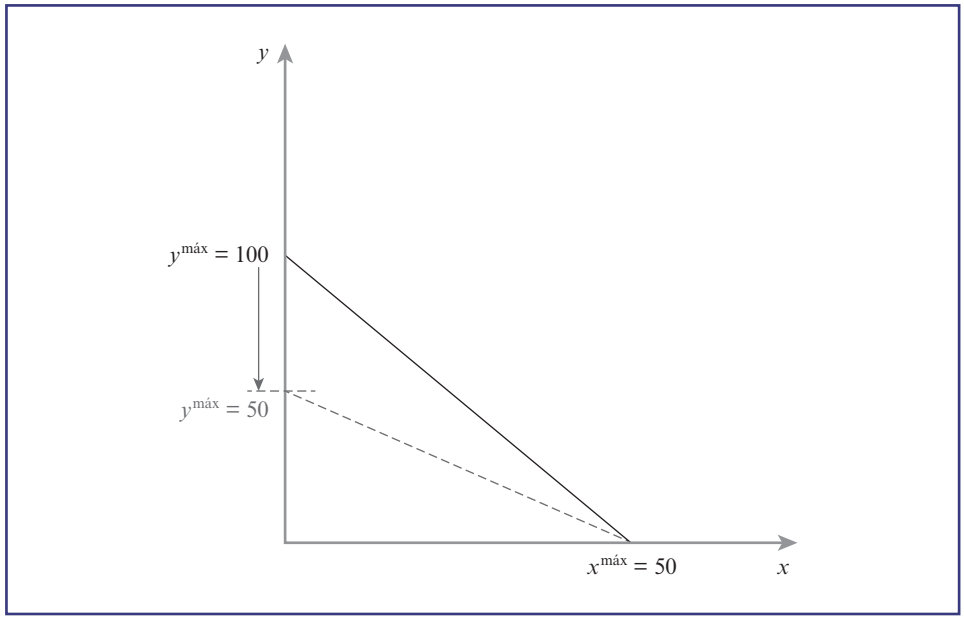
b) Este incremento del precio del bien va a provocar reducciones en la ordenada en el origen (R/P_y) y en la pendiente de la restricción presupuestaria ($-P_x/P_y$). Vamos a comprobarlo:

© Ediciones Pirámide

$$y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x \;\rightarrow\; y = \frac{100}{2} - \frac{2}{2}x \;\rightarrow\; y = 50 - x\ (RP)$$

$$x^{\text{máx}} = \frac{R}{P_x} = \frac{100}{2} = 50,\ \text{no ha cambiado}$$

$$y^{\text{máx}} = \frac{R}{P_y} = \frac{100}{2} = 50$$



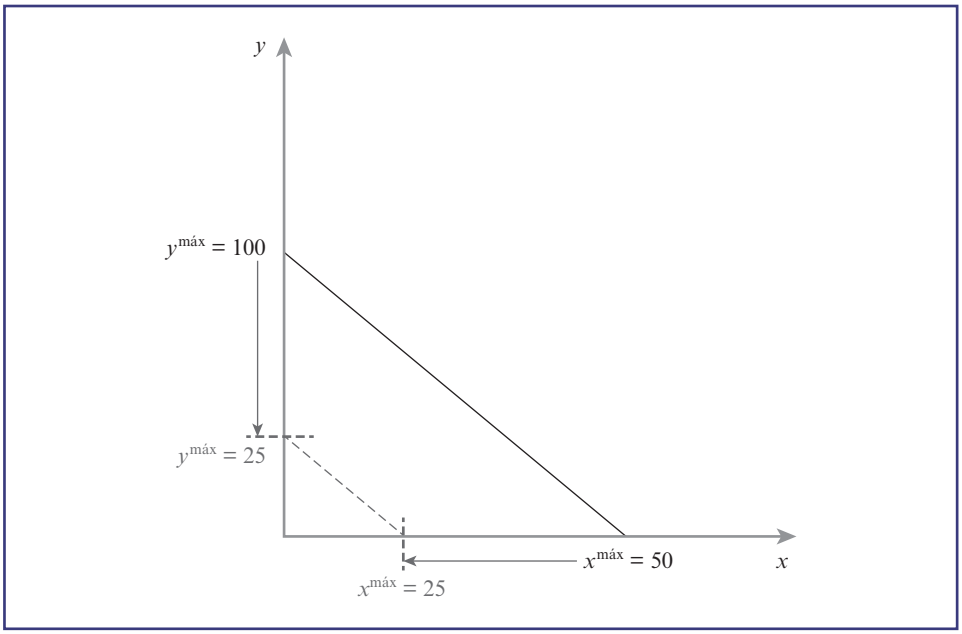
c) En este caso, predecir el resultado se hace más complicado, ya que han cambiado dos valores simultáneamente, por lo que debemos utilizar de nuevo la ecuación de la restricción presupuestaria para ver los posibles efectos de estos cambios:

$$y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x \;\rightarrow\; y = \frac{25}{1} - \frac{1}{1}x \;\rightarrow\; y = 25 - 1x\ (RP)$$

$$x^{\text{máx}} = \frac{R}{P_x} = \frac{25}{1} = 25$$

$$y^{\text{máx}} = \frac{R}{P_y} = \frac{25}{1} = 25$$

© Ediciones Pirámide



2.3. IMPUESTOS Y SUBVENCIONES

En una economía real, normalmente los precios y las rentas están distorsionados debido a la **intervención de los gobiernos.** Dichos gobiernos pueden establecer impuestos y subvenciones que afecten a los consumidores. **Un impuesto aplicado sobre el consumo de los bienes elevará su precio, mientras que las subvenciones lo reducirán.** Por otro lado, el gobierno también puede **afectar a la renta** de los individuos mediante **impuestos, que la reducirían,** o **subvenciones, que la elevarían.**

Existe una variedad de casos, que exponemos a continuación:

— **Sobre la cantidad:** se establecen por cada unidad comprada de un bien. Por ejemplo, si una manzana tiene un precio de 3 unidades monetarias y el gobierno aplica un impuesto de 2 unidades monetarias por cada unidad comprada, es como si realmente cada manzana costase 5 unidades monetarias, que es lo que tendremos que pagar por ella en total. Sin embargo, el productor solo recibe las 3 unidades monetarias que le corresponden, puesto que el Estado se lleva las 2 unidades monetarias que se corresponden con el impuesto. Si, por el contrario, lo que el gobierno estableciese fuese una subvención, veríamos reducirse el precio que paga el consumidor en esa cuantía. Es decir, si a esa manzana de 3 unidades monetarias el gobierno le aplica una subvención de 2 unidades monetarias por cada unidad comprada, el consumidor acabará pagando tan solo

© Ediciones Pirámide

una unidad monetaria por cada manzana. El productor sigue cobrando las 3 unidades monetarias que le corresponden, mientras que el gobierno, por su parte, pone de sus arcas las dos unidades monetarias restantes. En resumen, el precio se eleva (o reduce) en la cuantía del impuesto (o subvención). Si llamamos t_x al impuesto por cada unidad consumida del bien x y s_x a la subvención:

$$\begin{aligned} \text{Impuesto sobre la cantidad} &\rightarrow P_x + t_x \\ \text{Subvención sobre la cantidad} &\rightarrow P_x - s_x \end{aligned}$$

— **Sobre el valor:** se establecen sobre el consumo. El impuesto (o subvención) sobre el valor es el más habitual en el mundo en que vivimos, ya que se establece como un porcentaje del gasto realizado en un bien. Si, por ejemplo, una bicicleta tiene un valor de 100 unidades monetarias y el gobierno establece un impuesto del 21% sobre ese precio, el valor final de la bicicleta será de 121 unidades monetarias. Lo contrario ocurriría con las subvenciones, que reducirían el precio en ese porcentaje. En general, para calcular el nuevo valor del bien haremos lo siguiente (dichos valores, t_x y s_x, deben ser aplicados como un tanto por uno, no en porcentaje):

$$\begin{aligned} \text{Impuesto sobre el valor} &\rightarrow P_x(1 + t_x) \\ \text{Subvención sobre el valor} &\rightarrow P_x(1 - s_x) \end{aligned}$$

— **De cuantía fija:** los impuestos (o subvenciones) fijos también se llaman «sobre la renta» porque no dependen del consumo que realice el individuo, sino que son de un valor concreto, independiente de cualquier otra cosa, por lo que al final sencillamente afectarán a la renta de ese individuo. Por ejemplo, si un individuo posee 1.500 unidades monetarias de renta y el gobierno establece un impuesto fijo de 300 unidades monetarias a todos los individuos, sería como si su renta bajase hasta 1.200 unidades monetarias. Obviamente, las subvenciones elevarían su renta en esa cuantía. Así pues, si llamamos R a la renta del consumidor, T al impuesto y S a la subvención, podemos resumir los efectos así:

$$\begin{aligned} \text{Impuesto fijo} &\rightarrow R - T \\ \text{Subvención fija} &\rightarrow R + S \end{aligned}$$

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 3. Impuestos y subvenciones

Un individuo posee una renta de 2.500 unidades monetarias que puede dedicar a la compra de dos bienes, x e y, cuyos precios son 100 y 50 respectivamente.

a) Calcule y represente la restricción presupuestaria de este individuo.
b) Calcule y represente la restricción presupuestaria de este individuo si el gobierno establece una subvención sobre el consumo del bien x del 25%, un impuesto sobre la cantidad consumida del bien y de 25 unidades monetarias y un impuesto sobre la renta de 1.000 unidades monetarias.

SOLUCIÓN

a) Aplicamos la fórmula de la restricción presupuestaria y sustituimos los valores conocidos:

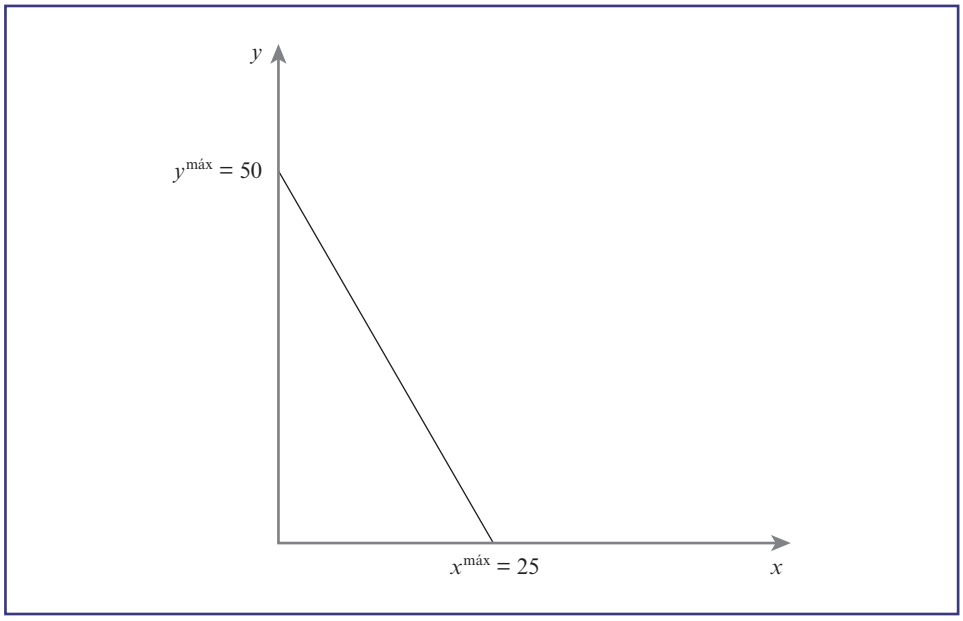
$$y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x \;\rightarrow\; y = \frac{2.500}{50} - \frac{100}{50}x \;\rightarrow\; y = 50 - 2x \;(RP)$$

Para que la representación sea lo más correcta posible, vamos a calcular siempre las cantidades máximas que el individuo puede consumir de cada uno de los bienes:

$$x^{\text{máx}} = \frac{R}{P_x} = \frac{2.500}{100} = 25$$

$$y^{\text{máx}} = \frac{R}{P_y} = \frac{2.500}{50} = 50$$

© Ediciones Pirámide



b) En este apartado tenemos que aplicar los impuestos y subvenciones indicados. Como son de diferentes tipos y sobre diferentes variables, vamos a proceder por separado para cada caso.

— Subvención sobre el consumo del bien x del 25%: reducirá el precio del bien en dicho porcentaje (debemos escribir 25% como un tanto por uno, para lo cual simplemente hay que dividirlo entre 100 $\rightarrow$ 25%/100 = 0,25). Si llamamos P'_x al nuevo precio del bien x:

$$P'_x = P_x(1 - s_x) = 100(1 - 0{,}25) = 75$$

— Impuesto sobre la cantidad consumida del bien y de 25 unidades monetarias: elevará el precio del bien en dicha cuantía. Si llamamos P'_y a su nuevo precio, tenemos lo siguiente:

$$P'_y = P_y + t_y = 50 + 25 = 75$$

— Impuesto sobre la renta de 1.000 unidades monetarias: reducirá la renta del individuo en ese mismo valor. Si llamamos R' a la nueva renta:

$$R' = R - T = 2.500 - 1.000 = 1.500$$

© Ediciones Pirámide

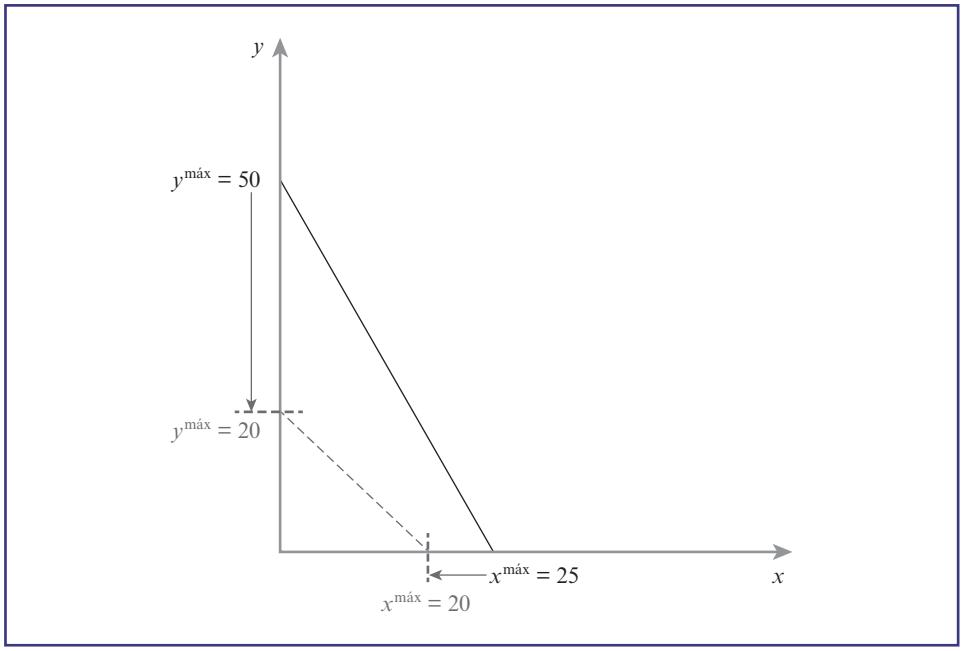
Ahora podemos introducir los nuevos valores calculados en la ecuación de la recta de balance para obtener el resultado final:

$$y = \frac{R'}{P'_y} - \frac{P'_x}{P'_y}x \;\rightarrow\; y = \frac{1.500}{75} - \frac{75}{75}x \;\rightarrow\; y = 20 - x \;(RP)$$

Calcularemos también, como siempre, los puntos de corte con los ejes de la restricción presupuestaria:

$$x'^{\text{máx}} = \frac{R'}{P'_x} = \frac{1.500}{75} = 20$$

$$y'^{\text{máx}} = \frac{R'}{P'_y} = \frac{1.500}{75} = 20$$



© Ediciones Pirámide

3 La frontera de posibilidades de producción

3.1. INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior aprendimos a analizar las capacidades de compra y el poder adquisitivo de **los consumidores mediante la restricción presupuestaria.** En este capítulo vamos a aprender a analizar las capacidades productivas **de las empresas de una economía mediante la frontera de posibilidades de producción** (FPP).

Una economía puede ser tremendamente compleja, razón por la cual nos vemos obligados a plantear **supuestos simplificadores,** tratando de hacer un modelo más manejable, pero siempre sin perder realismo en los resultados. Vamos a suponer que existen únicamente **dos empresas** y que **cada una de ellas produce un bien distinto.** Así pues, tendremos la empresa x, que produce el bien x, y la empresa y, que produce el bien y. Adicionalmente supondremos que **las empresas utilizan un único factor productivo** para producir dichos bienes, esto es, **el factor trabajo** (L).

Vamos a utilizar por primera vez en este libro el concepto de **función de producción,** que **indica el número de unidades producidas en función de los factores productivos.** Por tanto, un ejemplo genérico de función de producción para el bien x sería el siguiente:

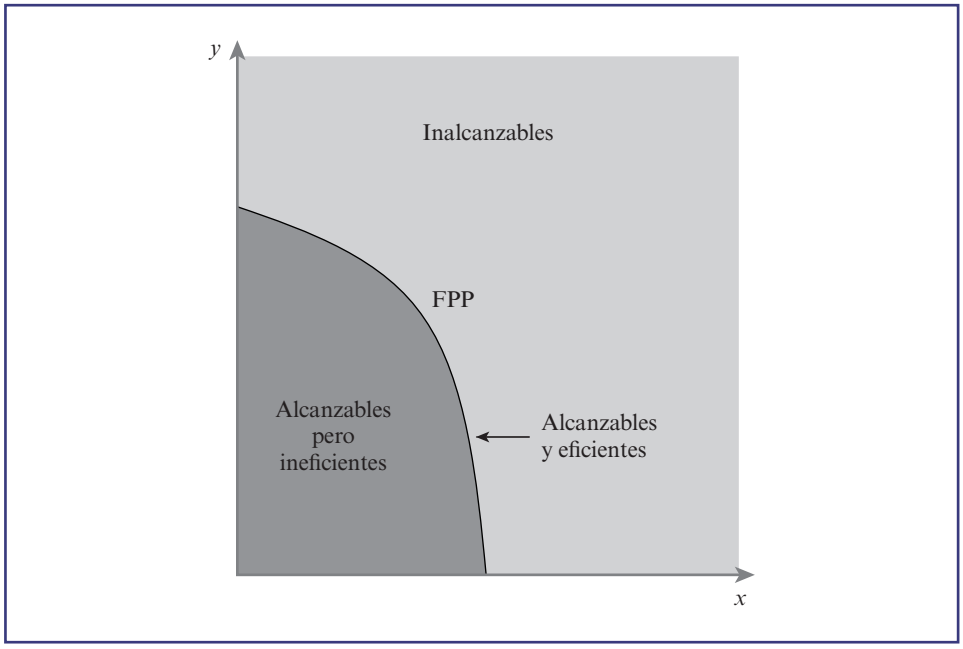
$$x = f(L)$$

Esta función indica el número de unidades del bien x producidas en función del número de trabajadores utilizados.

En su representación gráfica veremos que la frontera de posibilidades de producción es una **curva decreciente** sobre un eje horizontal que representa la producción del bien x y un eje vertical que representa la producción del bien y. A su vez diremos que **los puntos interiores a dicha curva serán alcanzables por esa economía, pero ineficientes** porque podría alcanzar puntos más alejados, al me-

© Ediciones Pirámide

nos hasta alcanzar la frontera. La razón es que en esos puntos la economía **no está usando todos los recursos disponibles.** De hecho, serán esos **puntos sobre la frontera los que consideraremos alcanzables y eficientes,** porque no se pueden superar con los recursos y la tecnología disponibles. En ellos se utilizan todos los factores productivos disponibles. Por último, tenemos los puntos fuera de la frontera de posibilidades de producción, que serán sencillamente inalcanzables dados los recursos y la tecnología.



A su vez, podemos deducir una ecuación que describa la frontera de posibilidades de producción. Teniendo en cuenta que sus puntos son alcanzables y eficientes, es decir, en ellos utilizamos todos los recursos disponibles, la cantidad total de trabajadores de la economía (L) tiene que ser igual a la suma de los trabajadores que utiliza la empresa que produce el bien x (L_x) y los trabajadores que utiliza la empresa y (L_y).

$$L_x + L_y = L$$

Ahora que ya tenemos las herramientas necesarias, vamos a mostrar en un ejemplo práctico cómo se calcula la frontera de posibilidades de producción y, quizá lo más importante, su interpretación gráfica.

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 1. Cálculo y representación de la frontera de posibilidades de producción

Considere una economía en la que existen únicamente dos empresas. Dichas empresas utilizan factor trabajo para producir sendos bienes x e y. La función de producción de la empresa que produce el bien x es $x = \sqrt{L_x}$, siendo L_x el número de trabajadores que contrata. La función de producción de la empresa que produce el bien y es $y = 2L_y$. Además, se sabe que en esta economía existen un total de 100 trabajadores ($L = 100$).

a) Calcule y represente la frontera de posibilidades de producción de esta economía.
b) ¿Cuáles serían las capacidades máximas productivas de cada bien?
c) ¿Sería alcanzable la producción $(x, y) = (5, 160)$? ¿Y la producción $(x, y) = (8, 50)$?

SOLUCIÓN

a) Para mayor sencillez, dividiremos el problema en dos pasos. En el primero de ellos tomaremos la función de producción de cada empresa y despejaremos el número de trabajadores:

$$x = \sqrt{L_x} \rightarrow L_x = x^2$$

$$y = 2L_y \rightarrow L_y = \frac{1}{2}y$$

En el segundo paso partimos de la idea de que los puntos de la frontera de posibilidades de producción son eficientes y alcanzables, es decir, en ellos las empresas están utilizando todos los recursos disponibles. Dicho de otra manera, todos los trabajadores son utilizados, ya sea por la empresa que produce el bien x o por la empresa que produce el bien y. Dicha idea puede ser representada mediante la siguiente ecuación:

$$L_x + L_y = L$$

Ahora podemos sustituir lo obtenido en el paso anterior, así como el dato inicial de que en esta economía existen en total 100 trabajadores:

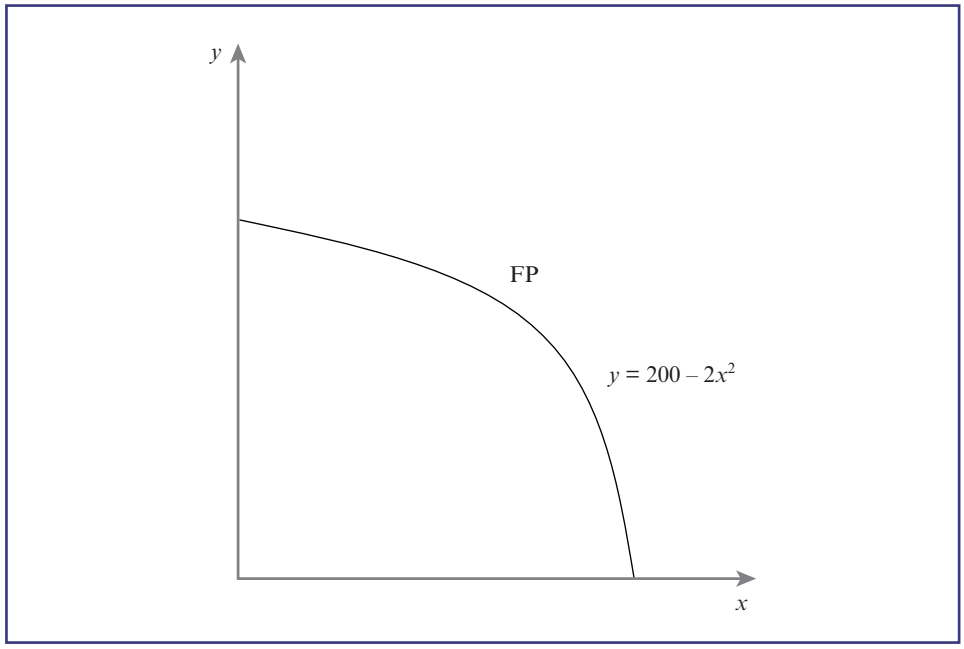
$$L_x + L_y = L \rightarrow x^2 + \frac{1}{2}y = 100$$

© Ediciones Pirámide

A continuación, podemos despejar el bien y, obteniendo la ecuación de la frontera de posibilidades de producción de esta economía:

$$\frac{1}{2}y = 100 - x^2 \;\rightarrow\; y = 200 - 2x^2$$

Como ya hemos comentado, su representación gráfica, en general, nos mostrará una curva decreciente.



b) Siempre que nos veamos obligados a realizar representaciones gráficas a mano, podemos recurrir a calcular las cantidades máximas productivas de cada bien, lo que nos ayudará a visualizar mejor la escala. Realmente estos valores son sencillamente los puntos de corte con los ejes. Para calcular la cantidad máxima del bien x que se puede producir ($x^{máx}$), tendremos que suponer que la economía no produce nada del bien y ($y = 0$), esto es, dedica todos los recursos a la producción del bien x.

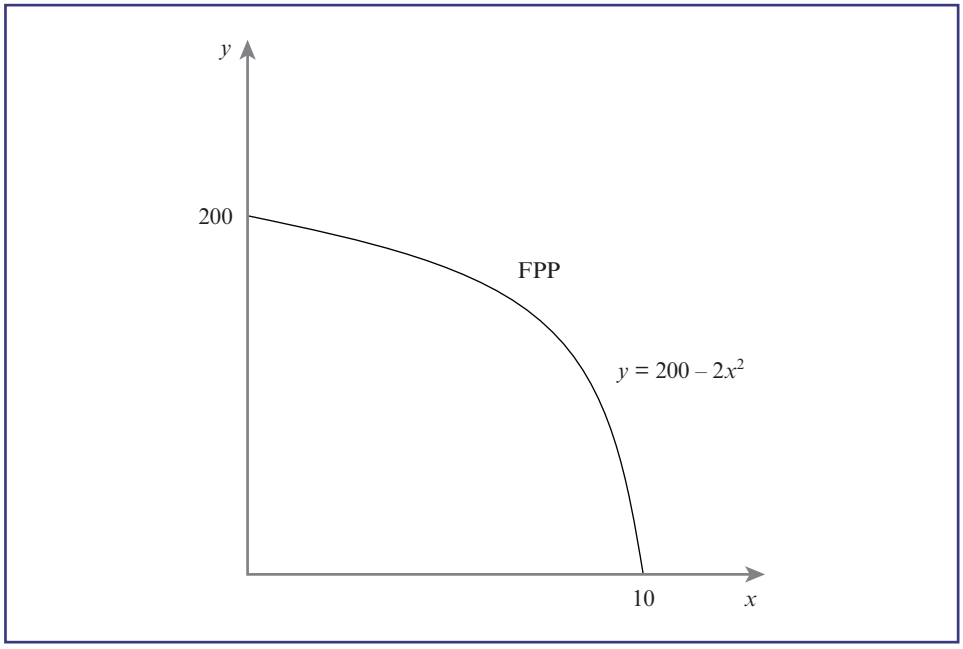
$$\text{Si } y = 0 \;\rightarrow\; y = 200 - 2x^2 \;\rightarrow\; 0 = 200 - 2x^2 \;\rightarrow\; 2x^2 = 200 \;\rightarrow$$
$$\rightarrow\; x^2 = 100 \;\rightarrow\; x^{máx} = 10$$

NOTA: *obviamos el resultado negativo de la raíz por no tener sentido económico.*

© Ediciones Pirámide

Ahora hacemos lo mismo para el bien y. Supondremos que la producción del bien x es nula ($x = 0$) y que todos los recursos se dedican a la producción del bien y.

$$\text{Si } x = 0 \;\rightarrow\; y = 200 - 2x^2 \;\rightarrow\; y^{\text{máx}} = 200$$



c) Para comprobar si una producción es factible, representaremos dicho punto en el gráfico, de tal modo que si queda en el interior de la curva será alcanzable, y si está en el exterior, será inalcanzable. Representar puntos en un gráfico no debería suponer problema alguno; aun así, para mayor sencillez, vamos a realizar un proceso que nos facilitará dicha representación.

En primer lugar, queremos comprobar dónde se encuentra el punto $(x, y) = (5, 160)$. Para ello vamos a sustituir el valor $x = 5$ en nuestra frontera de posibilidades de producción:

$$y = 200 - 2x^2 \;\rightarrow\; y = 200 - 2 \cdot 5^2 \;\rightarrow\; y = 150$$

Vemos que, según nuestras capacidades productivas, si la economía dedica recursos suficientes a la producción del bien x como para producir 5 unidades de dicho bien, solo le quedarán recursos disponibles para producir 150 unidades

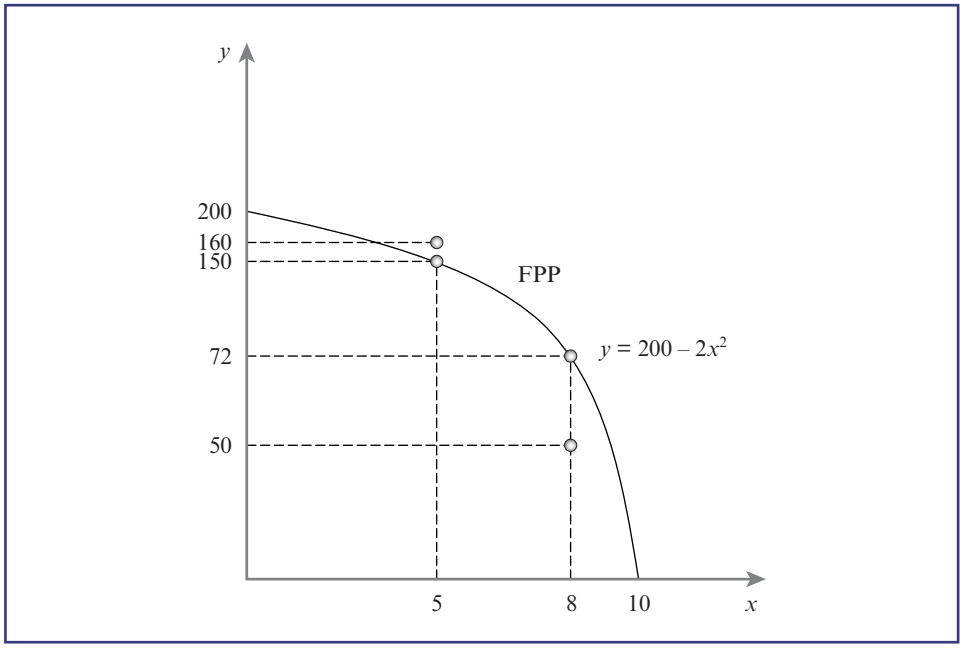
© Ediciones Pirámide

del bien y. Esto implica que la producción que nos proponen es inalcanzable, puesto que sería imposible llegar a producir 160 unidades del bien y si se producen simultáneamente 5 unidades de x.

Vamos a seguir el mismo proceso para el segundo punto propuesto, $(x, y) = (8, 50)$. Sustituimos en nuestra frontera de posibilidades de producción el valor $x = 8$ y comprobamos nuestra verdadera capacidad productiva:

$$y = 200 - 2x^2 \rightarrow y = 200 - 2 \cdot 8^2 \rightarrow y = 72$$

Si en esta economía se producen 8 unidades del bien x, habría recursos para producir hasta otras 72 unidades del bien y. Por consiguiente, el punto propuesto es alcanzable pero ineficiente, porque producir solo 50 unidades del bien y es más que posible, pudiendo alcanzar una producción mucho mayor.



3.2. CAMBIOS EN LA FRONTERA DE POSIBILIDADES DE PRODUCCIÓN

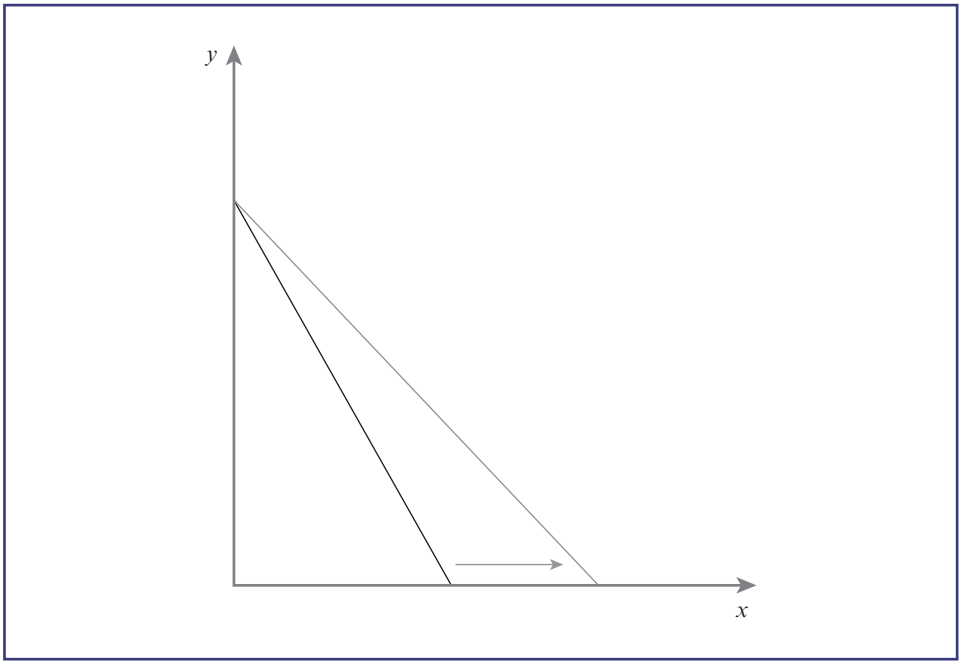
Las capacidades productivas de una economía pueden ser alteradas por una variedad de sucesos. Cambios en la tecnología o en el número de trabajadores

© Ediciones Pirámide

provocarán cambios en el aspecto de la frontera de posibilidades de producción. Vamos a analizar cada uno de los posibles casos por separado.

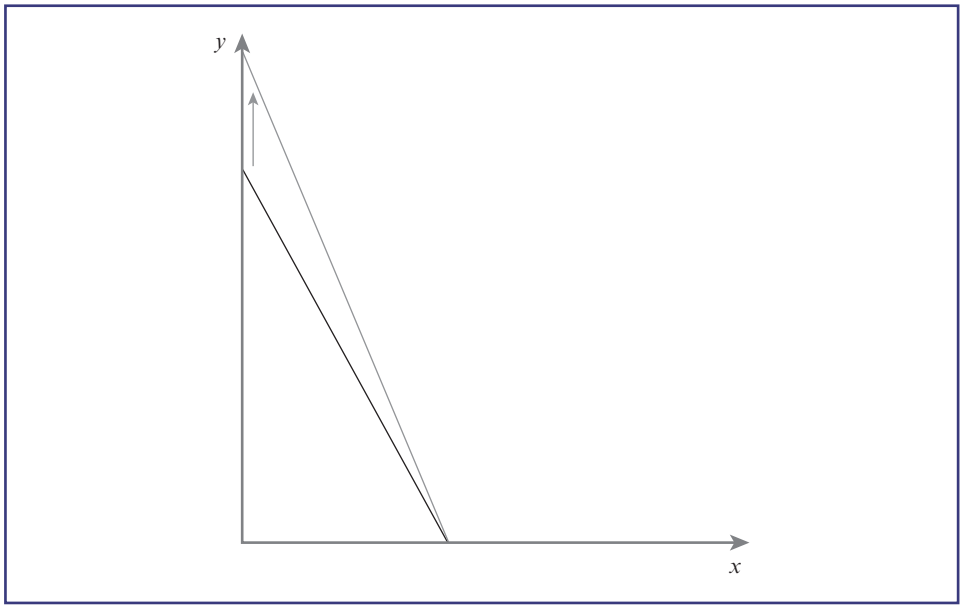
NOTA: *por sencillez, supondremos que* ***la frontera de posibilidades de producción es una línea recta.*** *Este hecho ocurre* ***si y solo si ambas funciones de producción son también líneas rectas.*** *Todas las interpretaciones a continuación serían equivalentes para una frontera con curvatura.*

— **Mejora técnica en la producción del bien *x*.** En este caso observamos que **se reduce la pendiente** de la frontera de posibilidades de producción (observada en valor absoluto), aumentando la capacidad máxima productiva de *x* sin alterarse la de *y*. Visualmente, **la curva se desplaza hacia fuera pivotando sobre el eje vertical.**

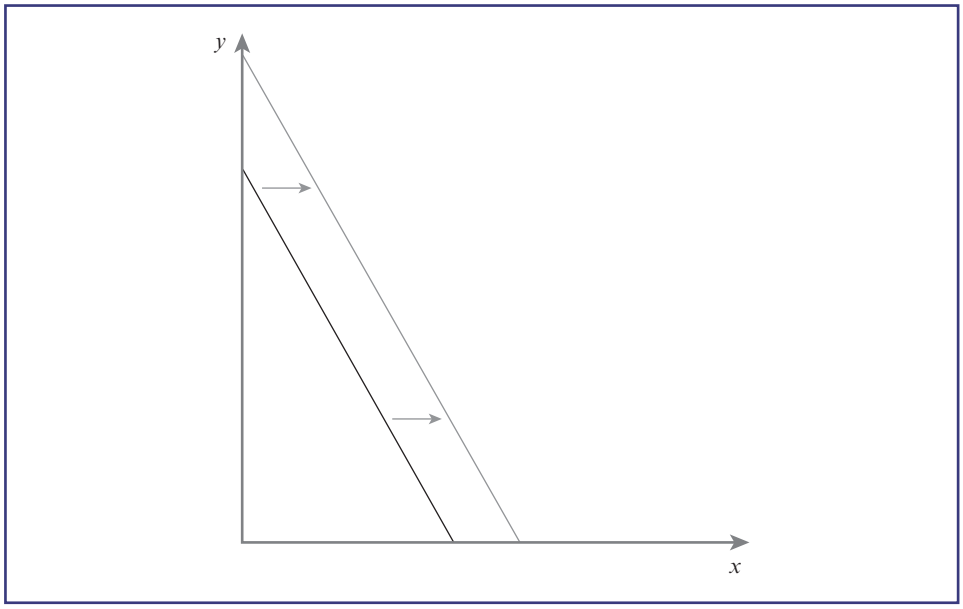


— **Mejora técnica en la producción del bien *y*.** Ahora observamos que **aumenta la pendiente** de la frontera de posibilidades de producción (observada en valor absoluto), incrementando la capacidad máxima productiva de *y* sin alterarse la de *x*. Visualmente, **la curva se desplaza hacia fuera pivotando sobre el eje horizontal.**

© Ediciones Pirámide



— **Mejora técnica en la producción de ambos bienes.** Si se produce un desarrollo tecnológico que afecte por igual a las dos empresas, aumentarán las capacidades máximas productivas de ambos bienes, pero sin que cambie la pendiente de la curva. Decimos que **se desplaza «paralelamente» hacia fuera.**



© Ediciones Pirámide

— **Aumento de la población trabajadora.** Este caso es idéntico al anterior. El aumento de trabajadores incrementa por igual las capacidades máximas productivas de x e y, de modo que **la curva se desplaza en «paralelo» hacia el exterior.**
— **Aumento de la cantidad de capital.** Al igual que en el punto anterior, aumentan las capacidades máximas productivas **desplazando paralelamente la frontera hacia el exterior,** dado que mayor capital en las empresas provoca mayor productividad de los trabajadores.
— **Redistribución del trabajo.** Si se produce una redistribución del trabajo entre la empresa que produce el bien x y la empresa que produce el bien y, **no observaremos cambio alguno en la frontera de posibilidades de producción.** La razón es que **la curva no muestra lo que se produce en una economía, sino lo que podría llegar a producirse,** de modo que un traspaso de trabajadores entre las dos empresas realmente no afecta a las capacidades productivas de estas. Dicho de otra manera, como no cambian $x^{máx}$ ni $y^{máx}$, no cambia la frontera de posibilidades de producción.

Por último, cabe destacar que, aunque normalmente no se estudia, existe la posibilidad de que la frontera de posibilidades de producción se desplace hacia el interior, mostrando una reducción de la capacidad productiva, que puede ser provocada por empeoramientos en la tecnología o reducciones en la población trabajadora. La razón de que estos casos no sean habituales es que en el mundo real no suelen ocurrir. Los datos observables muestran que la tecnología siempre mejora (no es muy razonable suponer que es posible olvidar lo aprendido) y que la población siempre aumenta (aunque ha habido episodios históricos que demuestran lo contrario).

EJERCICIO 2. Cambios en la frontera de posibilidades de producción

En una economía existe una empresa que produce el bien x con una función de producción $x = L_x$ y una empresa que produce el bien y con una función de producción $y = 2L_y$. En esta economía hay en total 50 trabajadores.

a) Calcule y represente la frontera de posibilidades de producción de esta economía.
b) ¿Qué pasaría si la población trabajadora aumentase hasta 200 trabajadores?
c) Analice los cambios producidos en la frontera en el caso de una mejora tecnológica que afectase únicamente a la producción del bien y, de modo que la nueva función de producción fuese $y = 4L_y$.

© Ediciones Pirámide

SOLUCIÓN

a) Siguiendo el mismo proceso de dos pasos del ejercicio anterior, tenemos:

$$x = L_x \rightarrow L_x = x$$

$$y = 2L_y \rightarrow L_y = \frac{1}{2}y$$

Ahora sustituimos lo obtenido en la expresión genérica de la frontera de posibilidades de producción:

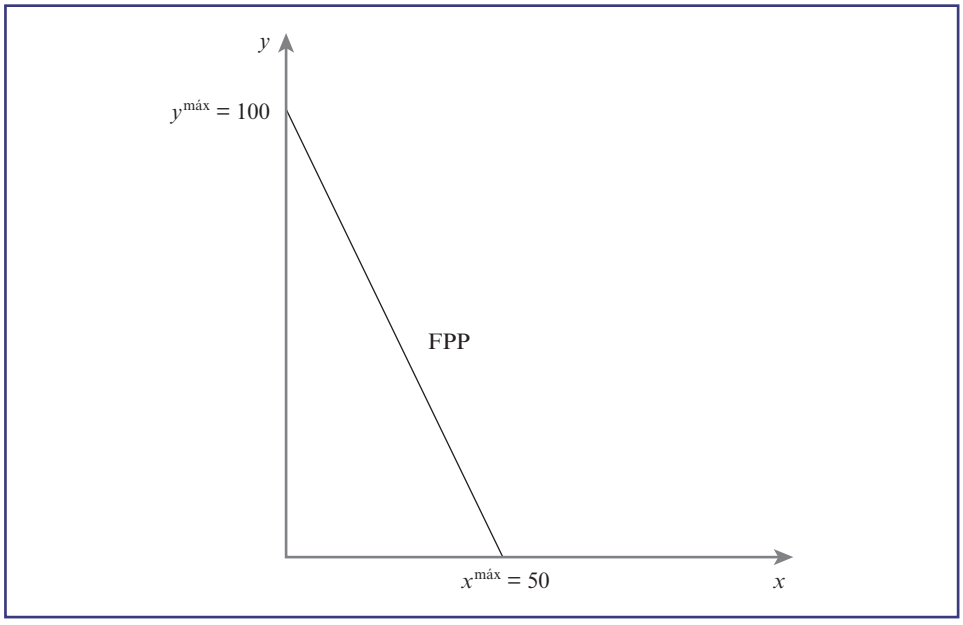
$$L_x + L_y = L \rightarrow x + \frac{1}{2}y = 50 \rightarrow \frac{1}{2}y = 50 - x \rightarrow y = 100 - 2x$$

Para realizar un gráfico lo más exacto posible, calcularemos también las cantidades máximas de bienes que se pueden producir en esta economía:

Si $y = 0 \rightarrow y = 100 - 2x \rightarrow 0 = 100 - 2x \rightarrow 2x = 100 \rightarrow x^{máx} = 50$

Si $x = 0 \rightarrow y = 100 - 2x \rightarrow y^{máx} = 100$

Obtenemos una frontera de posibilidades de producción recta porque ambas funciones de producción son también rectas.

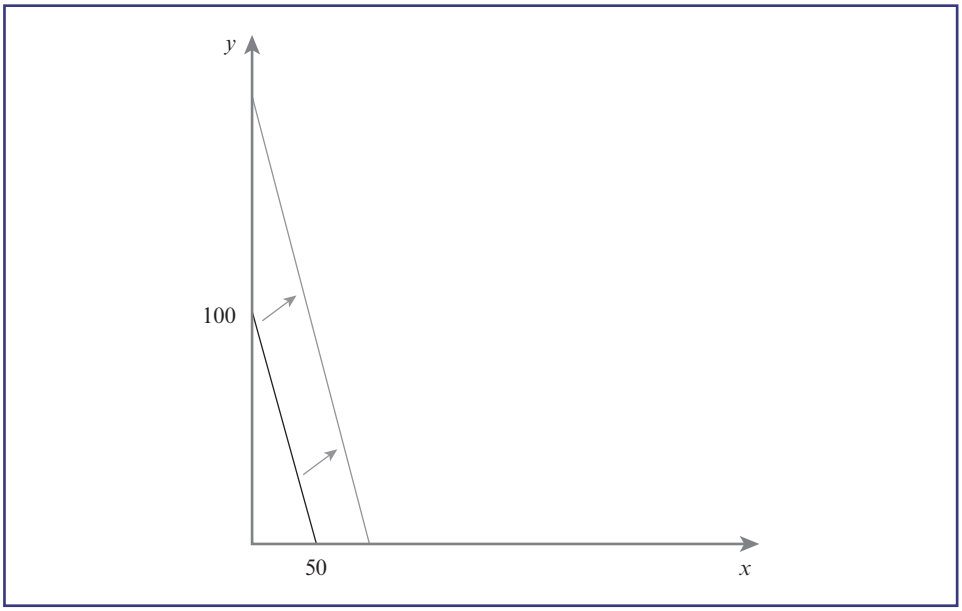


© Ediciones Pirámide

b) A priori, la teoría nos dice que la frontera se desplazará paralelamente hacia el exterior. Sin embargo, vamos a comprobarlo numéricamente, siguiendo el mismo proceso del apartado anterior.

$$L_x + L_y = L \;\rightarrow\; x + \frac{1}{2}y = 200 \;\rightarrow\; \frac{1}{2}y = 200 - x \;\rightarrow\; y = 400 - 2x$$

Si $y = 0 \;\rightarrow\; y = 400 - 2x \;\rightarrow\; 0 = 400 - 2x \;\rightarrow\; 2x = 400 \;\rightarrow\; x^{máx} = 200$
Si $x = 0 \;\rightarrow\; y = 400 - 2x \;\rightarrow\; y^{máx} = 400$



c) Nuevamente debemos realizar el proceso del apartado anterior para observar claramente los cambios. Sin embargo, la teoría nos adelanta que una mejora tecnológica en la producción del bien *y* provocará un aumento de la pendiente de la frontera de posibilidades de producción, pivotando sobre el eje horizontal.

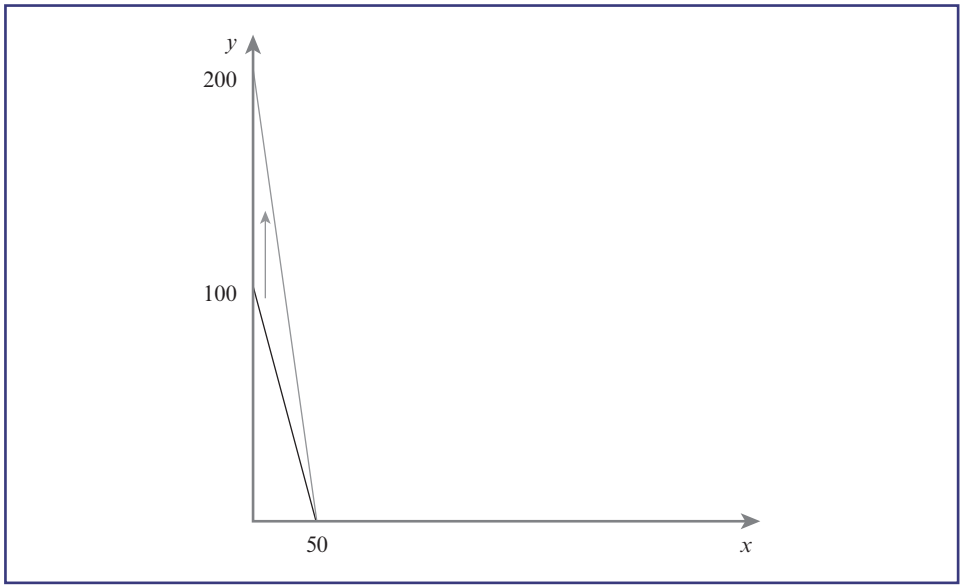
$$x = L_x \;\rightarrow\; L_x = x$$

$$y = 4L_y \;\rightarrow\; L_y = \frac{1}{4}y$$

$$L_x + L_y = L \;\rightarrow\; x + \frac{1}{4}y = 50 \;\rightarrow\; \frac{1}{4}y = 50 - x \;\rightarrow\; y = 200 - 4x$$

Si $y = 0 \;\rightarrow\; y = 200 - 4x \;\rightarrow\; 0 = 200 - 4x \;\rightarrow\; 4x = 200 \;\rightarrow\; x^{máx} = 50$
Si $x = 0 \;\rightarrow\; y = 200 - 4x \;\rightarrow\; y^{máx} = 200$

© Ediciones Pirámide



3.3. CÁLCULO E INTERPRETACIÓN DE LA PENDIENTE DE LA FRONTERA DE POSIBILIDADES DE PRODUCCIÓN

Hasta ahora hemos hablado de la interpretación gráfica de la frontera de posibilidades de producción y de sus desplazamientos, y aunque hemos mencionado el concepto de pendiente, no hemos profundizado en él. La pendiente de la frontera de posibilidades de producción, también conocida como **relación marginal de transformación** (RMT), tiene una interpretación económica muy importante. **Indica el número de unidades de *y* que una economía tiene que dejar de producir para producir una unidad más del bien *x*.** Es decir, **es el coste de oportunidad de una unidad de *x*,** porque es el número de unidades de y a las que tenemos que renunciar para producirla.

EJERCICIO 3. Cálculo e interpretación de la pendiente de la frontera de posibilidades de producción

Robinson Crusoe es el único superviviente a un naufragio y ha quedado confinado en una pequeña isla, de la cual es el único habitante. Su único sustento proviene de la recolección de cocos y plátanos. Pero su tiempo es limitado, y recolectarlos es un arduo trabajo. Tanto es así, que ha elaborado una tabla que resume las cantidades que, de cada uno, puede conseguir, en función del tiempo que dedique a cada tarea.

© Ediciones Pirámide

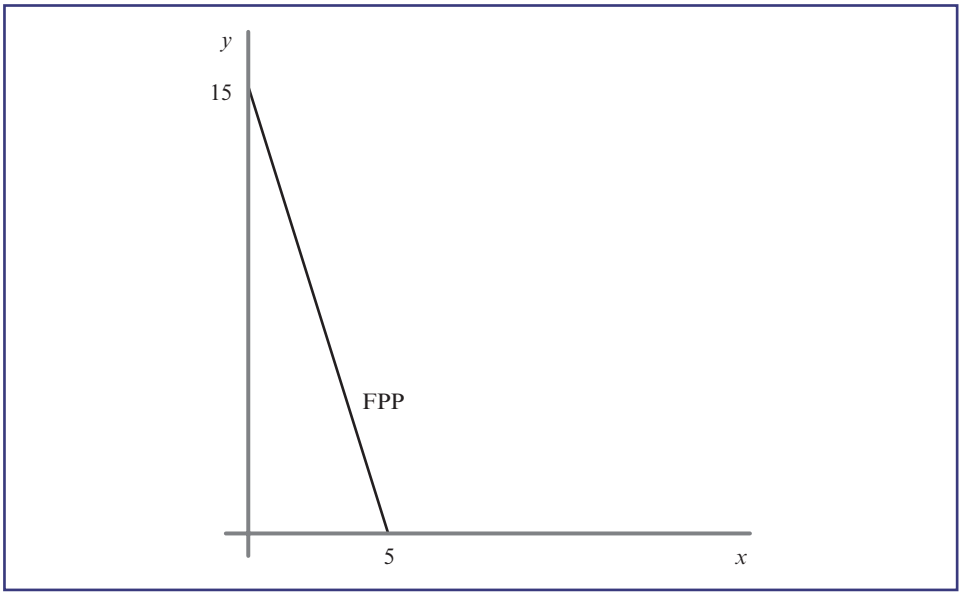
Cocos	Plátanos
5	0
4	3
3	6
2	9
1	12
0	15

Esta tabla nos dice que si dedicase todo su tiempo a recoger cocos, podría recolectar como máximo 5 y ningún plátano. Por el contrario, si dedica todo su tiempo a recoger plátanos, podría llegar a recolectar 15, obteniendo entonces cero cocos.

a) Calcule y represente gráficamente la frontera de posibilidades de producción de esta economía.
b) Calcule e interprete la pendiente de dicha curva.

SOLUCIÓN

a) En primer lugar, lo único que tenemos que hacer es representar en un gráfico las combinaciones dadas. Llamaremos bien x a los cocos, y bien y, a los plátanos. De modo que nos queda lo siguiente:



© Ediciones Pirámide

Sabemos con seguridad que la frontera de posibilidades de producción es una línea recta porque la tasa de intercambio entre cocos y plátanos, como podemos observar en la tabla, es siempre de 3 plátanos menos por cada coco adicional (este concepto es el de coste de oportunidad, en el que profundizaremos en el apartado siguiente).

Existe la posibilidad de obtener la ecuación de una línea recta a partir de dos de sus puntos. Por ello vamos a tomar como puntos los que se corresponden con las capacidades máximas productivas de cada bien, esto es:

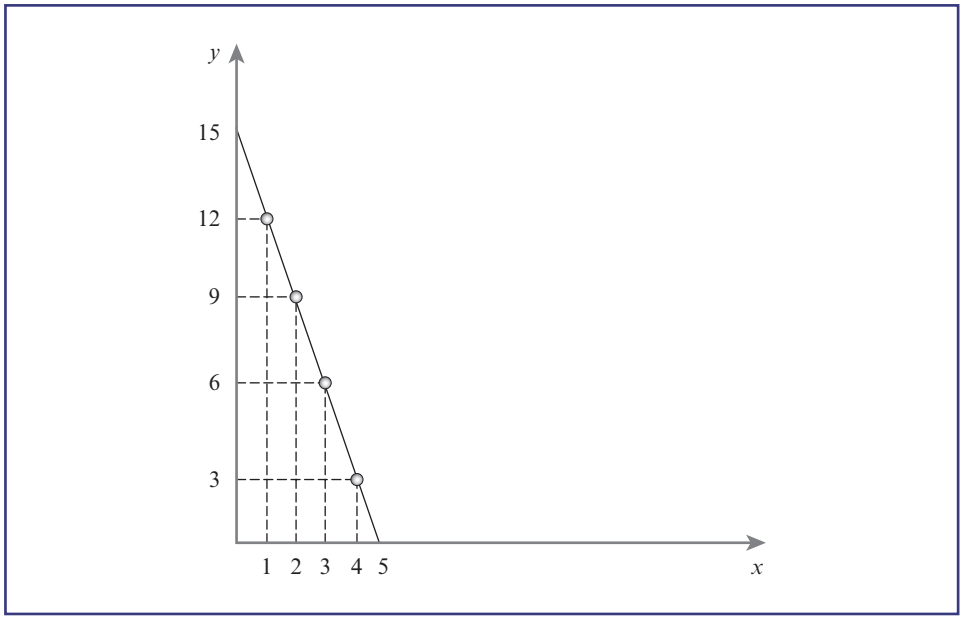
$$x^{máx} = (x, y) = (5, 0) \rightarrow x^{máx} = 5$$
$$y^{máx} = (x, y) = (0, 15) \rightarrow y^{máx} = 15$$

Vamos a utilizar una fórmula que nos permitirá obtener la expresión de la línea recta a partir de dichos valores:

$$y = y^{máx} - \frac{y^{máx}}{x^{máx}} x$$

Sustituyendo en ella los valores obtenidos:

$$y = 15 - -\frac{15}{5} x \rightarrow y = 15 - 3x$$



© Ediciones Pirámide

b) El término independiente (15) de toda recta se corresponde con su ordenada en el origen, es decir, su punto de corte con el eje vertical. Por otro lado, la constante que multiplica a la variable x es la pendiente de la recta (3). Su interpretación económica nos dice que esta economía tiene que renunciar a la producción de 3 unidades del bien y para poder producir una unidad más de x. Dicho de otra manera, el coste de oportunidad del bien x es 3 unidades del bien y.

Como acabamos de comprobar, la pendiente de una línea recta, que es siempre constante, es un valor que podemos identificar al instante; sin embargo, si nos encontramos ante una curva, dicha pendiente, que ya no será constante, no será tan sencilla de obtener y nos veremos obligados a recurrir al concepto de derivada para hallarla. Recordemos que la pendiente de la frontera de posibilidades de producción también es conocida como relación marginal de transformación (*RMT*), y podremos calcularla derivando la expresión matemática de la curva:

$$RMT = \frac{dy}{dx} = (15 - 3x)' = -3$$

Una cuestión importante que hemos dejado para el final es la del signo de la relación marginal de transformación. La frontera de posibilidades de producción es siempre decreciente, por lo que el signo de su pendiente es negativo. Sin embargo, en términos económicos no tendría sentido hablar de cantidades negativas de bienes, por lo que tomaremos el valor absoluto de dicho resultado, es decir:

$$RMT = 3$$

De aquí en adelante trataremos siempre de forma directa con el valor absoluto de este tipo de pendientes, que en no pocas ocasiones resultarán ser negativas.

NOTA: *podemos calcular el coste de oportunidad del bien y como la inversa del coste de oportunidad del bien x. Es decir:*

$$\text{Coste de oportunidad de } y = \frac{1}{\text{Coste de oportunidad de } x} = \frac{1}{3} \text{ unidades de } x$$

3.4. EL COMERCIO INTERNACIONAL

Adam Smith, en su libro *La riqueza de las naciones,* fue el primero en tratar de justificar, de forma consistente, por qué determinados países se especializan en la producción de determinados bienes y por qué luego los intercambian entre sí. Resulta que el comercio internacional tiene bastante relación con la frontera de posibilidades de producción de las economías y, más concretamente, con su pendiente.

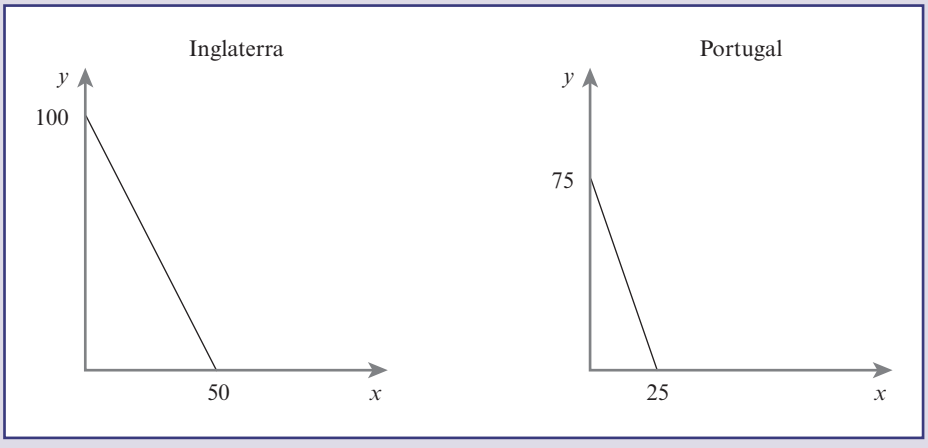
© Ediciones Pirámide

Vamos a suponer la existencia de dos economías. Ambas producen dos bienes idénticos con distintas capacidades productivas. **La teoría de la ventaja absoluta dice que cada bien será producido por el país con mayor capacidad productiva en la producción de dicho bien.** Es decir, si el país A puede producir más unidades de *x* que el país B, diríamos que el país A se especializa en la producción del bien *x* y, por tanto, tiene ventaja absoluta en la producción de ese bien. Sin embargo, esta teoría no se sustenta. Podría ocurrir que un país tuviese ventaja absoluta en la producción de ambos bienes y que, por consiguiente, el otro país no produzca nada, cosa que no ocurre en la realidad. En el mundo en el que vivimos, cada país suele estar especializado en un bien y lo intercambia por otros bienes (por ejemplo, Alemania se dedica a la producción industrial, Japón a la tecnología y España al turismo, bienes que luego intercambian entre sí).

Una vez descartada la teoría de la ventaja absoluta como una teoría cierta (aunque la estudiaremos igualmente), nos centraremos en otra teoría que parece bastante más correcta: la **teoría de la ventaja comparativa.** Nos dice que **cada país se especializará en el bien que produce más eficientemente en comparación con los otros países,** es decir, que **produce con un menor coste de oportunidad.** Como veremos en el siguiente ejemplo, la teoría de la ventaja comparativa proporciona resultados mucho más acordes con la realidad y, además, siempre ocurre que cada país se especializa en un bien.

EJERCICIO 4. El comercio internacional

Supongamos dos países, Inglaterra y Portugal. Ambos pueden producir vino o tela, de acuerdo con las siguientes fronteras de posibilidades de producción:



© Ediciones Pirámide

a) Calcule la frontera de posibilidades de producción de cada uno de los dos países.
b) ¿Qué país tiene ventaja absoluta en la producción de cada bien?
c) ¿Qué país tiene ventaja comparativa en la producción de cada bien?
d) ¿A qué tasa estarán dispuestos a intercambiar ambos bienes?

SOLUCIÓN

a) En este apartado vamos a utilizar la fórmula para la obtención de una línea recta que aprendimos en el ejercicio anterior.

$$\text{Inglaterra} \rightarrow y = y^{\text{máx}} - \frac{y^{\text{máx}}}{x^{\text{máx}}} x \rightarrow y = 100 - \frac{100}{50} x \rightarrow y = 100 - 2x$$

$$\text{Portugal} \rightarrow y = y^{\text{máx}} - \frac{y^{\text{máx}}}{x^{\text{máx}}} x \rightarrow y = 75 - \frac{75}{25} x \rightarrow y = 75 - 3x$$

b) Decimos que el país con mayor capacidad productiva tiene ventaja absoluta en la producción de ese bien. Por tanto, como podemos ver en los gráficos, Inglaterra tiene ventaja absoluta en la producción de ambos bienes y, según esta teoría, debería especializarse en la producción tanto del bien x como del bien y, quedándose Portugal sin especializarse en ningún bien.

c) Decimos que un país tiene ventaja comparativa en la producción de un bien cuando posee un menor coste de oportunidad en la producción de ese bien. Como ya sabemos, la pendiente de la frontera de posibilidades de producción nos dice el coste de oportunidad de producir el bien x medido en unidades de y. Así pues, Inglaterra tiene ventaja comparativa en la producción del bien x porque para producir una unidad tiene que renunciar a solo 2 unidades de y, mientras que Portugal tiene que renunciar a 3 unidades de y. Inglaterra se especializará en la producción del bien x y no producirá el bien y.

NOTA: *un pequeño truco para interpretar mejor el resultado es imaginar que el bien y son unidades monetarias. Sería como decir que en Inglaterra producir el bien x tiene un coste de 2 unidades monetarias y en Portugal el coste sería de 3 unidades monetarias.*

Para saber qué país se especializará en el bien y tenemos que calcular primero los costes de oportunidad de producir este bien. Como sabemos, dichos costes de oportunidad se calculan como la inversa del coste de oportunidad de x.

© Ediciones Pirámide

$$\text{Inglaterra: Coste de oportunidad de } y = \frac{1}{\text{Coste de oportunidad de } x} = \frac{1}{2} \text{ unidades de } x$$

$$\text{Portugal: Coste de oportunidad de } y = \frac{1}{\text{Coste de oportunidad de } x} = \frac{1}{3} \text{ unidades de } x$$

Vemos que Portugal tiene menor coste de oportunidad de y que Inglaterra, por lo que se especializará en dicho bien (tiene ventaja comparativa) y no producirá el otro.

d) Inglaterra producirá el bien x y Portugal producirá el bien y. Posteriormente, los intercambiarán entre sí. Como Inglaterra podría producir el bien y con un coste de 1/2 unidad de x, eso es lo máximo que estaría dispuesta a pagar por dicho bien. En caso de que Portugal quisiera cobrar más de 1/2 unidad de x por una unidad del bien y, Inglaterra decidiría producirla ella misma.

Por su parte, Portugal podría producir el bien x con un coste de 3 unidades de y. Por esta razón eso es lo máximo que estaría dispuesta a pagar por dicho bien. Si Inglaterra quisiera cobrar más unidades de y por cada unidad de x, Portugal preferiría fabricarlo ella misma.

En resumen, el bien x se lo venderá Inglaterra a Portugal como máximo a un precio de 3 unidades de y (que es lo máximo que está dispuesta a pagar Portugal) y como mínimo a un precio de 2 unidades de y (que es lo que le cuesta a ella producir el bien x).

NOTA: *para mejor comprensión, volvemos a insistir en imaginar que el bien y son unidades monetarias.*

El bien y se lo venderá Portugal a Inglaterra como máximo a un precio de 1/2 unidades de x (que es lo máximo que está dispuesta a pagar Inglaterra) y como mínimo a un precio de 1/3 unidades de x (que es lo que le cuesta a ella producir el bien y).

© Ediciones Pirámide

4 El equilibrio de un mercado competitivo

4.1. INTRODUCCIÓN

Decimos que el mercado de un determinado bien está siempre formado por **los consumidores, que son los que demandan el bien,** y por **los productores, que son los que lo ofrecen.** Cada uno de ellos tendrá que decidir cuántas unidades comprar o cuántas unidades producir. Normalmente, en este modelo económico, dicha decisión se tomará en función del precio del bien en cuestión.

Por un lado, **los consumidores estarán dispuestos a comprar más unidades del bien cuanto más barato sea.** Por otro, **los productores** se comportarán totalmente a la inversa, es decir, **tendrán menos interés en producir dicho bien cuanto más barato sea.** En contra de lo que podamos pensar, **el precio de mercado no lo deciden los que lo venden ni los que lo compran, sino que viene determinado por las propias fuerzas de la oferta y la demanda.** Decimos que **en un mercado competitivo ningún agente tiene poder de mercado** o, lo que es lo mismo, **ningún agente tiene capacidad para influir sobre el precio.**

El **equilibrio de un mercado competitivo** sucede cuando **los consumidores compran todas las unidades que desean comprar y los productores venden todas las unidades que han producido.** Dicho con otras palabras: **ni sobran** (esto es, **exceso de oferta, cuando la oferta es mayor que la demanda) ni faltan** (esto es, **exceso de demanda, cuando la demanda es mayor que la oferta) unidades del bien.**

El precio del bien será la clave para que se alcance el equilibrio del mercado. Por ejemplo, un precio demasiado alto provocará que muchos oferentes estén interesados en producir el bien, pero pocos demandantes estarán interesados en comprarlo, lo que generará un exceso de oferta (oferta mayor que demanda), de modo que quedarán unidades sin vender, lo que no es una situación deseable. Si el precio fuese demasiado bajo, ocurriría lo contrario: poca oferta por parte de los productores pero mucha demanda por parte de los consumidores, por lo que se generaría un exceso de demanda (demanda mayor que oferta), lo que impli-

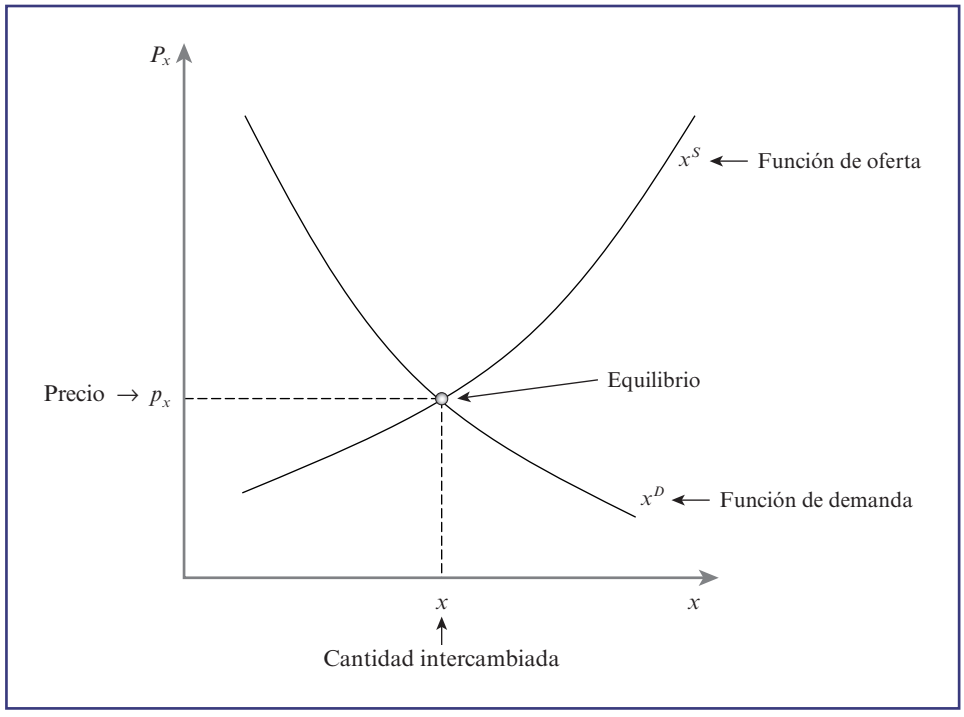
© Ediciones Pirámide

caría que se podrían vender más unidades del bien de las que se han vendido, lo cual tampoco es una situación deseable.

Por tanto, **el equilibrio de un mercado ocurre cuando la oferta y la demanda se igualan,** de manera que ni sobran ni faltan unidades del bien. Decimos que **el mercado se vacía.** Si llamamos x al bien en cuestión y utilizamos el superíndice D para simbolizar la demanda y el superíndice S para simbolizar la oferta, podremos decir:

$$\text{Equilibrio} \rightarrow \text{Oferta} = \text{Demanda} \rightarrow x^S = x^D$$

En general, la curva de oferta de un bien va a ser siempre creciente, porque cuanto mayor sea el precio, mayor será la cantidad que los productores desean ofrecer, mientras que la curva de demanda normalmente será decreciente, porque a menor precio, mayor será la cantidad demandada. Podemos observar estas cuestiones en el siguiente gráfico de ejemplo:



© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 1. Cálculo del equilibrio y representación gráfica

El mercado de un determinado bien se caracteriza por una función de demanda de los consumidores $x^D = 100 - P_x$ y una función de oferta de los productores $x^S = 2P_x + 10$, siendo P_x el precio de mercado del bien x.

a) Calcule el equilibrio de este mercado.
b) ¿Qué pasaría en este mercado si el gobierno estableciese por ley un precio máximo ($p_x^{máx}$) de venta de 20 unidades monetarias?
c) ¿Qué pasaría en este mercado si el gobierno estableciese por ley un precio máximo ($p_x^{máx}$) de venta de 40 unidades monetarias?
d) ¿Qué pasaría en este mercado si el gobierno estableciese por ley un precio mínimo ($p_x^{mín}$) de venta de 20 unidades monetarias?
e) ¿Qué pasaría en este mercado si el gobierno estableciese por ley un precio mínimo ($p_x^{mín}$) de venta de 40 unidades monetarias?

SOLUCIÓN

a) El equilibrio de un mercado se alcanza en el punto en el cual la oferta y la demanda se cortan o, lo que es lo mismo, se igualan. Dicho punto nos dirá el precio de venta que vacía el mercado, es decir, el punto en el que se venden todas las unidades producidas y todas las unidades demandadas. Para calcularlo, tenemos que aplicar la condición de equilibrio de un mercado competitivo:

$$\text{Equilibrio} \rightarrow \text{Oferta} = \text{Demanda} \rightarrow x^S = x^D$$

La anterior expresión ($x^S = x^D$) indica que debemos igualar las funciones dadas:

$$2P_x + 10 = 100 - P_x \rightarrow 3P_x = 90 \rightarrow P_x = 30$$

Como podemos ver, tras despejar la ecuación, obtenemos el precio de equilibrio del mercado. Ahora, para terminar de resolver el problema, podemos sustituir el precio, bien en la demanda, bien en la oferta, porque el resultado será el mismo:

— Sustituyendo en la oferta:

$$x^S = 2P_x + 10 \rightarrow x^S = 2 \cdot 30 + 10 \rightarrow x^S = 70$$

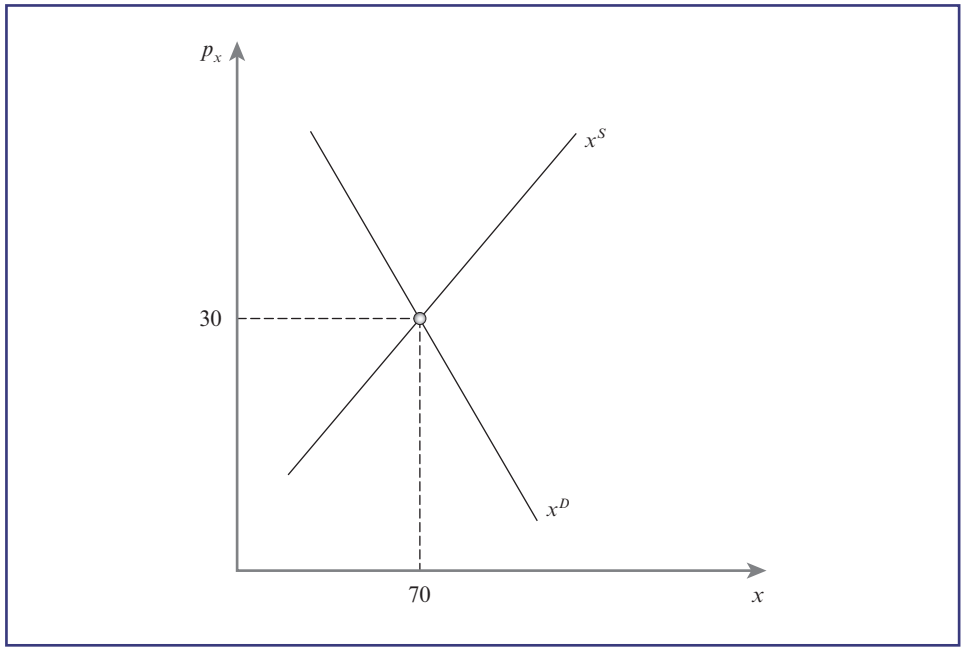
© Ediciones Pirámide

— Sustituyendo en la demanda:

$$x^D = 100 - P_x \;\rightarrow\; x^D = 100 - 30 \;\rightarrow\; x^D = 70$$

Acabamos de comprobar que el resultado obtenido es la cantidad de equilibrio intercambiada, tanto ofrecida como demandada, ya que estas cantidades han de coincidir para no contradecir la condición de equilibrio.

Debemos representar el equilibrio, que se compone de precio y cantidad, teniendo en cuenta que tanto la demanda como la oferta son líneas rectas:

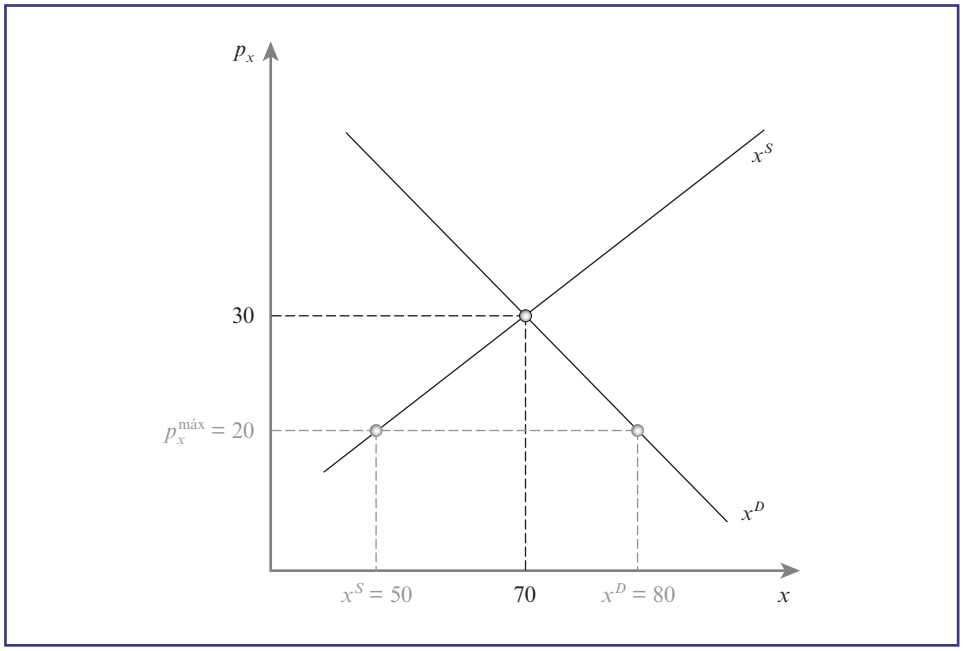


b) En este caso el mercado se vería afectado porque el bien ya no se puede intercambiar al precio de equilibrio, sino que el gobierno ha establecido un precio máximo de venta muy por debajo. Este tipo de intervenciones en el mercado por parte del gobierno suelen provocar desequilibrios, lo que implica que la oferta y la demanda no se igualen. Para comprobarlo, debemos sustituir el precio de la regulación en las funciones de oferta y demanda:

$$x^S = 2P_x + 10 \;\rightarrow\; x^S = 2 \cdot 20 + 10 \;\rightarrow\; x^S = 50$$
$$x^D = 100 - P_x \;\rightarrow\; x^D = 100 - 20 \;\rightarrow\; x^D = 80$$

© Ediciones Pirámide

Como era de esperar, un precio más bajo ha provocado que los consumidores ahora demanden una cantidad mayor que la de equilibrio, pero ha provocado lo contrario en los productores, ya que ahora estarán menos interesados en producir un bien con menor precio. Vemos que oferta y demanda ya no coinciden, sino que la demanda es mayor que la oferta, lo que conocemos como exceso de demanda, concretamente de 30 unidades, dado que los consumidores querrían comprar 80 unidades, pero los productores solamente ofrecen 50.



c) El precio de equilibrio en este mercado es de 30 unidades monetarias; por tanto, que el gobierno prohíba vender el bien a un precio mayor de 40 unidades no afectará a las decisiones de compradores y vendedores. El resultado obtenido en el apartado *a*) será el mismo que en este apartado.

d) Un precio mínimo obliga a vender el bien, como mínimo, a un precio determinado. En este caso, el gobierno no quiere que el bien se venda a un precio por debajo de 20 unidades monetarias. Como el precio de equilibrio establecido entre oferta y demanda es de 30 unidades, en este apartado, al igual que en el anterior, dicha regulación de precios no afectará al resultado.

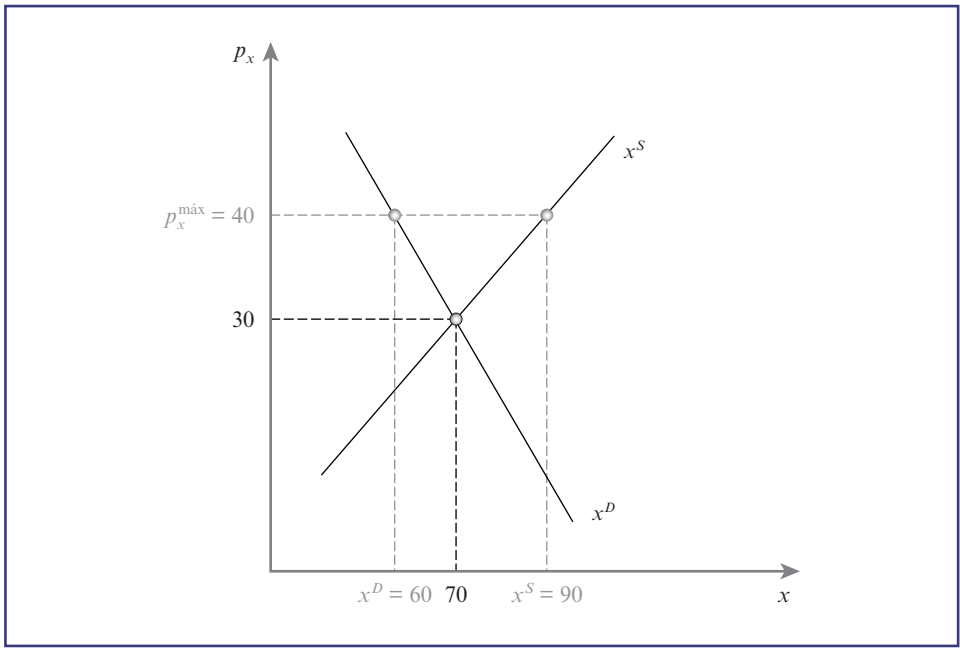
e) Un precio mínimo de 40 unidades monetarias sí afectará al equilibrio. Los consumidores y los productores ya no podrán intercambiar el bien al precio de equilibrio de 30 unidades monetarias. Para calcular la nueva situación

© Ediciones Pirámide

de mercado debemos sustituir el precio mínimo en las funciones de oferta y demanda:

$$x^S = 2P_x + 10 \rightarrow x^S = 2 \cdot 40 + 10 \rightarrow x^S = 90$$
$$x^D = 100 - P_x \rightarrow x^D = 100 - 40 \rightarrow x^D = 60$$

Ahora nos encontramos con un exceso de oferta (oferta mayor que demanda) por valor de 30 unidades del bien.



4.2. OFERTA Y DEMANDA AGREGADAS

En ocasiones, en lugar de disponer de una demanda u oferta agregadas de todo un mercado, la información que nos proporcionan es individual, es decir, conocemos la demanda u oferta de cada uno de los individuos que componen el mercado.

Lo primero que debemos hacer en estos casos es **agregar dichas funciones individuales en una conjunta que represente todo el mercado.** Para ello **deberemos sencillamente sumarlas.** Vamos a llamar x_i^D a la demanda individual de cada uno

© Ediciones Pirámide

de los consumidores y x_j^S a la oferta individual de cada uno de los productores. Las agregadas serían:

$$x^D = \sum_{i=1}^{N} x_i^D$$

$$x^S = \sum_{j=1}^{M} x_j^S$$

siendo N la cantidad total de consumidores y M la cantidad total de productores.

EJERCICIO 2. Oferta y demanda agregadas

En un mercado existen 100 consumidores y tres productores distintos. Cada uno de los consumidores posee una demanda individual idéntica, que podemos representar con

$$x_i^D = 10 - \frac{1}{5} P_x$$

Las ofertas de los productores son, respectivamente,

$$x_1^S = 5P_x, \quad x_2^S = 10P_x, \quad x_3^S = 15P_x$$

a) Calcule la demanda y la oferta agregada del mercado.
b) Calcule el equilibrio del mercado.

Solución

a) Para poder calcular el equilibrio del mercado, lo primero que debemos hacer es agregar esas demandas y ofertas individuales. Comenzaremos con la oferta agregada:

$$x^S = \sum_{j=1}^{M} x_j^S = x_1^S + x_2^S + x_3^S = 5P_x + 10P_x + 15P_x = 30P_x$$

© Ediciones Pirámide

Como todas las demandas individuales son idénticas, en lugar de sumarlas una a una, podemos directamente multiplicar la función por el número de consumidores, tal como podemos ver a continuación:

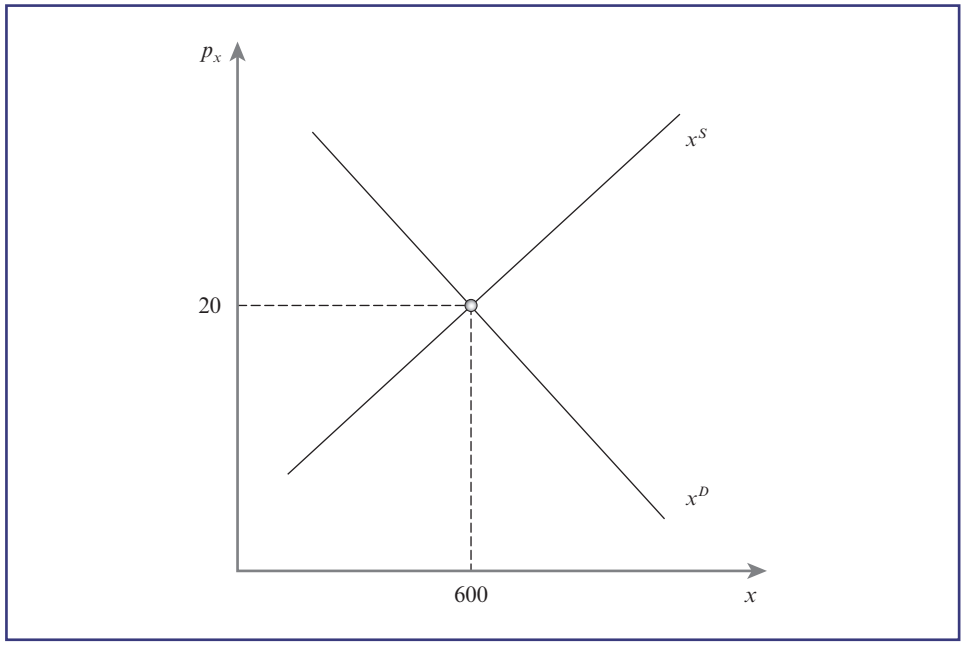
$$x^D = \sum_{i=1}^{N} x_i^D = 100x_i^D = 100\left(10 - \frac{1}{5}P_x\right) = 1.000 - 20P_x$$

b) Una vez obtenidas las funciones agregadas del mercado, basta con aplicar la condición de equilibrio para resolver el problema:

$$\text{Equilibrio} \rightarrow \text{Oferta} = \text{Demanda} \rightarrow x^S = x^D$$
$$30P_x = 1.000 - 20P_x \rightarrow 50P_x = 1.000 \rightarrow P_x = 20$$

Ahora que ya conocemos el precio de venta de equilibrio, debemos sustituirlo en la oferta o la demanda para calcular la cantidad intercambiada. Para mayor seguridad, y comprobar que el resultado es correcto, lo sustituiremos en ambas funciones:

$$x^S = 30P_x = 30 \cdot 20 = 600$$
$$x^D = 1.000 - 20P_x = 1.000 - 20 \cdot 20 = 600$$

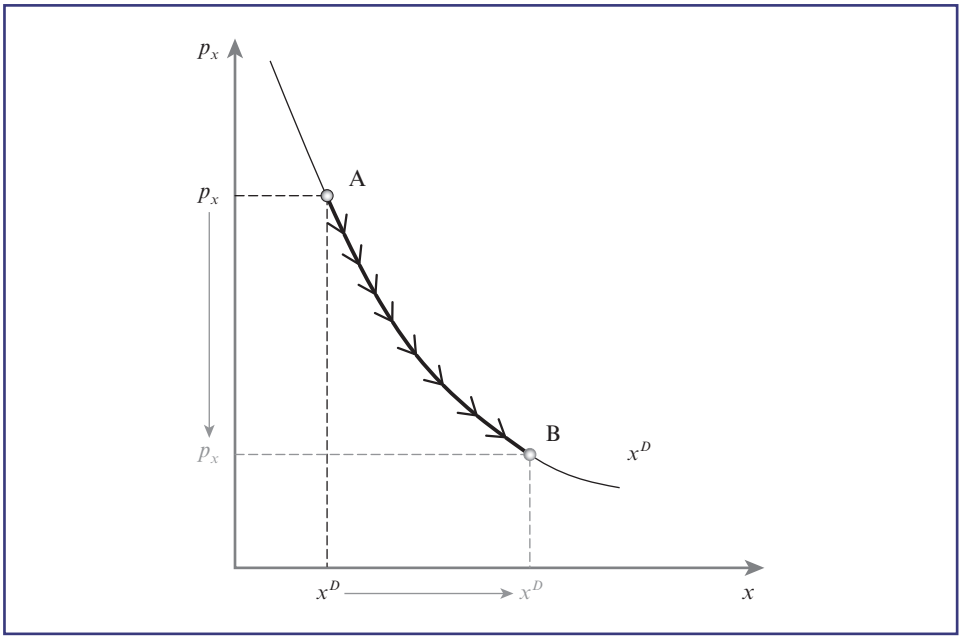


© Ediciones Pirámide

4.3. DESPLAZAMIENTOS Y TIPOS DE BIENES

Diferentes factores pueden provocar desplazamientos en las curvas de demanda y oferta de un mercado. Sin embargo, debe quedar claro desde un principio que **los cambios en el precio del propio bien (P_x) no provocan desplazamientos** de ninguna de las curvas. En este asunto es clave la terminología que usemos. Cuando cambia el precio del bien, no hay desplazamientos, pero diremos que **nos movemos a lo largo de la curva, de un punto a otro, cambiando la cantidad demandada, pero no la demanda.**

Un pequeño ejemplo gráfico sería el que tenemos a continuación. En él, podemos observar un punto *A* perteneciente a una curva de demanda cualquiera. Dicho punto se corresponde con un precio y una cantidad demandada concretos. A partir de ahí, se produce una **caída en el precio** del bien que, como vemos, provoca un **movimiento a lo largo de la curva,** desde el punto *A* hasta el punto *B*. Decimos que **aumenta la cantidad demandada, pero no la demanda** (porque la curva en sí no se desplaza).



A pesar de que los cambios en el precio del propio bien no desplazan ni la curva de demanda ni la de oferta, podemos distinguir dos tipos de bienes dependiendo de cómo se comporte la demanda ante cambios en el precio del bien. Estos son, en primer lugar, **los bienes ordinarios. En este tipo de bienes podemos observar que al aumentar su precio, se reduce su cantidad demandada** y que, por

© Ediciones Pirámide

el contrario, **al bajar su precio, aumenta su cantidad demandada.** El segundo caso, bastante peculiar, es el de **los bienes Giffen. Son aquellos que suben su demanda al subir su precio y viceversa.**

$$\text{Bienes ordinarios} \begin{cases} \uparrow P_x \rightarrow \downarrow x^D \\ \downarrow P_x \rightarrow \uparrow x^D \end{cases}$$

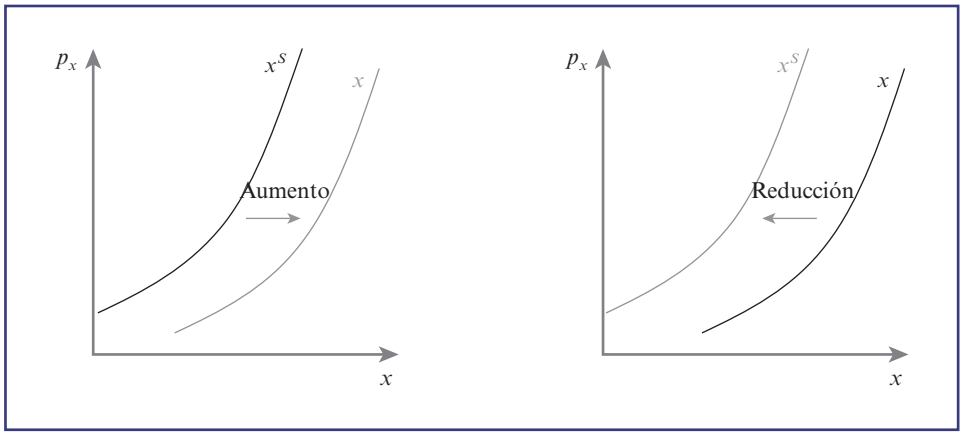
$$\text{Bienes Giffen} \begin{cases} \uparrow P_x \rightarrow \uparrow x^D \\ \downarrow P_x \rightarrow \downarrow x^D \end{cases}$$

NOTA: *los bienes Giffen son un caso muy interesante de estudio en el cual, debido a su profundidad y extensión, no profundizaremos, puesto que no es el objetivo de este libro extenderse en exceso en conceptos teóricos. Sin embargo, cabe reseñar que su curva de demanda es creciente, algo bastante llamativo. Un ejemplo de bien que puede resultar ser Giffen para los consumidores en determinados momentos es la patata. Si estos individuos poseen rentas bajas y la patata es una parte fundamental de su subsistencia, un incremento del precio de esta podría provocar un aumento de su consumo. Supongamos que el otro único alimento existente es la carne, que es mucho más cara que la patata. Uno podría pensar que la subida del precio de la patata haría que los consumidores sustituyesen su consumo por el de carne, pero como la carne es mucho más cara, con su bajo presupuesto no llegarían a cubrir sus necesidades alimenticias, aun dedicando toda su renta a la compra de carne. Esto provoca que para poder alimentarse debidamente se vean obligados a dejar de consumir carne completamente y dediquen todos sus recursos a la compra de patatas, lo cual podría llegar incluso a incrementar la cantidad consumida de estas. Como ya hemos dicho, es un tema rebuscado y no exento de discusión, pero queríamos mostrar al menos un ejemplo respecto a este concepto tan llamativo.*

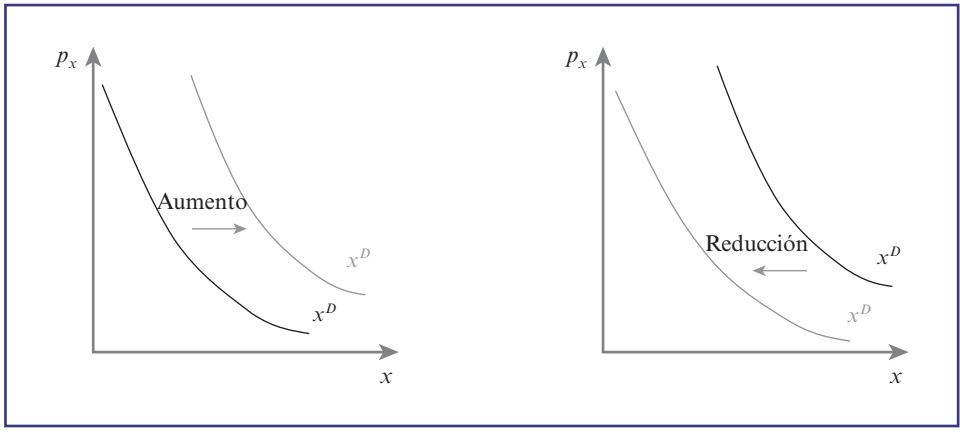
Las causas que desplazan la oferta son completamente distintas a las que desplazan la demanda, y por ello vamos a estudiarlas por separado:

Desplazamientos de la oferta. La curva de oferta de un mercado se va a desplazar hacia la derecha (va a aumentar) siempre que los productores del bien perciban una mejora en sus capacidades productivas o en sus posibles beneficios. Por tanto, existe una amplia variedad de situaciones que podrían provocar esto. Algunos ejemplos podrían ser: mejora de la tecnología, mejora de la productividad de los trabajadores, reducción de costes de producción, reducción de coste de materias primas, reducción de impuestos, incremento de subvenciones, etc. **La curva de oferta se puede desplazar hacia la izquierda (reducción de la oferta) en caso de empeoramientos de la productividad o los beneficios.**

© Ediciones Pirámide



Desplazamientos de la demanda. Existen tres factores distintos que pueden provocar desplazamientos de la curva de demanda.



— **Cambios en la renta de los consumidores:** el desplazamiento de la curva de demanda ante cambios en la renta de los consumidores dependerá del tipo de bien que estemos estudiando. Existen dos tipos de bienes dependiendo de cómo se comporte la demanda ante cambios en la renta. **El bien normal es aquel que aumenta su demanda al aumentar la renta de los consumidores y la reduce en caso contrario.** Por otro lado, **el bien inferior es aquel que reduce su demanda al aumentar la renta y viceversa.** El bien inferior puede parecer poco lógico, pero si lo pensamos detenidamente, es un tipo de bien bastante habitual. Por ejemplo, hay ciertos bienes, como la comida rápida, las marcas blancas o, en

© Ediciones Pirámide

general, los productos *low-cost,* que están orientados a individuos de rentas bajas de modo que, cuando estos obtienen rentas mayores, sencillamente dejan de comprarlos para comprar productos de mayor calidad. Si llamamos R a la renta de los consumidores y x^D a la demanda, podemos resumirlo así:

$$\text{Bienes normales} \begin{cases} \uparrow R \rightarrow \uparrow x^D \\ \downarrow R \rightarrow \downarrow x^D \end{cases}$$

$$\text{Bienes inferiores} \begin{cases} \uparrow R \rightarrow \downarrow x^D \\ \downarrow R \rightarrow \uparrow x^D \end{cases}$$

— **Cambios en el precio de otros bienes:** en esta categoría nos encontramos dos posibles casos. Primero, **los bienes sustitutivos, que son aquellos que podemos consumir indistintamente sustituyendo el uno por el otro.** Por ejemplo, este sería el caso del azúcar y la sacarina, el café y el té, la mantequilla y la margarina, etc. Es decir, bienes que cumplen la misma función, de manera que nos da igual consumir uno u otro. **Si aumenta el precio de un bien *y* sustitutivo del bien *x*, aumentará la demanda del bien *x*. Si se reduce el precio de un bien *y* sustitutivo del bien *x*, se reducirá la demanda del bien *x*.** En segundo lugar, tenemos **los bienes complementarios, que son bienes que consumimos a la vez,** es decir, **conjuntamente.** Algunos ejemplos serían cine y palomitas, coche y gasolina, ratón y teclado, etc. **Si aumenta el precio de un bien *y* complementario del bien *x*, se reducirá la demanda del bien *x*. Si se reduce el precio de un bien y complementario del bien *x*, aumentará la demanda del bien *x*.** Lo podemos resumir así:

$$\text{Bienes sustitutivos} \begin{cases} \uparrow P_y \rightarrow \uparrow x^D \\ \downarrow P_y \rightarrow \downarrow x^D \end{cases}$$

$$\text{Bienes complementarios} \begin{cases} \uparrow P_y \rightarrow \downarrow x^D \\ \downarrow P_y \rightarrow \uparrow x^D \end{cases}$$

— **Cambios en las preferencias de los consumidores:** por último, **un aumento o mejora de las preferencias hacia un determinado bien incrementará la demanda de ese bien y viceversa.**

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 3. Desplazamientos y tipos de bienes

El mercado del bien x es competitivo. Con curvas de oferta creciente y de demanda decreciente. Dicho bien es inferior, ordinario y complementario de otro bien y. Analice y represente gráficamente cada uno de los siguientes cambios en el mercado del bien x:

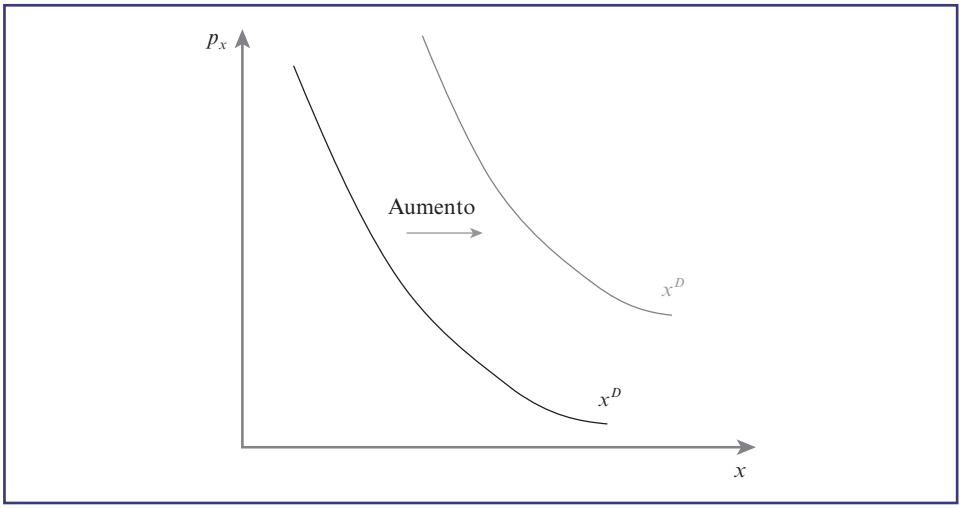
a) Se reduce la renta de los consumidores.
b) Se reduce el precio del bien y.
c) Se produce una mejora tecnológica en la producción del bien x y, simultáneamente, se reducen las preferencias hacia ese bien.
d) Se aplica un nuevo impuesto a la producción del bien y.
e) Sube el precio del bien x.

SOLUCIÓN

a) Debemos tener en cuenta que estamos ante un bien inferior. Recordemos que dicho tipo de bien tiene un efecto sobre la demanda como el que describimos previamente y recordamos a continuación:

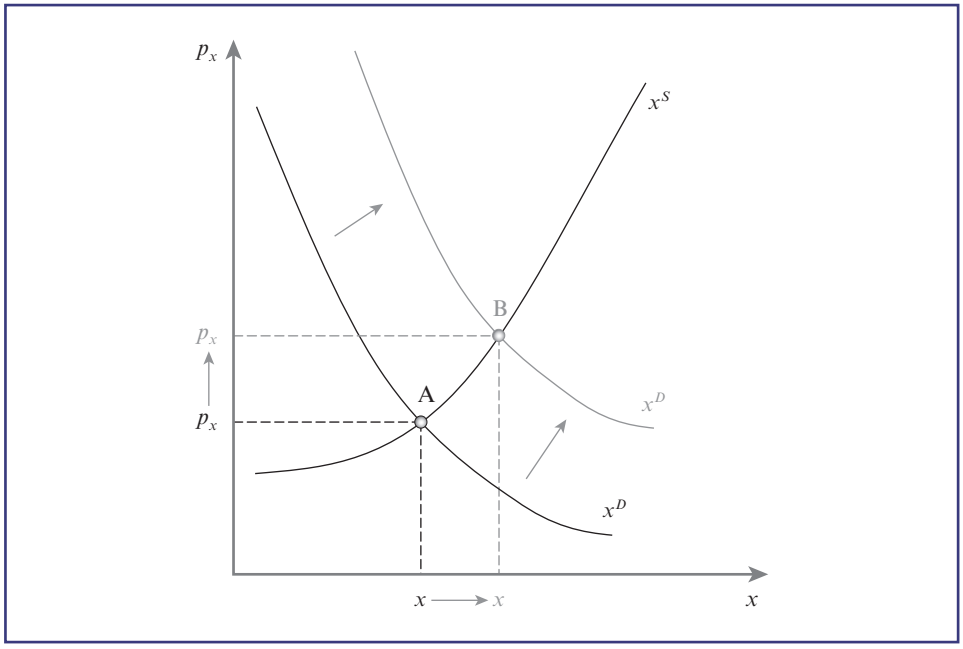
$$\text{Bienes inferiores} \begin{cases} \uparrow R \rightarrow \downarrow x^D \\ \downarrow R \rightarrow \uparrow x^D \end{cases}$$

Como en este apartado nos indican que la renta de los consumidores ha caído, observaremos un aumento en la demanda del bien, lo que gráficamente se traduce en un desplazamiento de la curva hacia la derecha.



© Ediciones Pirámide

¿Cómo afectaría este hecho al equilibrio del mercado? Para realizar este análisis, vamos a representar gráficamente el equilibrio inicial y compararlo con el equilibrio final tras el desplazamiento.

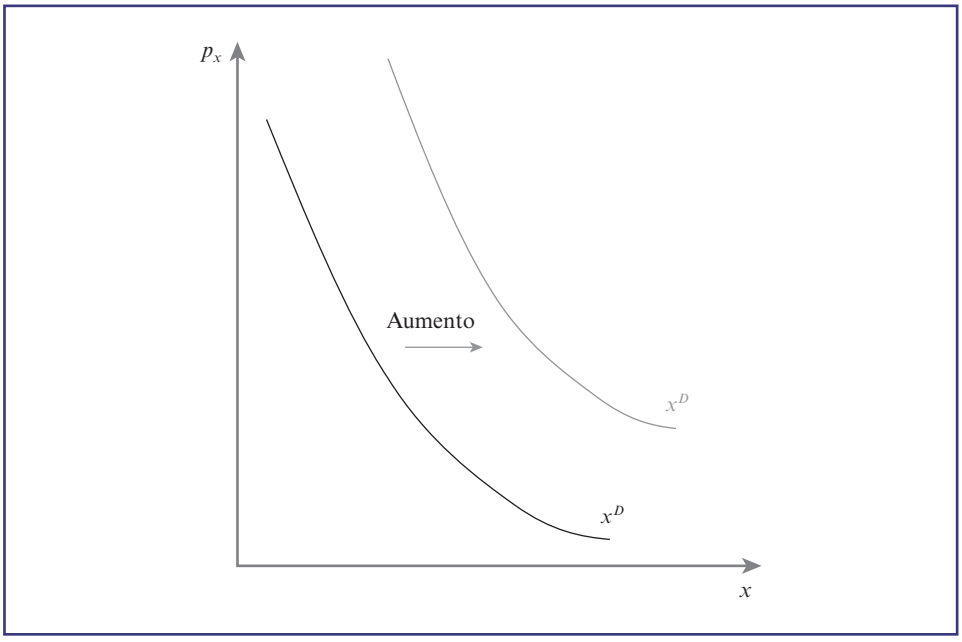


El equilibrio inicial de este mercado viene representado por el punto *A* del gráfico. Dicho punto de equilibrio nos proporciona un precio y una cantidad que igualan oferta y demanda. El desplazamiento de la demanda hacia la derecha nos lleva a un nuevo punto de equilibrio, el punto *B*, para el cual vemos un incremento del precio y de la cantidad intercambiada.

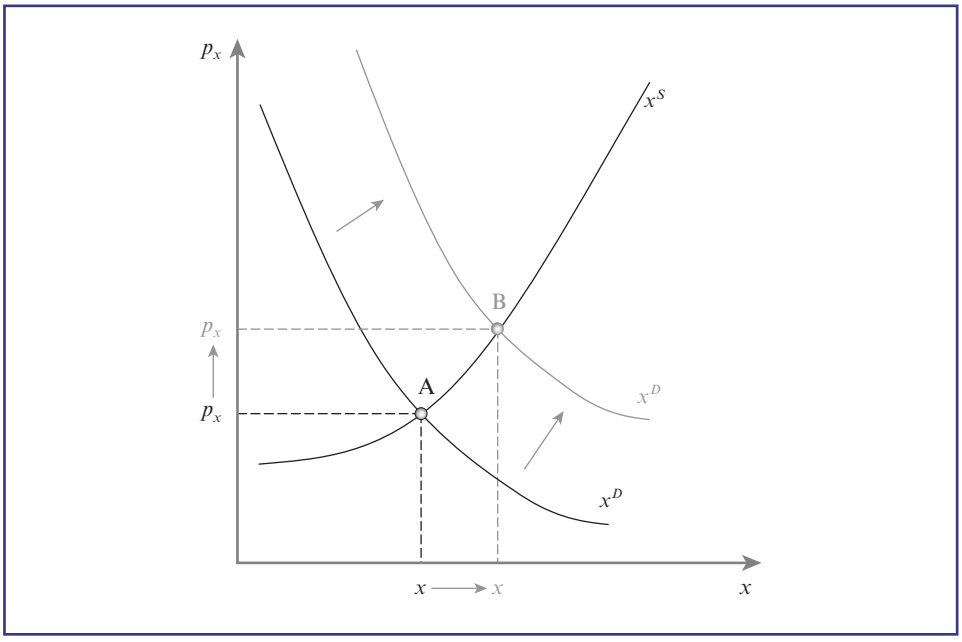
b) Como el bien *y* es un bien complementario del bien *x*, la reducción del precio del primero provocará un aumento en la demanda del segundo, esto es, un desplazamiento hacia la derecha.

$$\text{Bienes complementarios} \begin{cases} \uparrow P_y \rightarrow \downarrow x^D \\ \downarrow P_y \rightarrow \uparrow x^D \end{cases}$$

© Ediciones Pirámide



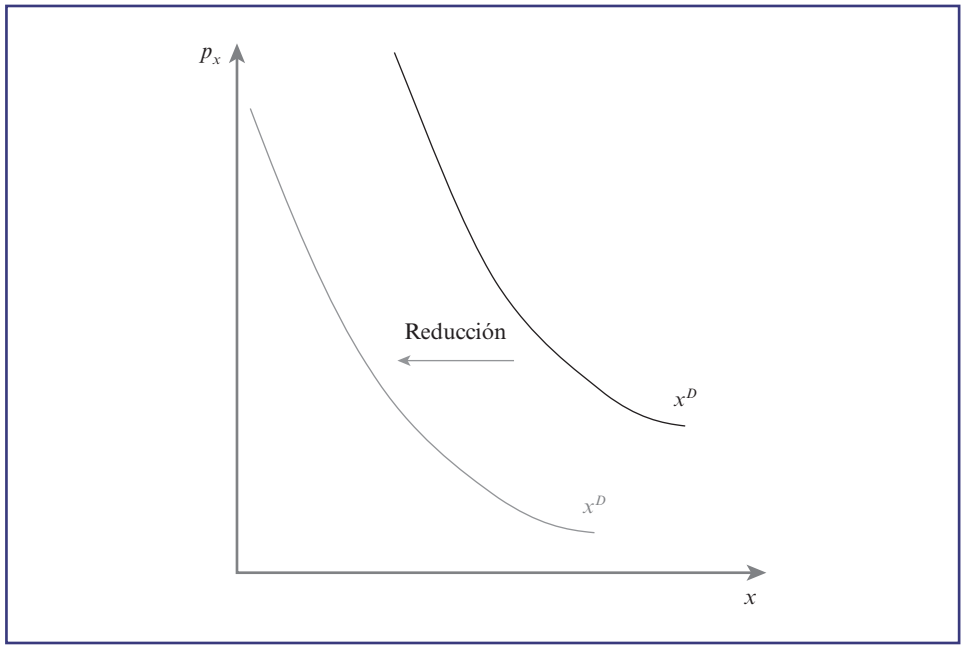
En cuanto al equilibrio, el resultado sería el mismo que el del apartado anterior:



© Ediciones Pirámide

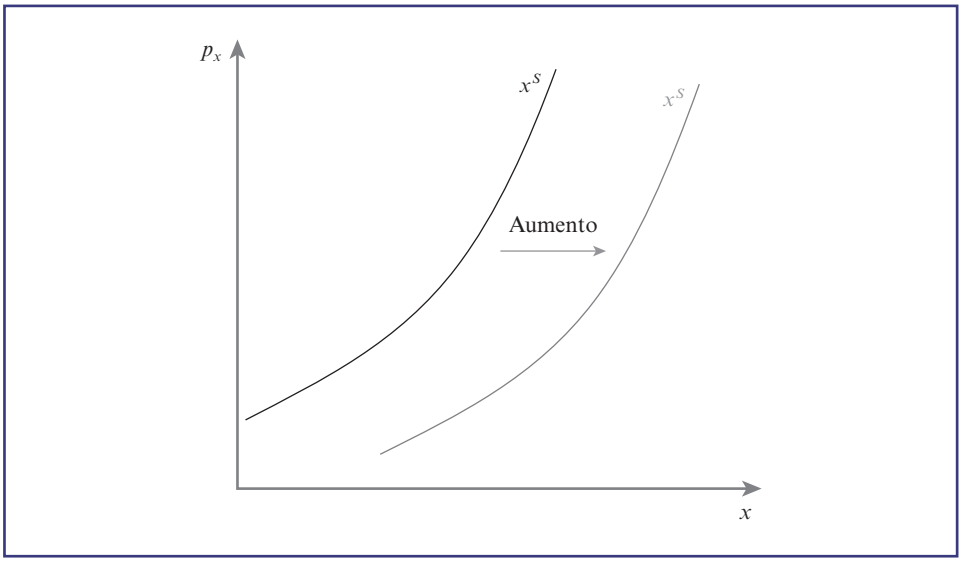
Aumento tanto del precio como de la cantidad.

c) Cuando nos encontramos ante dos perturbaciones simultáneas, lo mejor que podemos hacer es analizar cada una por separado y luego comparar los resultados conjuntamente. Vamos a comenzar analizando el efecto sobre la demanda, aunque el orden en el que lo analicemos no cambiará los resultados. Como se ha producido una reducción de las preferencias hacia el bien, veremos un desplazamiento hacia la izquierda de la curva de demanda.

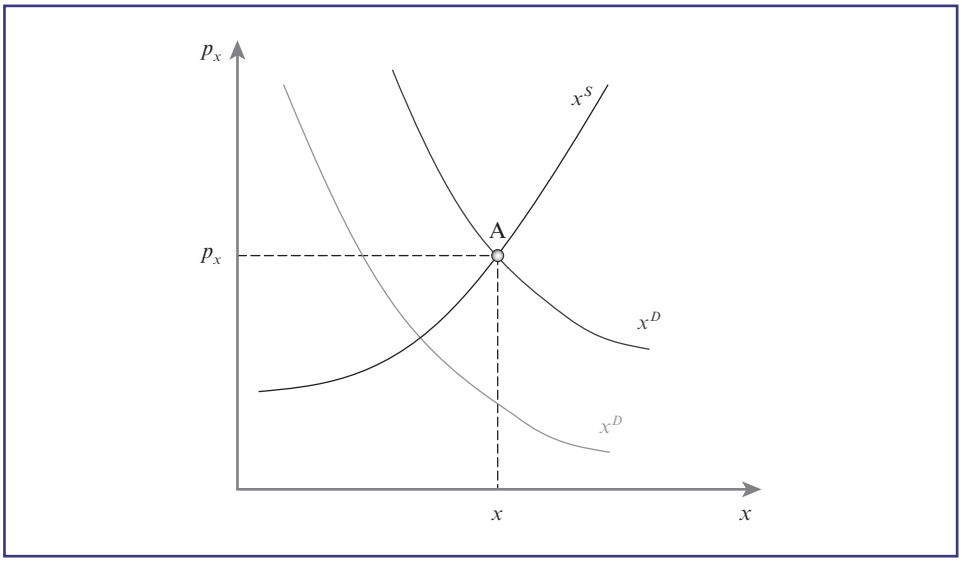


Pasamos ahora a los efectos sobre la oferta. Nos indican que se ha producido una mejora tecnológica en la producción del bien, lo cual desplazará la curva de oferta hacia la derecha.

© Ediciones Pirámide

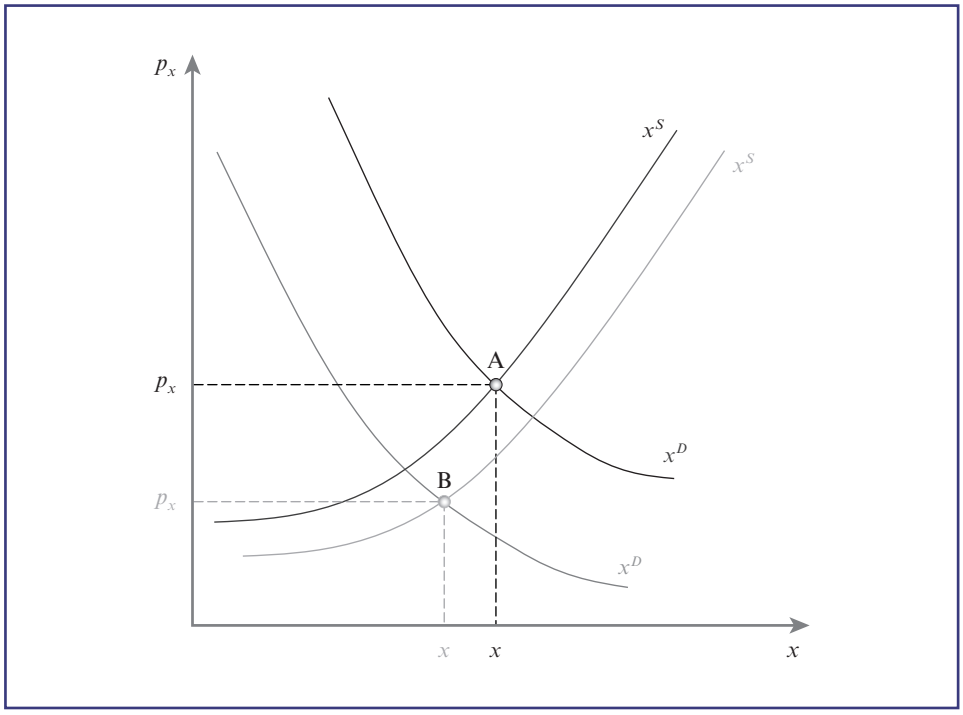


Ahora viene la parte más complicada: aunar en un solo gráfico ambos desplazamientos. Antes de ir al gráfico, debemos saber que siempre que se produce un doble desplazamiento de curvas, al menos una de las dos variables (precio o cantidad) quedará indeterminada, es decir, no podremos dar una respuesta concreta a lo que pasará con ella. Para facilitar la explicación, vamos a realizar el proceso en tres pasos. Primero desplazaremos una de las dos curvas, no importa cuál. Por ejemplo, vamos a desplazar primero la demanda:



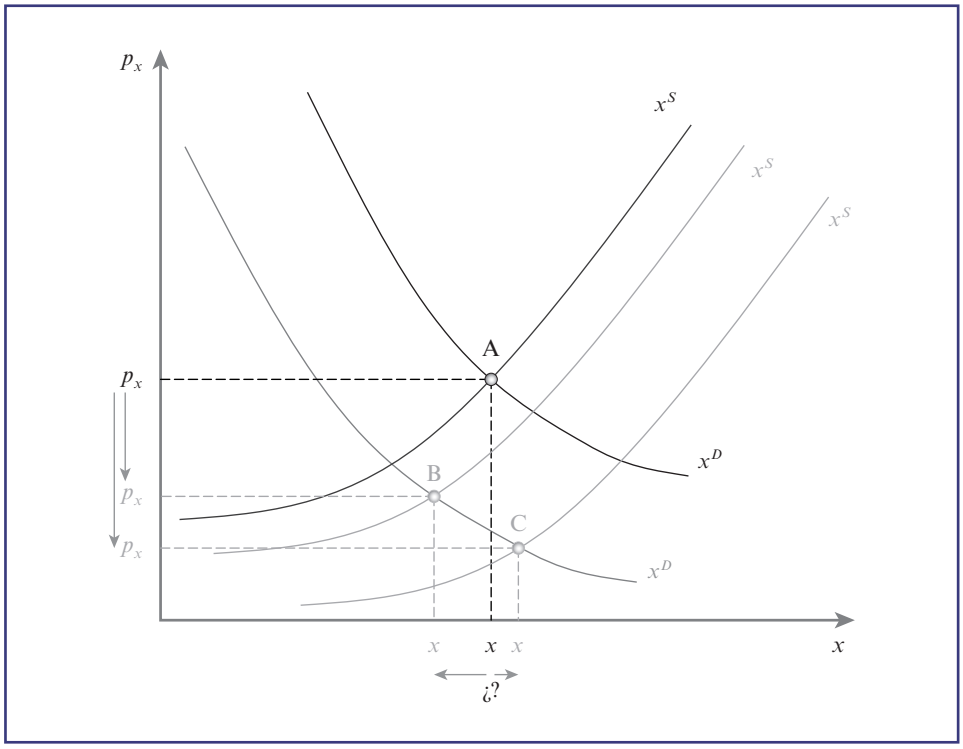
© Ediciones Pirámide

A continuación, tenemos que desplazar la otra curva, que en nuestro ejemplo es la curva de oferta. Concretamente la tenemos que desplazar hacia la derecha. Pero dependiendo de lo grande que sea dicho desplazamiento, el resultado sobre las variables puede ser distinto. Vamos a demostrarlo haciendo primero un desplazamiento «pequeño». Observaremos que, en este caso, como resultado final, habrán caído el precio y la cantidad de equilibrio.



Sin embargo, si el desplazamiento de la curva de oferta hacia la derecha fuese lo suficientemente grande, como podemos ver en el gráfico a continuación, el resultado sobre la cantidad cambiaría, pasando a aumentar, mientras que el precio seguiría cayendo, aunque con mayor intensidad.

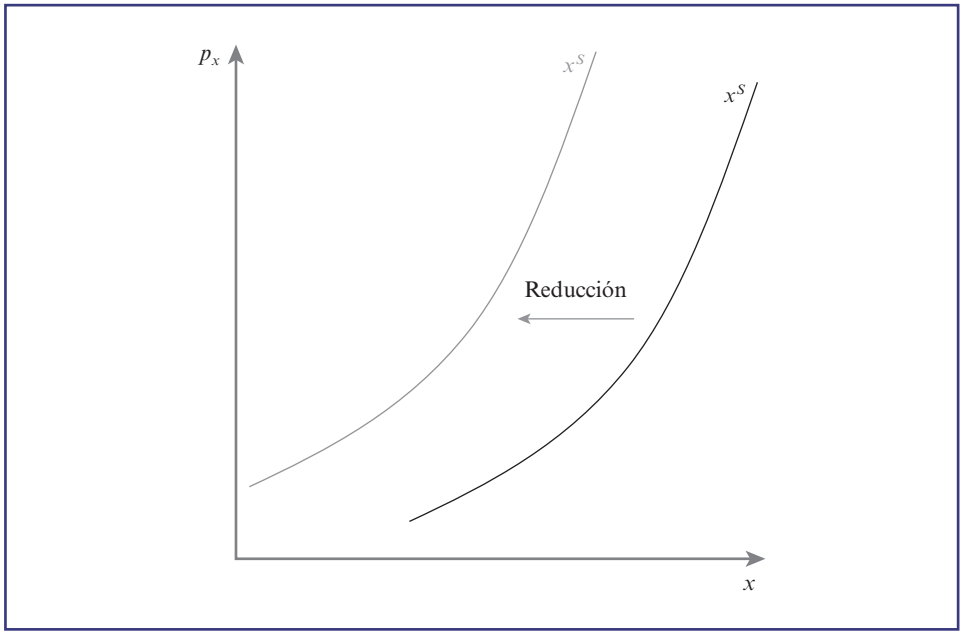
© Ediciones Pirámide



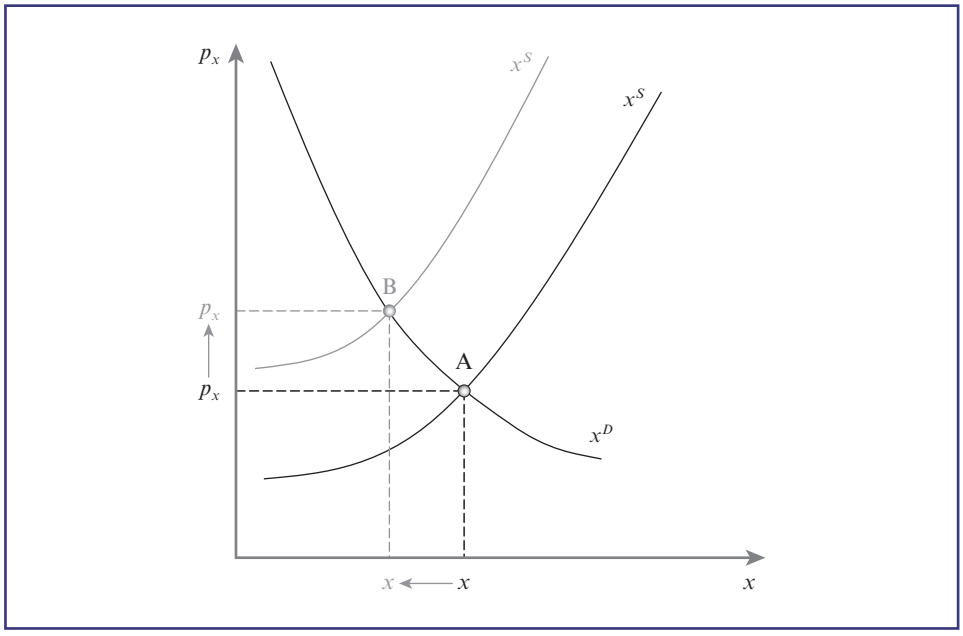
Por eso, en este apartado, diremos que, en el nuevo equilibrio tras el doble desplazamiento, el precio del bien caerá con total seguridad, pero la cantidad intercambiada quedará indeterminada, pudiendo reducirse, aumentar o incluso quedar constante si el desplazamiento de las curvas fuese el adecuado.

d) Un nuevo impuesto sobre las empresas afectará negativamente al beneficio de estas, por lo que observaremos un desplazamiento de la curva de oferta hacia la izquierda.

© Ediciones Pirámide



En cuanto al nuevo equilibrio, observaremos un aumento del precio y una reducción de la cantidad intercambiada.



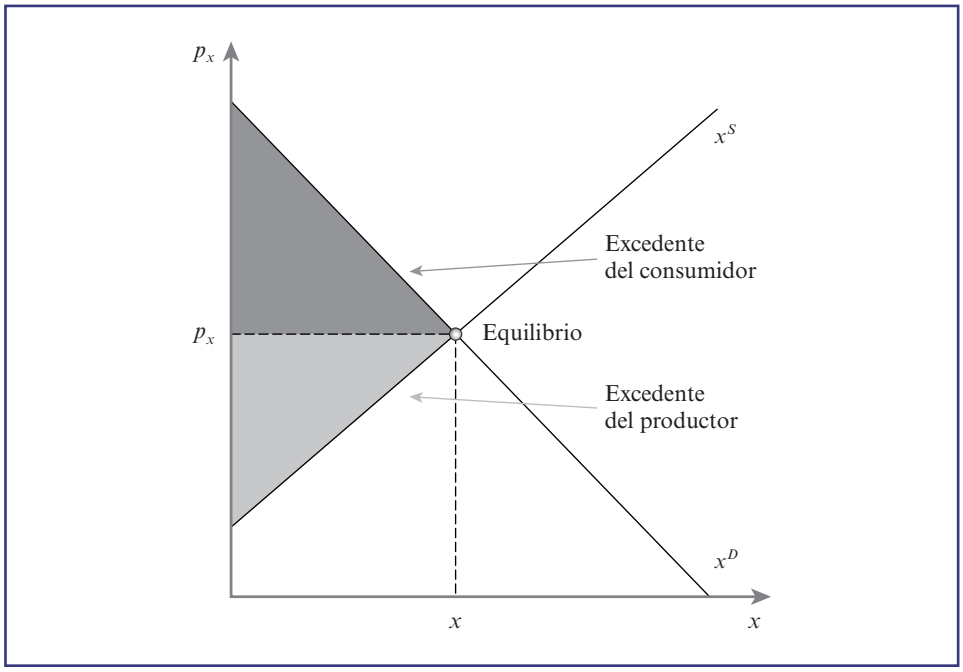
© Ediciones Pirámide

e) Los cambios en el precio del propio bien no provocan desplazamientos ni de la oferta ni de la demanda, por lo que el equilibrio no cambia.

4.4. LOS EXCEDENTES

El excedente del consumidor mide el bienestar que obtienen los consumidores al comprar bienes. El excedente del productor mide el bienestar que los productores obtienen al venderlos. Dicho bienestar va a depender de dos factores: el precio del bien y la cantidad comprada y vendida de dicho bien. Para calcularlos, utilizaremos el equilibrio del mercado.

Si tenemos en cuenta que **la curva de demanda de los consumidores muestra su disposición a pagar**, es decir, muestra lo máximo que están dispuestos a pagar por un determinado bien, podríamos decir que el área comprendida entre la demanda y el precio que realmente pagan los consumidores (P_x) se corresponde con su excedente. De forma análoga, **la curva de oferta representa el coste de producción de cada unidad del bien;** por tanto, podríamos decir que el área comprendida entre la curva de oferta y el precio al que venden el producto (P_x) se corresponde con su excedente. Veámoslo con un gráfico de ejemplo:



© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 4. Los excedentes

Un mercado posee una curva de demanda $x^D = 80 - P_x$ y una curva de oferta $x^S = P_x$.

a) Calcule el equilibrio del mercado.
b) Calcule el excedente del consumidor.
c) Calcule el excedente del productor.
d) Calcule el excedente total o social.

SOLUCIÓN

a) Este primer apartado es parecido a otros realizados anteriormente a lo largo del capítulo. Para calcular el equilibrio, simplemente aplicamos la condición de equilibrio, que consiste en igualar oferta y demanda para despejar el precio:

$$\text{Equilibrio} \rightarrow \text{Oferta} = \text{Demanda} \rightarrow x^S = x^D$$
$$P_x = 80 - P_x \rightarrow 2P_x = 80 \rightarrow P_x = 40$$

Ahora sustituimos el precio en la oferta y la demanda para comprobar que la cantidad intercambiada coincide:

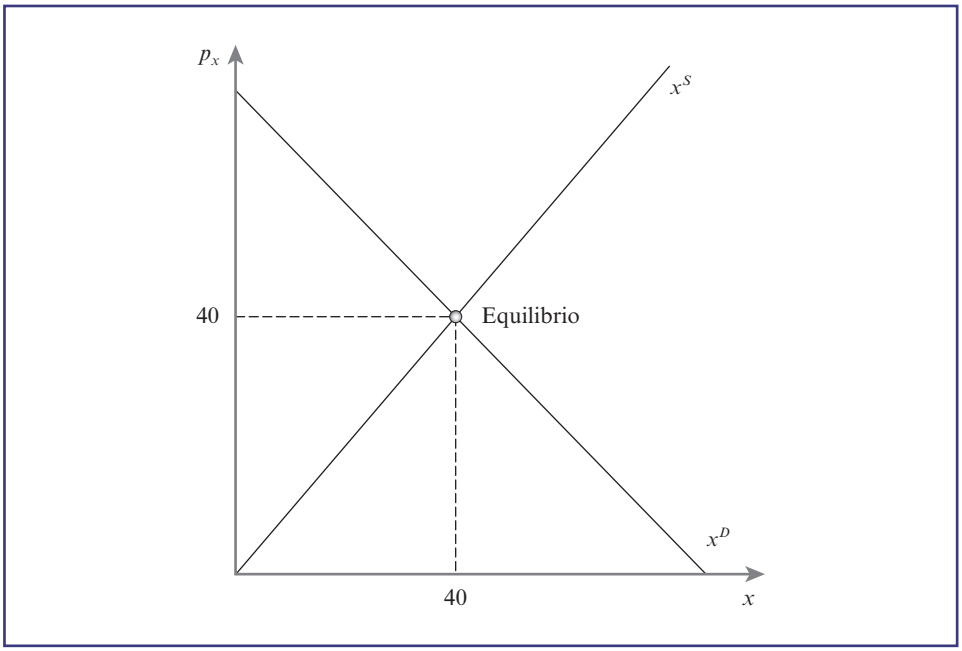
— Sustituyendo en la oferta:

$$x^S = P_x \rightarrow x^S = 40$$

— Sustituyendo en la demanda:

$$x^D = 80 - P_x \rightarrow x^D = 80 - 40 \rightarrow x^D = 40$$

© Ediciones Pirámide



b) Para calcular el excedente del consumidor, debemos hallar el área comprendida entre el precio de equilibrio y la curva de demanda. En general, para calcular todo tipo de áreas, recurrimos al uso de integrales. Sin embargo, en los ejemplos que vamos a ver en estas páginas, nos vamos a encontrar siempre figuras geométricas conocidas, formadas por líneas rectas, como triángulos o rectángulos, para las cuales conocemos fórmulas directas para calcular su área. Si las funciones de demanda u oferta tuviesen curvatura, sería obligatorio el uso de integrales, pero no son objeto de estudio de este libro.

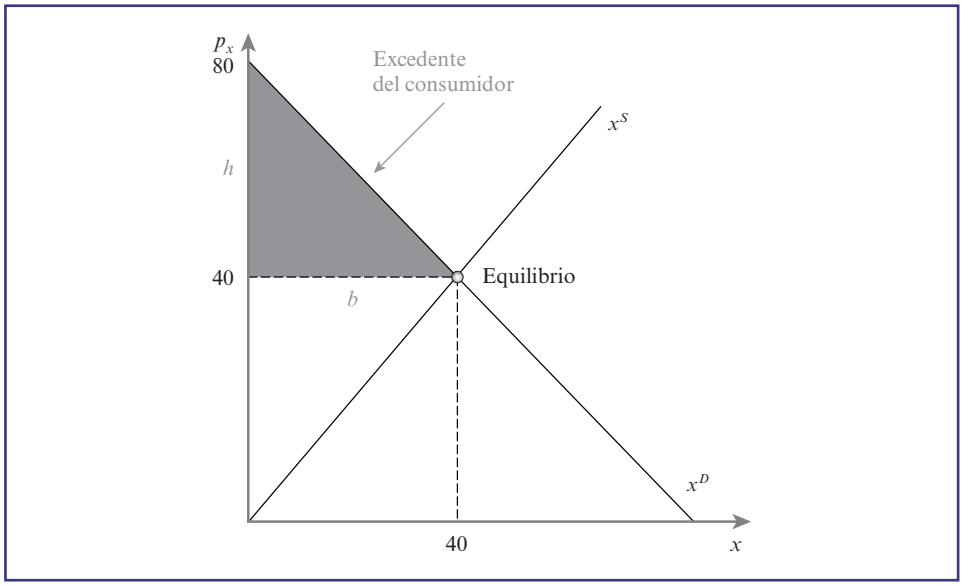
Volviendo al caso que nos ocupa, podemos ver que el excedente del consumidor se corresponde con el área de un triángulo. Si llamamos *b* a la base del triángulo y *h* a la altura, podemos escribir lo siguiente:

$$\text{Excedente del consumidor} = \text{Área del triángulo} = \frac{bh}{2}$$

Un paso previo para calcular estas áreas es el de calcular los puntos de corte con el eje vertical tanto de la oferta como de la demanda. Una vez hecho esto, podemos sustituir la información correspondiente en la fórmula:

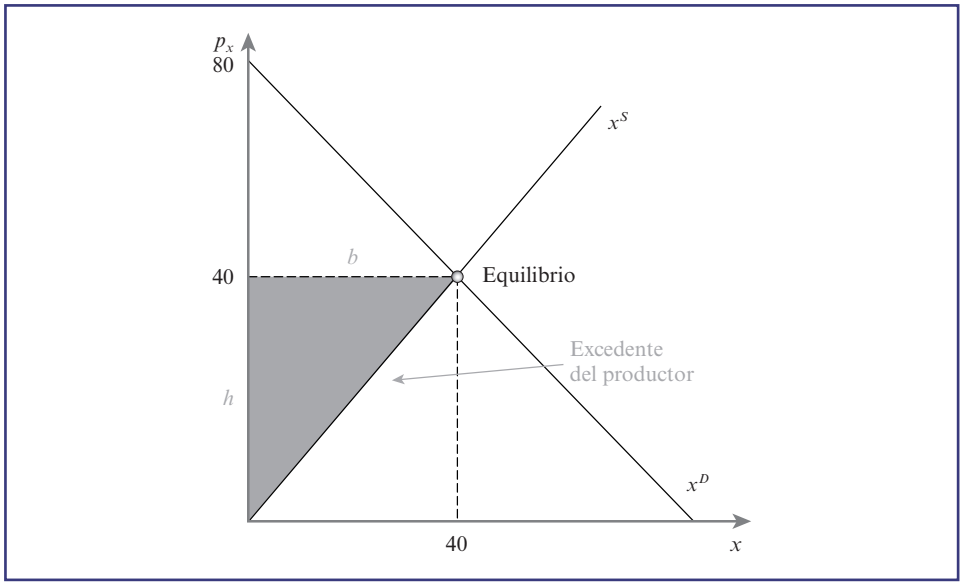
$$\text{Excedente del consumidor} = \frac{bh}{2} = \frac{40 \cdot 40}{2} = 800 \text{ unidades monetarias}$$

© Ediciones Pirámide



c) De forma parecida al apartado anterior, calcularemos el excedente del productor como el área comprendida entre el precio de equilibrio y la curva de oferta del mercado:

$$\text{Excedente del productor} = \frac{bh}{2} = \frac{40 \cdot 40}{2} = 800 \text{ unidades monetarias}$$



© Ediciones Pirámide

Debido a la sencillez del ejercicio, los resultados coinciden, pero esto no pasará en general en otros ejemplos.

d) El excedente total o social es sencillamente la suma de los excedentes de consumidor y productor:

$$\text{Excedente social} = \text{Excedente del consumidor} + \text{Excedente del productor} = 800 + 800 = 1.600$$

4.5. IMPUESTOS E INCIDENCIA IMPOSITIVA

En la mayoría de economías existe un gobierno que interviene en los mercados introduciendo **impuestos o subvenciones.** En este punto vamos a analizar cómo **estas intervenciones afectan al equilibrio de mercado,** pero podemos ir adelantando, como demostraremos más adelante, que no son buenas para la economía, dado que **producen una pérdida irrecuperable de eficiencia o bienestar**, esto es, **reducen el excedente total o social.**

La introducción de impuestos en la economía **provocará en general un incremento en el precio de mercado y una reducción en la cantidad intercambiada del bien.** Por el contrario, **la introducción de subvenciones provocará en general una reducción en el precio de mercado y un aumento en la cantidad intercambiada del bien.**

Sin embargo, resultará curioso comprobar, como haremos en el siguiente ejemplo, que dicha **subvención o impuesto, da igual que se aplique sobre el productor o sobre el consumidor, provocará exactamente el mismo resultado** sobre el equilibrio del mercado.

EJERCICIO 5. Impuestos e incidencia impositiva

El mercado del bien x es un mercado competitivo en el que los consumidores presentan una función de demanda agregada $x^D = 200 - 2P_x$ y los productores presentan una función de oferta $x^S = 2P_x - 20$. El gobierno decide introducir un impuesto sobre el bien de 15 unidades monetarias.

a) Calcule el equilibrio antes de la introducción del impuesto.
b) Calcule el equilibrio después de la introducción del impuesto si este es aplicado sobre los productores.
c) Calcule el equilibrio después de la introducción del impuesto si este es aplicado sobre los consumidores.

© Ediciones Pirámide

SOLUCIÓN

a) Nuevamente recurrimos a la condición de equilibrio de un mercado competitivo:

$$\text{Equilibrio} \rightarrow \text{Oferta} = \text{Demanda} \rightarrow x^S = x^D$$
$$2P_x - 20 = 200 - 2P_x \rightarrow 4P_x = 200 \rightarrow P_x = 55$$

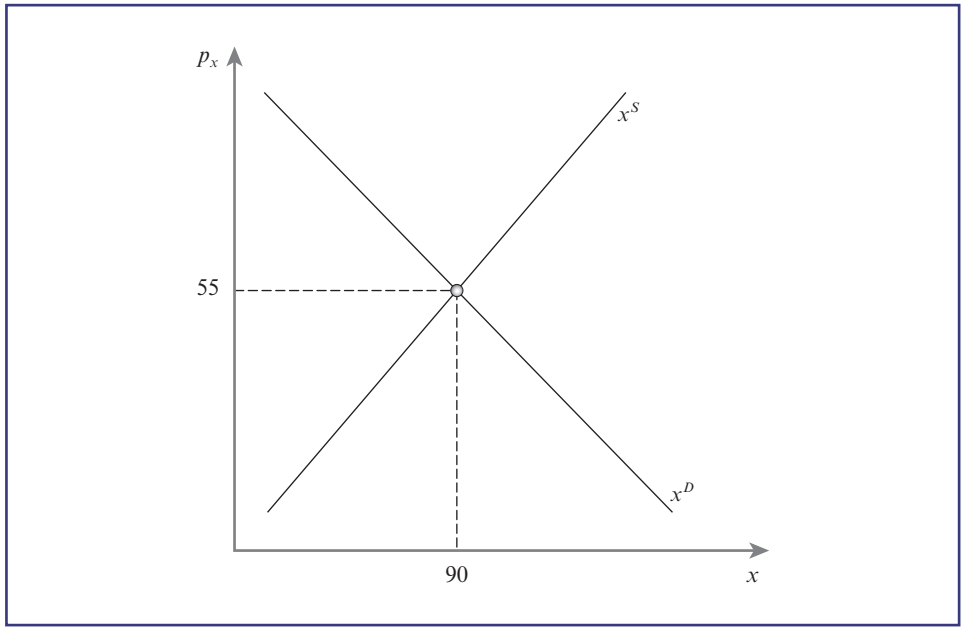
Como en el resto de ejercicios del capítulo, sustituimos ahora el precio obtenido en las funciones de oferta y demanda para averiguar la cantidad intercambiada en el equilibrio:

— Sustituyendo en la oferta:

$$x^S = 2P_x - 20 \rightarrow x^S = 2 \cdot 55 - 20 \rightarrow x^S = 90$$

— Sustituyendo en la demanda:

$$x^D = 200 - 2P_x \rightarrow x^D = 200 - 2 \cdot 55 \rightarrow x^D = 90$$



© Ediciones Pirámide

b) Este impuesto, que deben pagar los productores, supone una reducción de sus ingresos de 15 unidades monetarias por cada unidad producida del bien. Para calcular el nuevo equilibrio del mercado tenemos que introducirlo en la nueva curva de oferta. Debemos hacer un cambio de variable consistente en cambiar la variable P_x por la variable P'_x, que podemos calcular como $P'_x = P_x - t_x$, siendo t_x el impuesto (en caso de una subvención del tipo s_x, dicho valor aparecería sumando, en lugar de restando, como el impuesto). Veamos cómo quedaría la nueva función de oferta:

— Nueva oferta:

$$x^S = 2P'_x - 20 = 2(P_x - t_x) - 20 = 2(P_x - 15) - 20 = 2P_x - 50$$

Nótese que la variable de la que realmente depende la oferta seguirá siendo P_x, que será el precio de equilibrio del mercado, al cual se compra y se vende el bien. P'_x representa el precio que percibe el productor, esto es, el precio que cobra menos el impuesto que tiene que pagar.

Para calcular el equilibrio nuevamente recurrimos a su condición básica:

$$\text{Equilibrio} \rightarrow \text{Oferta} = \text{Demanda} \rightarrow x^S = x^D$$

Pero ahora sustituimos la nueva curva de oferta:

$$2P_x - 50 = 200 - 2P_x \rightarrow 4P_x = 250 \rightarrow P_x = 62{,}5$$

Vemos algo curioso: a pesar de que el impuesto aplicado por el gobierno ha sido de 15 unidades monetarias por cada unidad vendida, el precio se ha elevado en tan solo 7,5 unidades monetarias. Esto es algo que podríamos observar fácilmente en la realidad. Las empresas saben que van a ganar 15 unidades monetarias menos por unidad vendida debido al impuesto; sin embargo, no elevan el precio en dicha suma por temor a la reducción en la cantidad demandada por parte de los consumidores. Así pues, deciden subir el precio en tan solo 7,5 unidades monetarias, asumiendo las otras 7,5 unidades monetarias restantes como pérdidas. El verdadero precio que perciben ahora las empresas será:

$$P'_x = P_x - t_x = 62{,}5 - 15 = 47{,}5$$

Como acabamos de comprobar, las empresas ahora solo ingresan 47,5 unidades monetarias por unidad vendida, 7,5 menos que antes. Por su parte, los consumidores pagan 62,5, que son 7,5 unidades monetarias más que antes. En total, así se pagan las 15 unidades monetarias del impuesto. Decimos que la incidencia impositiva ha sido 7,5 unidades monetarias que pagan los productores y 7,5 que pagan los consumidores.

© Ediciones Pirámide

NOTA: *la incidencia impositiva demuestra que en general la aplicación de un impuesto, ya sea sobre el productor o sobre el consumidor, se repartirá entre ambos agentes,* ***no necesariamente a partes iguales.*** *Concretamente, el agente con menor elasticidad (concepto que estudiaremos en el siguiente capítulo) asumirá siempre en mayor medida el impuesto. En este caso, podemos suponer que la elasticidad de la oferta es igual que la elasticidad de la demanda, dado que los productores pagan una parte del impuesto idéntica a la que pagan los consumidores.*

Calculemos también la cantidad intercambiada en el nuevo equilibrio, para comprobar que efectivamente oferta y demanda coinciden:

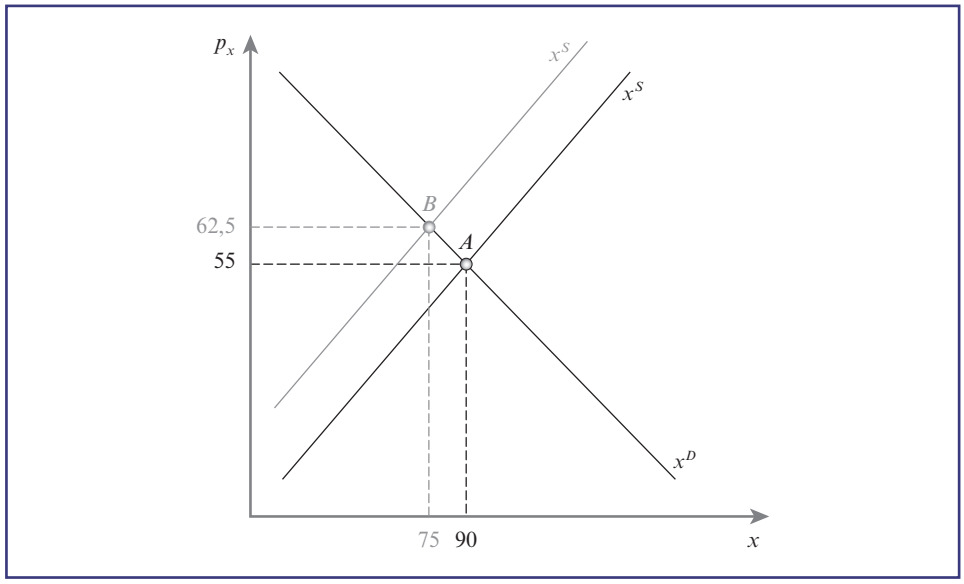
— Sustituyendo en la nueva oferta:

$$x^S = 2P_x - 50 \;\rightarrow\; x^S = 2 \cdot 62{,}5 - 50 \;\rightarrow\; x^S = 75$$

— Sustituyendo en la demanda:

$$x^D = 200 - 2P_x \;\rightarrow\; x^D = 200 - 2 \cdot 62{,}5 \;\rightarrow\; x^D = 75$$

Gráficamente, este hecho se observaría como un desplazamiento de la oferta hacia la izquierda (si nos hubiésemos enfrentado a una subvención en lugar de a un impuesto, el desplazamiento habría sido hacia la derecha), provocando un aumento del precio y una reducción de la cantidad intercambiada, pasando del equilibrio inicial antes del impuesto, representado por el punto *A*, al equilibrio final después del impuesto, representado por el punto *B*.



© Ediciones Pirámide

c) En este apartado vamos a comprobar que la aplicación del impuesto provocará el mismo resultado, independientemente de si se aplica sobre los productores o sobre los consumidores. En primer lugar, debemos calcular la nueva función de demanda después de la aplicación del impuesto, de forma análoga a la del apartado anterior, con la diferencia de que el impuesto aparecerá sumando, ya que implica un mayor precio que debe pagar el consumidor. Tendríamos lo siguiente:

— Nueva demanda:

$$x^D = 200 - 2P'_x \;\rightarrow\; x^D = 200 - 2(P_x + t_x) \;\rightarrow$$
$$\rightarrow\; x^D = 200 - 2(P_x + 15) = 170 - 2P_x$$

NOTA: *en caso de subvención (s_x), dicho término aparecería restando dentro del paréntesis, en lugar de sumando como el impuesto.*

Ahora podemos calcular el nuevo equilibrio mediante la condición habitual:

$$\text{Equilibrio} \;\rightarrow\; \text{Oferta} = \text{Demanda} \;\rightarrow\; x^S = x^D$$

Pero ahora sustituimos la nueva curva de demanda:

$$2P_x - 20 = 170 - 2P_x \;\rightarrow\; 4P_x = 190 \;\rightarrow\; P_x = 47{,}5$$

Como vemos, el precio obtenido es el mismo que reciben los productores en el apartado anterior. Para calcular el precio que realmente pagan los consumidores, sencillamente aplicamos la siguiente función:

$$P'_x = P_x + t_x = 47{,}5 + 15 = 62{,}5$$

Para concluir los cálculos, debemos sustituir el nuevo precio de equilibrio en las funciones de oferta y demanda, para así obtener la cantidad intercambiada:

— Sustituyendo en la nueva oferta:

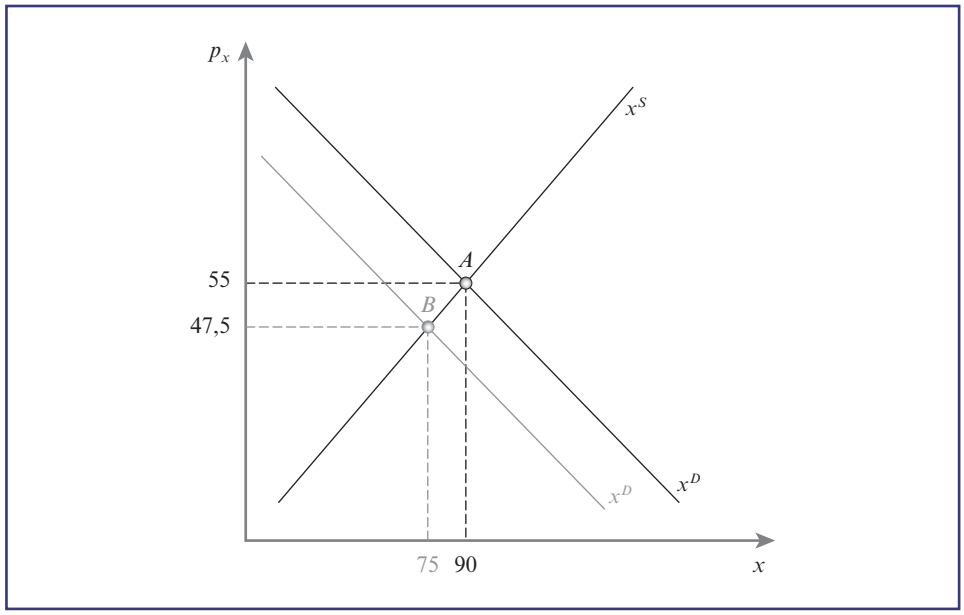
$$x^S = 2P_x - 20 \;\rightarrow\; x^S = 2 \cdot 47{,}5 - 20 \;\rightarrow\; x^S = 75$$

— Sustituyendo en la demanda:

$$x^D = 170 - 2P_x \;\rightarrow\; x^D = 170 - 2 \cdot 47{,}5 \;\rightarrow\; x^D = 75$$

© Ediciones Pirámide

En este caso, será la curva de demanda la que se desplace hacia la izquierda. Sin embargo, como ya hemos mencionado en varias ocasiones, el resultado será el mismo. Lo que cambia en este apartado es que el precio representado en el eje vertical es el percibido por el productor y en el apartado anterior era el precio pagado por el consumidor:



© Ediciones Pirámide

BLOQUE SEGUNDO
Teoría del consumidor

5 Las preferencias y la elasticidad de la demanda

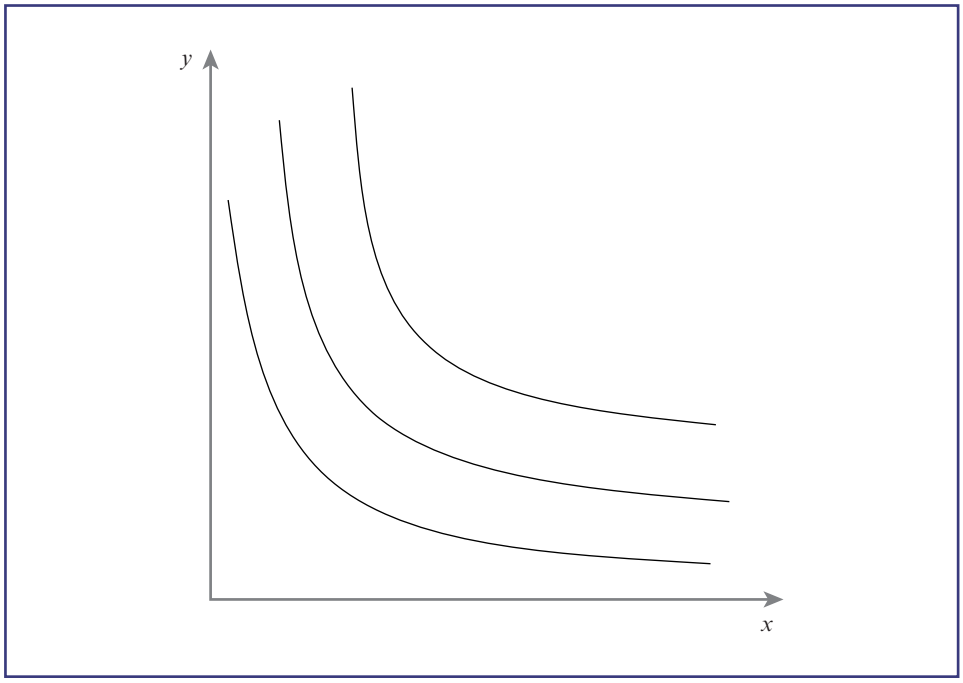
5.1. INTRODUCCIÓN

Cuando estudiamos las decisiones de los consumidores, nos fijamos fundamentalmente en la capacidad de compra que tienen y en sus gustos o preferencias por los bienes disponibles. Su capacidad de compra ya la estudiamos en el capítulo 2 mediante la restricción presupuestaria, así que en este capítulo nos vamos a centrar en el estudio de las preferencias y también en el comportamiento de la demanda ante posibles cambios en las variables de las que depende, es decir, la elasticidad, que estudiaremos al final del capítulo.

Como en muchos otros capítulos de este libro, para simplificar las cosas supondremos que existen únicamente dos bienes, el bien x y el bien y. **La razón por la cual decidimos consumirlos es porque obtenemos satisfacción o placer al hacerlo.** Medir esa satisfacción sería imposible en términos numéricos; no seríamos capaces de medir el placer que nos proporciona consumir tres manzanas o consumir cuatro helados, razón por la cual en lugar de analizar las preferencias desde un punto de vista cardinal (valor numérico), lo solemos hacer **desde un punto de vista ordinal,** es decir, **de ordenación de las preferencias.** Es más fácil decir si preferimos tres manzanas o si preferimos consumir cuatro helados que decir cuánta satisfacción obtenemos al consumirlos.

El instrumento que vamos a utilizar **para analizar las preferencias** de aquí en adelante será el de **curva de indiferencia.** Una curva de indiferencia, como su propio nombre indica, **muestra todos los puntos entre los que soy indiferente,** esto es, todas las combinaciones de bienes (o cestas de consumo) que me proporcionan la **misma satisfacción.** Si tenemos en cuenta que dichos puntos son combinaciones de los bienes x e y, podemos representar algunas curvas de indiferencia de la siguiente manera:

© Ediciones Pirámide

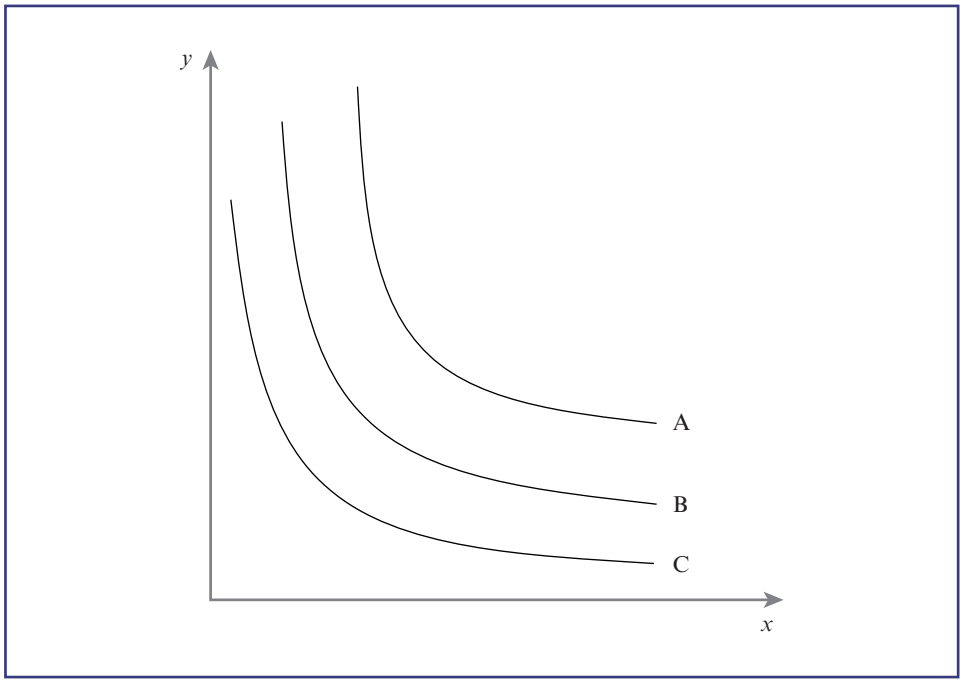


Así pues, las curvas de indiferencia representan los gustos de los consumidores por los bienes y tienen una serie de propiedades muy importantes que describimos a continuación:

— **Misma satisfacción en todos sus puntos. A lo largo de una misma curva de indiferencia, el nivel de satisfacción que obtiene el consumidor en todos los puntos es el mismo.** Visto de otra manera, podemos decir que es posible alcanzar un mismo nivel de satisfacción con diferentes combinaciones de bienes de consumo, siempre que se encuentren sobre la misma curva de indiferencia.
— **Hay infinitas.** Aunque en el gráfico veamos solo unas pocas, **existe una curva de indiferencia para cada posible cesta de consumo existente,** independientemente de que el consumidor tenga presupuesto suficiente para comprarla. Hay tantas, que cubrirían toda la superficie del gráfico, pero para simplificar normalmente dibujamos solo tres o cuatro.
— **A mayor distancia del origen, mayor satisfacción.** A medida que nos vamos situando en curvas de indiferencia más alejadas del origen de coordenadas, mayor satisfacción obtiene el consumidor. En el gráfico siguiente observamos tres curvas de indiferencia (A, B y C). Todos los puntos de una misma curva son igualmente satisfactorios para el con-

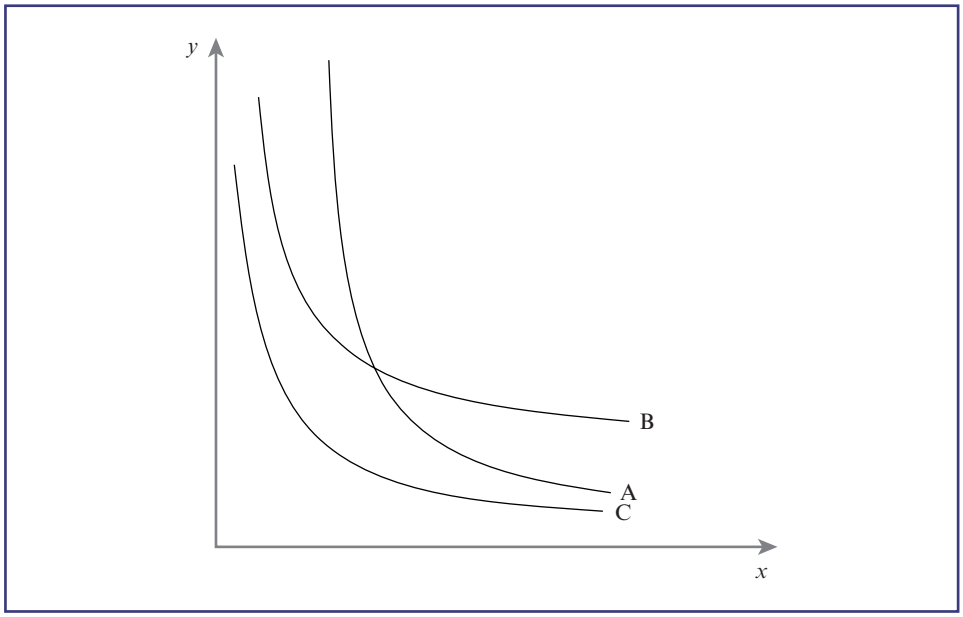
© Ediciones Pirámide

sumidor. Sin embargo, todos los puntos de la curva A son preferidos a los de la curva B, y los de la curva B son preferidos a los de la curva C.



— **No se pueden cortar.** Esto se debe a la **propiedad transitiva de las preferencias.** Veamos las tres curvas de indiferencia del gráfico anterior, A, B y C. Cada una de ellas denota un mismo nivel de satisfacción en todos y cada uno sus puntos. La satisfacción asociada a la curva A es la mayor de todas, y la C, la menor. Recordemos que **la propiedad transitiva dice que si A > B y B > C, entonces A > C.** Si no se cumpliese la propiedad transitiva, se producirían contradicciones como las que podemos ver en el gráfico siguiente. En él observamos que en un tramo la satisfacción de la curva de A es mayor que la de B, por estar por encima visualmente, pero en otro tramo ocurre lo contrario, lo cual no tiene sentido, porque a lo largo de una misma curva de indiferencia todos sus puntos indican un mismo nivel de satisfacción.

© Ediciones Pirámide



— **Una cesta de consumo es al menos tan buena como ella misma.** Puede parecer una obviedad, pero es una propiedad necesaria para que las preferencias sean consistentes matemáticamente hablando.

Las propiedades que acabamos de describir realmente se basan en otra serie de propiedades matemáticas que definen lo que se conoce como **preferencias regulares o usuales.** Existen otros tipos de preferencias que pueden poseer los individuos, que serán descritas más adelante, pero las preferencias regulares o usuales representan la mayoría de los casos que podemos encontrar. Por tanto, a continuación, vamos a precisar dichas propiedades:

— **Transitividad:** la hemos explicado en el punto anterior, y es la responsable de que **las curvas de indiferencia no se puedan cortar.**
— **Completitud:** por todos los puntos posibles pasa alguna curva de indiferencia. Esto quiere decir que **tenemos preferencias definidas para cualquier combinación de bienes.** No existe ninguna cesta de consumo para la cual no podamos expresar nuestra satisfacción. Esta propiedad nos proporciona la idea de que hay **infinitas curvas de indiferencia.**
— **Monotonía:** este principio dice que siempre **preferimos consumir más a consumir menos.** Una propiedad muy lógica salvo que hablemos de los bienes que son **males,** es decir, bienes que nos perjudican reduciendo nuestro nivel de satisfacción y que, por tanto, se comportan a la inversa: menos es preferido a más. La monotonía es la responsable de que **a mayor distancia del origen obtengamos mayor satisfacción.**

© Ediciones Pirámide

— **Reflexividad:** la propiedad reflexiva de las preferencias hace referencia a que una cesta de consumo es, al menos, tan buena como ella misma.
— **Convexidad:** las curvas de indiferencia de las preferencias regulares o usuales son siempre convexas, como podemos ver en los gráficos previos. Este tipo de curvatura tiene una interpretación económica crucial, relacionada con la pendiente de la curva, que explicaremos en el punto 5.2 de este mismo capítulo. Existen curvas de indiferencia rectas, cóncavas o incluso con otras formas, que también explicaremos en dicho punto, pero no representarán preferencias regulares o usuales.

5.2. LA RELACIÓN MARGINAL DE SUSTITUCIÓN

En este punto vamos a profundizar en la interpretación del aspecto de las curvas de indiferencia, que nos puede dar mucha información acerca de las preferencias del consumidor por los bienes x e y. Concretamente, es la **pendiente** de dichas curvas en cada uno de sus puntos el objeto de estudio en este apartado. **La inclinación de una curva de indiferencia en un punto se conoce como relación marginal de sustitución (*RMS*).** Y ese valor que nos proporciona la pendiente de la curva de indiferencia tiene una serie de interpretaciones muy importantes. Una primera interpretación es que, si suponemos dos bienes x e y cualesquiera (por convenio, x siempre en el eje horizontal e y siempre en el eje vertical), **la relación marginal de sustitución nos dice el número de unidades del bien *y* que el individuo está dispuesto a dar por una del bien *x*.** Y aquí debemos recalcar algo que nos lleva a una segunda definición, pues esa valoración del bien x en unidades del bien y es algo **subjetivo,** algo intrínseco a ese consumidor y que podría diferir para otros consumidores. Por ejemplo, una relación marginal de sustitución de 3 significa que el individuo está dispuesto a dar hasta 3 unidades del bien y a cambio de una de x. Si lo hiciera, su satisfacción no cambiaría, ya que ha intercambiado dos cosas que para él valen lo mismo. Obviamente, el individuo mejoraría si pudiese dar menos unidades de y a cambio de una de x y empeoraría en caso contrario, pero eso ya es otra cuestión que analizaremos en el siguiente capítulo. Poniendo un ejemplo que facilite la comprensión del concepto, podríamos imaginar que el bien x son manzanas y el bien y son unidades monetarias. Si tenemos $RMS = 3$, significaría que el individuo está dispuesto a pagar hasta 3 unidades monetarias por una manzana.

NOTA: *normalmente las curvas de indiferencia son curvas decrecientes, lo que les confiere una pendiente negativa en términos matemáticos. Sin embargo, por conveniencia en las interpretaciones, consideraremos únicamente dicho número en valor absoluto.*

Existen muy diferentes tipos de relaciones marginales de sustitución y, por consiguiente, de curvas de indiferencia. Por tanto, vamos a realizar a continua-

© Ediciones Pirámide

ción un ejercicio que nos ayudará a conocer esta parte de la teoría de las preferencias de una forma más práctica.

EJERCICIO 1. La relación marginal de sustitución

Justifique el valor de la pendiente y represente gráficamente las curvas de indiferencia de los siguientes casos:

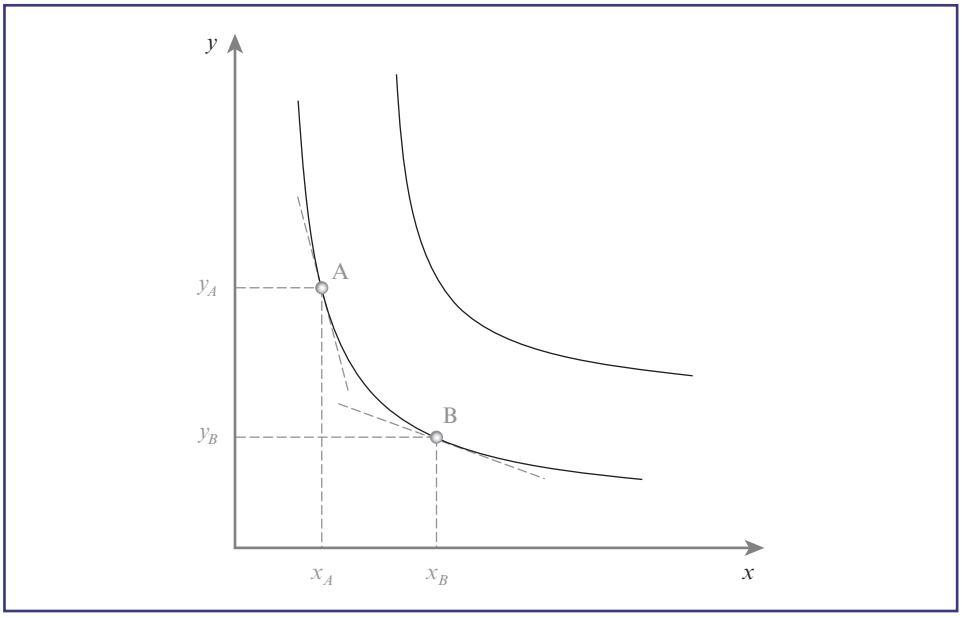
a) Preferencias regulares o usuales.
b) Preferencias cóncavas.
c) Bienes sustitutivos.
d) Bienes complementarios.
e) Individuo indiferente al bien y.
f) Individuo indiferente al bien x.
g) El bien x es un mal.
h) El bien y es un mal.
i) Existe un punto de saturación.

SOLUCIÓN

a) Las preferencias regulares o usuales son las que describimos al principio del capítulo y son aquellas que cumplen las cuatro propiedades que definimos, esto es, transitividad, convexidad, completitud y monotonía. Como podemos ver en el gráfico siguiente, en el que por comodidad solo dibujamos un par de curvas de indiferencia, sus preferencias vienen representadas por curvas decrecientes, convexas, que no se cortan y que representan un mayor nivel de satisfacción cuanto más alejadas del origen se encuentren. Pero si nos centramos en su pendiente, observaremos claramente que esta, en valor absoluto, va decreciendo a medida que aumentamos el número de unidades de x que consumimos. Esto tiene una implicación fundamental en la interpretación de este caso. Significa que a medida que vamos consumiendo más unidades de x, nuestra valoración de dicho bien (que es la propia relación marginal de sustitución o pendiente) se va reduciendo. Por ejemplo, si comparamos el punto A con el punto B, veremos que en el primero la pendiente de la curva es mucho mayor, lo que significa que estaría dispuesto a dar más unidades de y a cambio de una de x o, dicho de otra manera, que su valoración subjetiva de x medida en unidades de y es mayor.

Es como decir que el individuo valora menos las cosas que más consume, algo muy parecido a la realidad. Por ejemplo, pueden gustarme mucho las hamburguesas, pero si las como todos los días acabaré dándoles menos valor que si las consumo solo unas pocas veces al año. Así pues, encontramos un comportamiento bastante humano en las preferencias regulares o usuales, razón por la cual son las que más utilizamos en microeconomía.

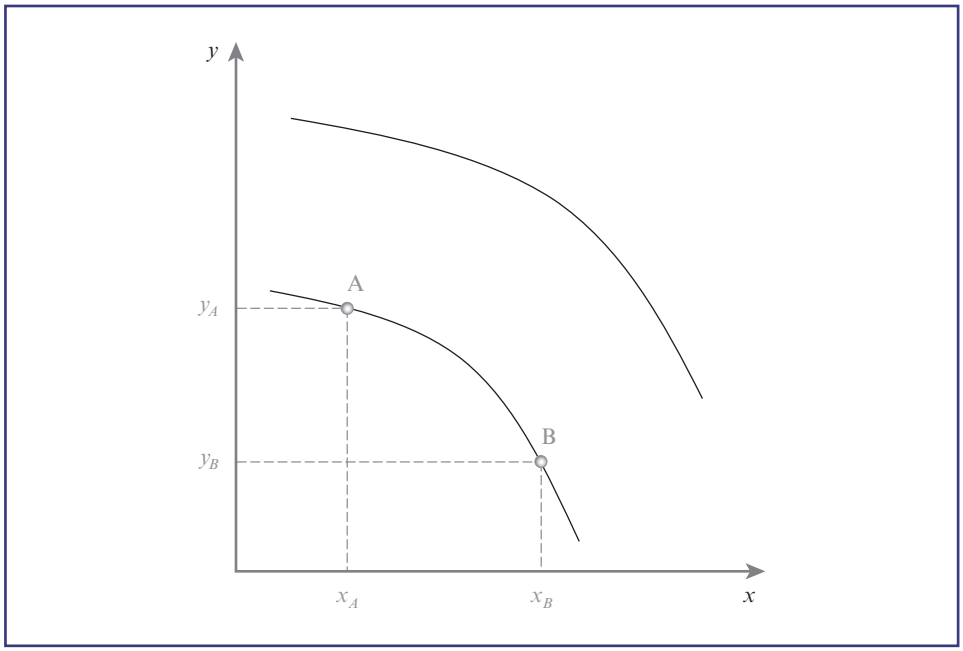
© Ediciones Pirámide



b) Unas curvas de indiferencia cóncavas, como las que podemos ver en el gráfico correspondiente a este apartado, representan unas preferencias bastante habituales en el mundo real. Observemos que presentan una pendiente creciente (siempre observada en valor absoluto, claro está), es decir, a media que aumentamos el consumo del bien *x*, va aumentando nuestra valoración subjetiva por ese bien, medida en términos del otro bien. Esto se vería al pasar de un punto como el A, de menor pendiente, a un punto como el B, de mayor pendiente. Un ejemplo de este caso es el de los individuos que prefieren consumir un solo bien, sin variedad, sin consumir simultáneamente otros bienes. Se conoce como especialización en el consumo de un bien, ya que el individuo preferirá consumir un solo bien a una combinación de ambos. Esto ocurre porque cuanto más consume un bien, más lo valora, lo que le lleva a consumir aún más. Un ejemplo de este tipo de preferencias sería el de un consumidor que se enfrenta a la compra de perros y gatos (asumamos que ambos se odian y no pueden convivir). Una vez que ha comprado el primer perro, valorará menos la opción de comprar un gato para acompañarlo o, desde otro punto de vista, en caso de querer comprar otra mascota, esta debería ser otro perro, pues comprar gatos podría suponer un problema, dado que estos no se deben mezclar.

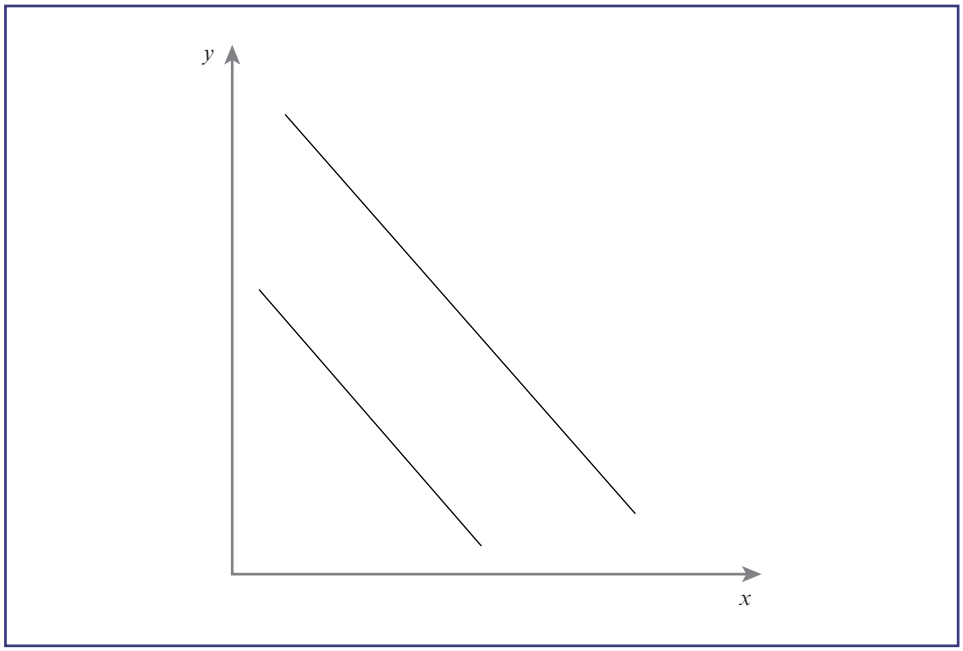
Recordando el caso del apartado anterior, el de las preferencias convexas, ocurría exactamente lo contrario, el individuo siempre preferirá una combinación de ambos bienes a consumir solo uno de ellos, porque cuanto más consume de uno de ellos, menos lo valora y, por tanto, más valora el otro, dado que solo hay dos bienes entre los que elegir.

© Ediciones Pirámide



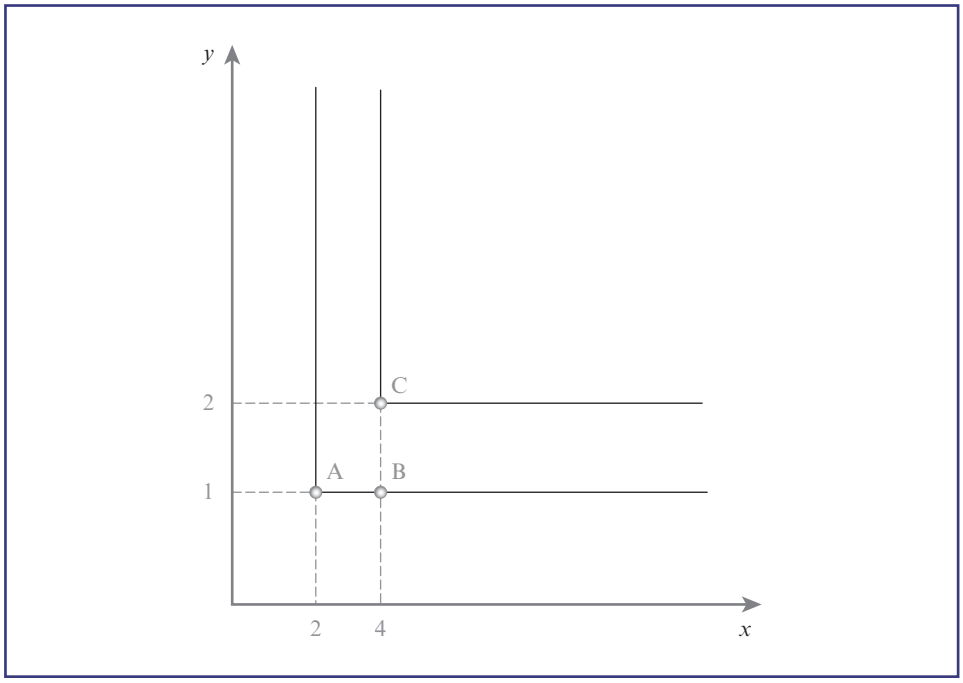
c) En este caso el individuo tiene que decidir entre dos bienes que, para él, cumplen una misma función, es decir, le da igual consumir uno u otro y, por este motivo, está dispuesto a intercambiarlos a una tasa constante. Recordemos que la tasa de intercambio a la que el individuo está dispuesto a intercambiar dos bienes es lo que llamamos la relación marginal de sustitución (*RMS*). Una *RMS* constante supone curvas de indiferencia con pendiente constante, esto es, líneas rectas. Para entender por qué dichas curvas de indiferencia son rectas, vamos a poner un sencillo ejemplo de bienes sustitutivos. Un *catering* tiene que cocinar pasta para una celebración y debe elegir si compra macarrones o espaguetis. A los comensales no les importa el tipo de pasta que el cocinero elija, pues cumplen la misma función, solo que la tasa a la que estarían dispuestos a intercambiarlos es de dos platos de macarrones por cada plato de espaguetis ($RMS = 2$), lo que significa que les da igual una cosa u otra, pero cada plato de espaguetis les sacia tanto como dos de macarrones. Siempre los intercambiarían a esa tasa, ni más ni menos. Llegados a este punto, debemos dejar claro que los precios de los bienes no tienen nada que ver con las preferencias, esto es, con los gustos, sino con la restricción presupuestaria, que fue estudiada en el capítulo 2. La decisión final de consumo, que considera preferencias y presupuesto, la estudiaremos en el capítulo siguiente. Tenemos el gráfico de estas curvas de indiferencia rectas a continuación:

© Ediciones Pirámide



d) Los bienes complementarios son aquellos que el individuo consume de forma simultánea y en una proporción concreta. Imaginemos que siempre que voy al cine consumo exactamente dos bolsas de caramelos, ni más ni menos. Ir al cine con tres o más bolsas de caramelos me daría exactamente la misma satisfacción que si voy solo con dos, que son las que me voy a comer. Por otro lado, si solo dispongo de dos bolsas de caramelos, me da igual tener dos o más entradas de cine, porque solo iré una vez, que es la única en la que podría consumir lo que deseo, y la segunda y demás entradas de cine no las usaría porque no me quedan bolsas de caramelos para comer. Debido a estas circunstancias, nos encontramos con unas curvas de indiferencia muy especiales, que podemos ver en el gráfico siguiente y que tendrán forma de L. Si consideramos las bolsas de caramelos como el bien *x* y las entradas de cine como bien *y*, podremos ver que el individuo sería indiferente entre las cestas de consumo A y B, ya que pertenecen a la misma curva de indiferencia, lo que significa que le proporcionan la misma satisfacción. Esto es así porque si solo tiene una entrada de cine, le da igual tener dos o tres bolsas de caramelos, dado que solo consumirá dos. Sin embargo, el punto C sí es claramente preferido a los puntos A y B, puesto que pertenece a una curva de indiferencia más alejada del origen, lo que implica mayor satisfacción. En dicho punto consume dos entradas de cine con cuatro bolsas de caramelos.

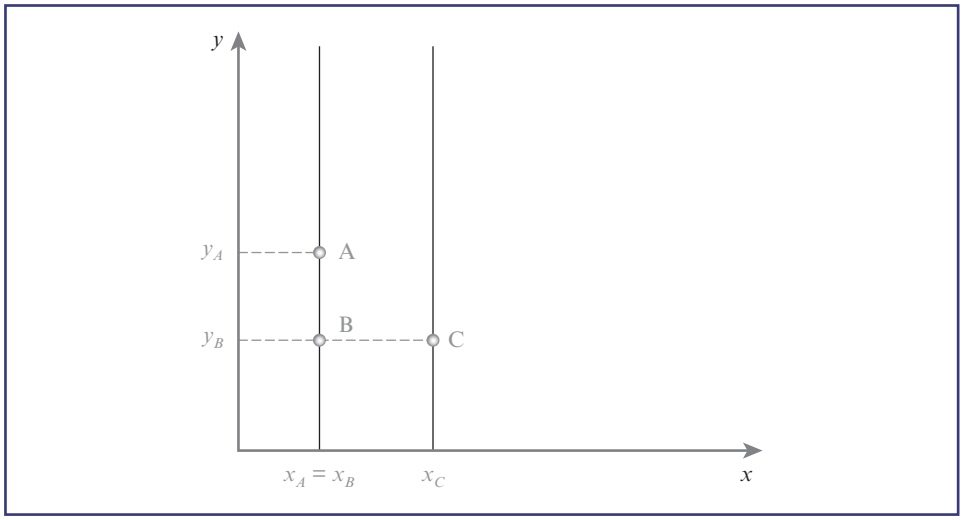
© Ediciones Pirámide



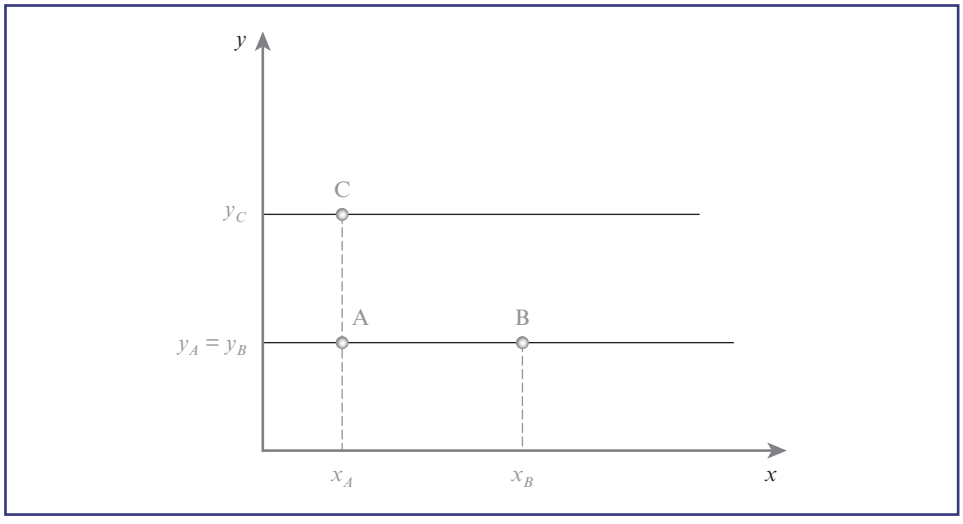
Como dato final debemos hablar de la pendiente. Lo primero a tener en cuenta es que en los vértices de estas curvas de indiferencia no se puede saber la pendiente, por razones matemáticas (no es posible derivar en ese punto y, por tanto, no se puede calcular la pendiente). Lo segundo es que en el tramo horizontal la pendiente es nula ($RMS = 0$). Y, por último, la pendiente del tramo vertical es infinita ($RMS = \infty$).

e) En el caso de que el bien *y* no reporte satisfacción (tampoco se la quita) al consumidor, tendremos curvas de indiferencia totalmente verticales. Solo los incrementos de consumo de *x* aumentarán la satisfacción del consumidor. El punto A del gráfico adjunto posee una mayor cantidad de unidades de *y* que el punto B; sin embargo, pertenecen a la misma curva de indiferencia porque poseen la misma cantidad de unidades de *x*, de modo que el individuo es indiferente entre ambos. El punto C, en cambio, es preferido a los puntos A y B, porque posee mayor cantidad de unidades del bien *x*, independientemente de la cantidad del bien *y*.

© Ediciones Pirámide

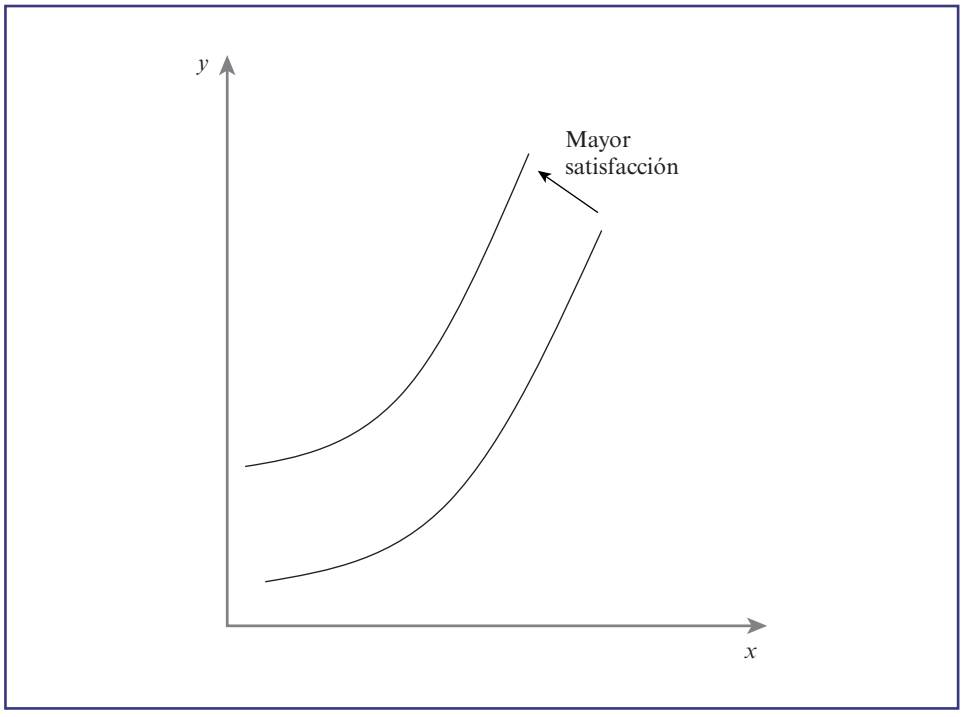


f) Este es el caso opuesto al anterior. Ahora es el bien x el que no aporta satisfacción al consumidor (tampoco se la quita). Por ello, nos encontramos líneas rectas totalmente horizontales que, a mayor distancia del origen, mayor bienestar aportan, como en todos los casos vistos hasta ahora. Si comparamos los puntos A y B, veremos que su satisfacción es la misma, a pesar de que el punto B posee mayor cantidad del bien x, ya que este bien no le reporta satisfacción alguna. Sin embargo, el punto C pertenece a una curva de indiferencia más alta y, por tanto, le daría mayor satisfacción al consumidor, pues posee una mayor cantidad de y, independientemente del número de unidades de x que consuma.



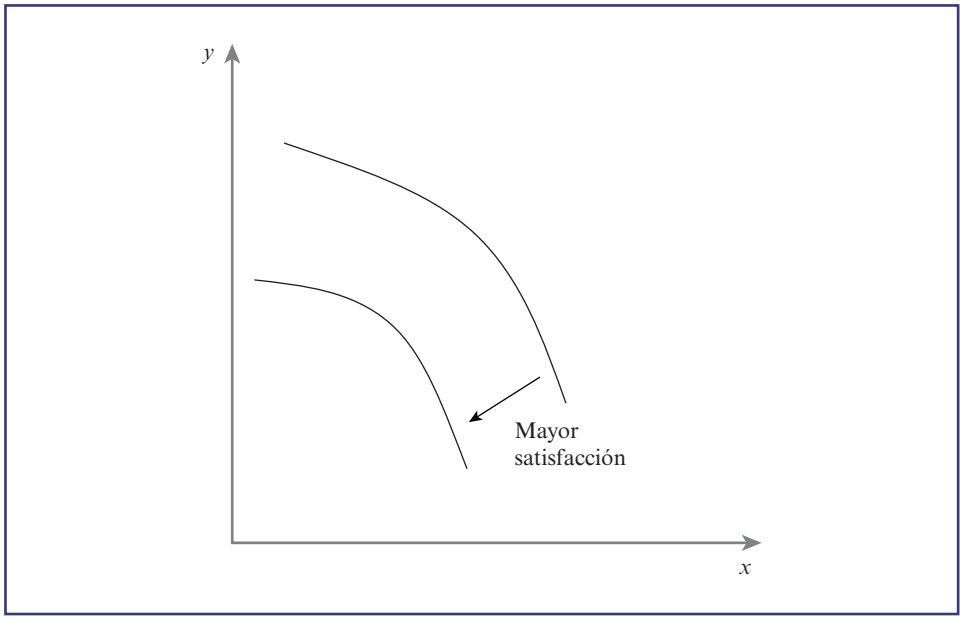
© Ediciones Pirámide

g) Entramos en los casos especiales de preferencias, en los que alguno de los bienes no aporta satisfacción al consumidor, sino que se la quita. Es el caso de los «males». En este apartado nos piden considerar el bien x como si fuese un mal. Esto implica que un mayor consumo de este bien nos llevaría a curvas de indiferencia más cercanas al origen o, dicho con otras palabras, puntos de menor satisfacción. Como podemos ver en el gráfico, las curvas de indiferencia son crecientes, lo cual es llamativo; sin embargo, la satisfacción del individuo sigue aumentando a medida que nos alejamos del origen de coordenadas.



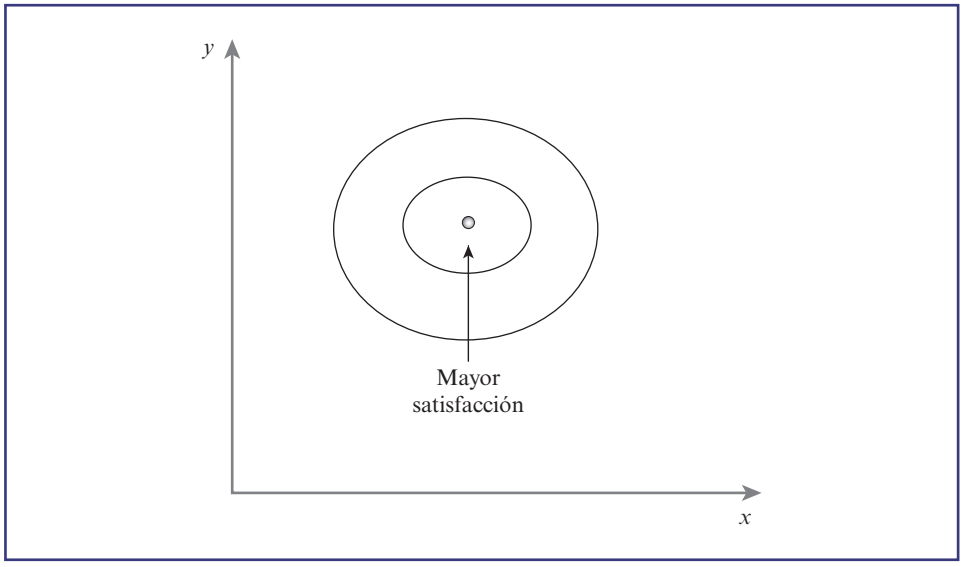
h) Nos encontramos ahora con que el mal es el bien y, mientras que el bien x sí nos aporta bienestar al consumirlo. Las curvas de indiferencia de este apartado serán cóncavas y, sorprendentemente, la satisfacción aumentará a medida que nos acercamos al origen.

© Ediciones Pirámide



i) En este último caso nos encontramos con las preferencias más peculiares que nos podamos imaginar. En un punto de saturación el consumidor alcanza su máxima satisfacción posible, es decir, llega un momento en el que consumir x e y le satura, en el sentido de que no le reportan más satisfacción, sino todo lo contrario, se la quitan. Esto contradice el principio de monotonía que describimos al principio del capítulo, que decía «más siempre es preferido a menos» y, por ello, estas preferencias no son regulares o usuales. Observemos en el gráfico que las curvas de indiferencia son circunferencias concéntricas, cuya satisfacción aumenta a medida que nos movemos hacia su interior, en cuyo centro encontramos el punto de saturación, que representa la cesta de consumo de mayor satisfacción posible. Por ejemplo, el bien x da satisfacción hasta que alcanzamos el momento en el que la curva de indiferencia empieza a crecer, donde el bien x se convierte en un mal.

© Ediciones Pirámide



5.3. LA ELASTICIDAD Y SU INTERPRETACIÓN

La elasticidad es un concepto complicado, que simbolizaremos con la letra griega ε (épsilon) y que **es aplicable tanto a las curvas de demanda como a las de oferta** que estudiamos en el capítulo anterior, pero, debido a su especial dificultad y su íntima relación con las preferencias de los consumidores, hemos preferido esperar a este momento para su estudio. Aunque, como hemos dicho, es un concepto aplicable tanto a oferta como a demanda, sus propiedades son las mismas en una u otra curva, por lo que nos centraremos en analizar la elasticidad con respecto a la función de demanda, ya que tiene más interpretaciones y aplicaciones más interesantes.

Lo primero es conocer su definición y saber para qué sirve. Pues bien, la elasticidad de la demanda es un valor que **mide la sensibilidad de la demanda ante variaciones del precio del bien *x*, del bien *y* o de la renta del consumidor.** Así, nos encontraremos con tres tipos de elasticidad en función de la variable de la que estemos hablando:

1. **Elasticidad precio: estudia los cambios en la demanda ante variaciones del precio del bien *x*.** Se simboliza con ε_{p_x,x^D}.
2. **Elasticidad renta: estudia los cambios en la demanda ante variaciones de la renta del consumidor.** Se simboliza con ε_{R,x^D}.
3. **Elasticidad cruzada: estudia los cambios en la demanda ante variaciones del precio del bien *y*.** Se simboliza con ε_{p_y,x^D}.

© Ediciones Pirámide

Aunque reciben distintos nombres, la interpretación de su valor es exactamente la misma. De hecho, en muchas ocasiones, si ha quedado clara la variable de la que depende la elasticidad, los economistas obviamos los subíndices, simbolizando dicha elasticidad simplemente como ε.

Nos centraremos ahora en su interpretación, dejando para el final su cálculo. Como cualquier otro valor, **hay dos propiedades fundamentales que posee la elasticidad, que son el signo y el valor numérico en sí.** Aunque la elasticidad **no tiene por qué ser un número necesariamente —puede ser una función—,** siempre analizaremos signo y valor absoluto por separado. Su significado es el siguiente:

1. **El signo: indica el sentido de variación de las variables**. Por ejemplo, **una elasticidad positiva** ($\varepsilon > 0$) **nos dice que las variables se mueven en la misma dirección,** es decir, si por ejemplo hablamos de la elasticidad precio y el precio aumenta, también lo hará la demanda. Por el contrario, **si la elasticidad es negativa, sucederá lo opuesto, las variables se moverán en sentido inverso,** es decir, si por ejemplo hablamos de la elasticidad renta (da igual de qué elasticidad hablemos) y aumenta la renta, la demanda se reducirá. Puede que el lector se haya percatado de la relación que existe entre el signo de la elasticidad y los tipos de bienes. **Es posible saber el signo de la elasticidad con tan solo saber el tipo de bien del que estamos hablando.** Vamos a hacer un pequeño esquema para que se vea más claro.

   a) Respecto a los cambios del precio del bien x, tenemos los bienes ordinarios y los bienes Giffen, los cuales tienen el siguiente comportamiento:

$$\text{Bienes ordinarios} \begin{cases} \uparrow P_x \rightarrow \downarrow x^D \\ \downarrow P_x \rightarrow \uparrow x^D \end{cases}$$

$$\text{Bienes Giffen} \begin{cases} \uparrow P_x \rightarrow \uparrow x^D \\ \downarrow P_x \rightarrow \downarrow x^D \end{cases}$$

   Podemos deducir que **los bienes ordinarios tienen elasticidad precio de la demanda negativa** ($\varepsilon_{p_x,x^D} < 0$), ya que al subir el precio del bien baja la cantidad demandada y viceversa, esto es, varían en sentido contrario. En el otro caso, **los bienes Giffen tienen elasticidad precio de la demanda positiva** ($\varepsilon_{p_x,x^D} > 0$), ya que al subir el precio del bien también sube la cantidad demandada y viceversa, esto es, varían en el mismo sentido.

© Ediciones Pirámide

b) Respecto de la renta, tenemos los bienes normales y los bienes inferiores. Recordemos su comportamiento:

$$\text{Bienes normales} \begin{cases} \uparrow R \rightarrow \uparrow x^D \\ \downarrow R \rightarrow \downarrow x^D \end{cases}$$

$$\text{Bienes inferiores} \begin{cases} \uparrow R \rightarrow \downarrow x^D \\ \downarrow R \rightarrow \uparrow x^D \end{cases}$$

Podemos comprobar que **los bienes normales tienen elasticidad renta de la demanda positiva** ($\varepsilon_{R,x^D} > 0$), ya que la variación de las variables ocurre en el mismo sentido, mientras que **los bienes inferiores poseen elasticidad renta de la demanda negativa** ($\varepsilon_{R,x^D} < 0$), dado que la variación de la renta y la demanda ocurre en la misma dirección.

c) Por último, con respecto a las variaciones del precio del otro bien, el bien *y*, tenemos estos dos tipos de bienes:

$$\text{Bienes sustitutivos} \begin{cases} \uparrow P_y \rightarrow \uparrow x^D \\ \downarrow P_y \rightarrow \downarrow x^D \end{cases}$$

$$\text{Bienes complementarios} \begin{cases} \uparrow P_y \rightarrow \downarrow x^D \\ \downarrow P_y \rightarrow \uparrow x^D \end{cases}$$

Como podemos ver, **los bienes sustitutivos revelan elasticidad cruzada positiva** ($\varepsilon_{p_y,x^D} > 0$) **y los bienes complementarios tienen elasticidad cruzada negativa** ($\varepsilon_{p_y,x^D} < 0$).

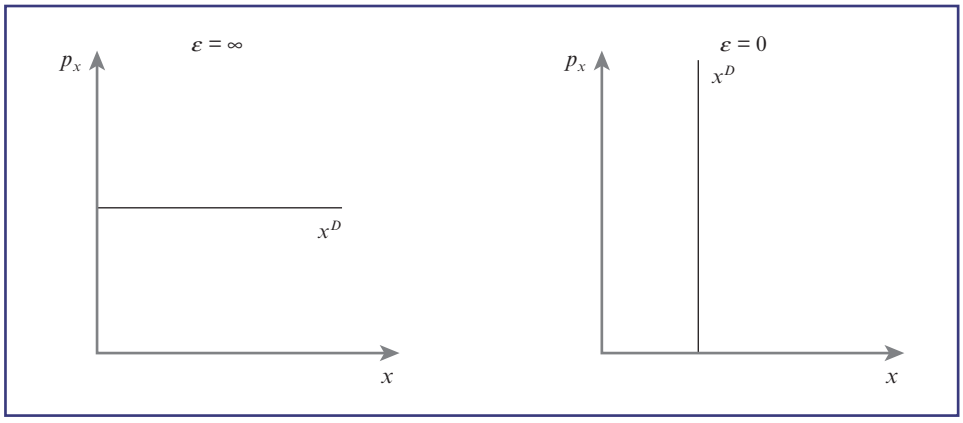
2. **El valor numérico: 0, más concretamente, el valor absoluto, indica la proporcionalidad de la variación. Una elasticidad en valor absoluto mayor que uno** ($|\varepsilon| > 1$), **también conocida como demanda elástica, hace referencia a variaciones más que proporcionales.** Por ejemplo, una variación del precio del 10% provocará una variación de la demanda mayor del 10%. Nótese aquí algo muy importante: no hablamos del sentido de la variación, ni de incrementos ni de reducciones, porque el signo de la elasticidad no nos proporciona esa información, así que hablamos en términos genéricos, únicamente refiriéndonos a la proporcionalidad de la variación, pero sin referirnos a su sentido. Por otro lado, **una elasticidad menor que uno**

© Ediciones Pirámide

($|\varepsilon| < 1$), **también conocida como demanda inelástica, hace referencia a variaciones menos que proporcionales.** Por ejemplo, una variación del precio del 10% provocaría una variación de la demanda menor del 10% (repetimos, independientemente de si son incrementos o reducciones). **Es posible también que el valor absoluto de la elasticidad sea exactamente uno** ($|\varepsilon| = 1$), **recibiendo el nombre de elasticidad unitaria,** en cuyo caso las variaciones son exactamente en la misma proporción, es decir, una variación del precio del 10% provocaría una variación de la demanda también del 10%.

NOTA: *normalmente asociamos los bienes con demanda elástica a los bienes que tienen muchos sustitutivos, como los bienes de ocio y similares, porque una pequeña variación de su precio puede provocar grandes cambios en la demanda. Sencillamente, si sube el precio de un bien que tiene muchos sustitutivos, como por ejemplo el de una determinada marca de refresco, observaríamos una fuerte caída de sus ventas, puesto que la gente sencillamente se pasaría a otra marca similar, sustitutiva de la primera. Lo contrario pasa con los bienes de demanda inelástica: por grandes variaciones que puedan sufrir sus precios, apenas cae la cantidad demandada. Son bienes en general de primera necesidad o bienes de los que no podemos prescindir. Un buen ejemplo podrían ser los medicamentos. Por caros que llegaran a ser, apenas caería su cantidad demandada. Sin embargo, una caída de su precio tampoco debería provocar un gran aumento de su cantidad demandada.*

Debemos explicar dos casos particulares que tiene la elasticidad. Esto es, **las demandas totalmente elásticas, cuyo valor es infinito, y las demandas totalmente inelásticas, cuyo valor es cero.** Además, sabemos que **la curva de demanda de elasticidad infinita es totalmente horizontal** porque un pequeño cambio en el precio puede provocar un cambio infinito en la cantidad demandada, mientras que **la demanda de elasticidad nula es totalmente vertical,** porque cualquier variación del precio deja intacta la cantidad demandada.



© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 2. La elasticidad y su interpretación

Un individuo posee una elasticidad precio de la demanda de –1,4 (ε_{p_x,x^D}). Analice los siguientes hechos:

a) Se produce un incremento del precio del bien x del 20%.
b) La renta del consumidor se reduce en un 12%.
c) Se recibe la siguiente información. Existe un bien y, cuya elasticidad cruzada de la demanda respecto del bien x es 0,2 y se produce una caída del precio del bien y del 10%.

SOLUCIÓN

a) Para analizar una elasticidad, en primer lugar, como ya hemos mencionado, debemos fijarnos en su signo. En este caso tenemos una elasticidad negativa, lo que implica variaciones en sentido opuesto por parte de las variables en cuestión. Como la información proporcionada por el ejercicio es la de la elasticidad precio de la demanda ($\varepsilon_{p_x,x^D} < 0$), podemos decir que nos encontramos ante un bien ordinario, ya que un aumento del precio de este provocará una caída en la cantidad demandada y viceversa. Por otro lado, si nos fijamos en el valor absoluto de la elasticidad, observamos que es mayor que uno ($|\varepsilon_{p_x,x^D}| > 1$), por lo que esperaríamos una variación en mayor proporción, esto es, mayor del 20%.

Es más, podemos utilizar una fórmula que nos dirá exactamente la variación que sufre la demanda ante esta subida del precio:

$$\Delta x^D = \varepsilon_{p_x,x^D} \cdot \Delta p_x$$

Esta fórmula dice que podemos multiplicar la elasticidad precio de la demanda por la variación del precio para calcular la variación de la demanda. Veamos el resultado sustituyendo los valores que conocemos:

$$\Delta x^D = \varepsilon_{p_x,x^D} \cdot \Delta p_x = -1{,}4 \cdot 20\,\% = -28\,\%$$

El resultado obtenido encaja con los resultados esperados. Efectivamente, un incremento del precio ha provocado una caída de la cantidad demandada y, además, dicha caída ha sido de mayor proporción que la subida del precio.

© Ediciones Pirámide

b) Esta es una pregunta con trampa, dado que no la podemos responder. La razón es que la información de que disponemos es la elasticidad precio de la demanda, que solo sirve para saber cómo cambia la demanda ante modificaciones en el precio del bien. Como la pregunta es qué pasaría ante un cambio en la renta, es imposible realizar ningún tipo de predicción. Para poder responder necesitaríamos conocer la elasticidad renta. Si la hubiésemos conocido, podríamos haber utilizado una fórmula similar a la del apartado anterior, pero modificada para cambios en la renta, que quedaría como sigue:

$$\Delta x^D = \varepsilon_{R,x^D} \cdot \Delta R$$

c) En este apartado nos proporcionan nueva información. Concretamente nos dicen el valor de la elasticidad cruzada de la demanda, que podemos utilizar para calcular cuánto cambiará la demanda del bien *x* ante un cambio en el precio del bien *y*. En primer lugar, observamos que el signo de la elasticidad es positivo ($\varepsilon_{p_y,x^D} > 0$), lo que implica variaciones en el mismo sentido, es decir, estamos ante bienes sustitutivos. En segundo lugar, vemos que dicha elasticidad, en valor absoluto, es menor que uno ($|\varepsilon_{p_y,x^D}| < 1$), lo que implica variaciones de la demanda en menor proporción. Por tanto, como el precio ha variado en un 10%, sabemos por adelantado que la demanda variará menos de un 10%. Veamos cuánto con la fórmula de los dos apartados anteriores, pero adaptada a este:

$$\Delta x^D = \varepsilon_{p_y,x^D} \cdot \Delta p_y = 0{,}2 \cdot (-10\,\%) = -2\,\%$$

NOTA: *por simplicidad, en este ejercicio hemos utilizado el símbolo* Δ *para representar variaciones porcentuales de la variable en cuestión.*

5.4. CÁLCULO DE LA ELASTICIDAD

Hemos dejado para la parte final del capítulo los diferentes métodos de cálculo de la elasticidad, porque consideramos que la interpretación económica del concepto es más importante que el cálculo en sí. Además, el cálculo de la elasticidad presenta algunas dificultades técnicas que vamos a ver a continuación.

La **elasticidad mide variaciones,** y las variaciones se calculan **mediante derivadas.** Por otro lado, **mide proporciones,** y las proporciones se calculan **mediante fracciones.** Por tanto, las fórmulas que vamos a ver a continuación serán una combinación de ambas cosas. Empecemos con la **elasticidad precio:**

© Ediciones Pirámide

$$\varepsilon_{p_x,x^D} = \frac{\partial x^D}{\partial p_x}\frac{p_x}{x^D}$$

El primer término de la fórmula ($\partial x^D/\partial p_x$) representa la derivada parcial de la función de demanda del bien x tomando el precio como variable (cuidado, no es una fracción, es simplemente una forma de expresar derivadas). El segundo término (p_x/x^D) es el cociente entre ambas variables (este término sí es una fracción).

Las otras dos elasticidades que conocemos se calculan de forma simétrica, pero, obviamente, cambiando las variables. Veamos cómo:

Elasticidad renta: $\varepsilon_{R,x^D} = \frac{\partial x^D}{\partial R}\frac{R}{x^D}$

Elasticidad cruzada: $\varepsilon_{p_y,x^D} = \frac{\partial x^D}{\partial p_y}\frac{p_y}{x^D}$

Debemos utilizar las fórmulas anteriores siempre que tengamos una función de demanda del bien x. El resultado podrá ser un número o una función. Sin embargo, existe una **versión alternativa de estas fórmulas que utilizaremos cuando la información disponible sean solamente datos numéricos.** Veamos cómo quedarían:

Elasticidad precio: $\varepsilon_{p_x,x^D} = \frac{\Delta x^D}{\Delta p_x}\frac{p_x}{x^D}$

Elasticidad renta: $\varepsilon_{R,x^D} = \frac{\Delta x^D}{\Delta R}\frac{R}{x^D}$

Elasticidad cruzada: $\varepsilon_{p_y,x^D} = \frac{\Delta x^D}{\Delta p_y}\frac{p_y}{x^D}$

© Ediciones Pirámide

Como podemos ver, el único cambio ha sido el de sustituir los símbolos de derivada parcial (∂) por los de variación (Δ).

Por último, **existe otro criterio a la hora de calcular elasticidades,** cuyo resultado no tiene por qué coincidir con el de las fórmulas previas. Se conoce como **elasticidad arco de la demanda** o también como **elasticidad del punto medio.** Para aplicarla necesitamos conocer los datos iniciales de las variables y que, tras algún tipo de perturbación en la economía, esos valores cambien hasta alcanzar un nuevo valor final. Vamos a simbolizar los datos iniciales con el subíndice 1 y los datos finales con el subíndice 2.

Elasticidad precio: $$\varepsilon_{p_x,x^D} = \frac{\Delta x^D}{\Delta p_x} \frac{p_{x,1} + p_{x,2}}{x_1^D + x_2^D}$$

Elasticidad renta: $$\varepsilon_{R,x^D} = \frac{\Delta x^D}{\Delta R} \frac{R_1 + R_2}{x_1^D + x_2^D}$$

Elasticidad cruzada: $$\varepsilon_{p_y,x^D} = \frac{\Delta x^D}{\Delta p_y} \frac{p_{y,1} + p_{y,2}}{x_1^D + x_2^D}$$

EJERCICIO 3. Cálculo de la elasticidad

Calcule el valor de la elasticidad en cada uno de los siguientes casos:

a) Un consumidor posee una demanda $x^D = 20 - 20p_x$. Se sabe que el precio de mercado del bien x es 5.

b) En el mercado del bien x se venden 20 unidades del bien a un precio de 1 unidad monetaria. Debido a un impuesto, el precio del bien se eleva hasta 3, lo que provoca una caída de la cantidad demandada, concretamente hasta las 10 unidades vendidas.

c) Se ha observado que cuando el precio de las manzanas es 2 unidades monetarias por kilogramo, se venden 1,3 millones de toneladas de estas en los mercados. Sin embargo, una caída del precio de 1 unidad monetaria, solo eleva la demanda hasta los 1,5 millones de toneladas. Calcule la elasticidad arco de la demanda para este caso.

© Ediciones Pirámide

SOLUCIÓN

NOTA: *estos tres apartados nos piden calcular, todos ellos, la elasticidad precio de la demanda. La razón es que la información que nos proporcionan es, por un lado, la demanda y, por otro, el precio. La mayoría de los problemas de microeconomía suelen pedir este tipo de elasticidad; sin embargo, si la información proporcionada hubiera sido la renta o el precio del bien y, la única diferencia que encontraríamos a la hora de resolverlos es que tendríamos que utilizar las otras fórmulas que conocemos, esto es, la elasticidad renta o la elasticidad cruzada.*

a) En este apartado nos proporcionan como información la función de demanda. Por tanto, debemos utilizar la fórmula correspondiente que conocemos:

$$\varepsilon_{p_x,x^D} = \frac{\partial x^D}{\partial p_x}\frac{p_x}{x^D} = -2\frac{p_x}{20-2p_x} = \frac{-2p_x}{20-2p_x}$$

Como ya comentamos, el primer término de la fórmula es sencillamente la derivada de la función de demanda, y el segundo término, una fracción cuyo numerador es el precio del bien x y cuyo denominador es la función de demanda, que sustituimos tal cual. Observemos que el resultado obtenido es una función del precio, lo cual no es problema. Adicionalmente, el ejercicio nos dice el actual precio del bien, que podemos utilizar para dar el resultado definitivo con simplemente sustituirlo:

$$\varepsilon_{p_x,x^D} = \frac{-2p_x}{20-2p_x} = \frac{-2\cdot 5}{20-2\cdot 5} = -1$$

b) En este apartado disponemos de datos numéricos, pero no conocemos la función de demanda. Por consiguiente, debemos utilizar la fórmula correspondiente que aprendimos previamente:

$$\varepsilon_{p_x,x^D} = \frac{\Delta x^D}{\Delta p_x}\frac{p_x}{x^D} = \frac{-10}{2}\frac{1}{20} = -0{,}25$$

Un par de aclaraciones respecto a los cálculos realizados. Primero, la demanda se ha reducido en 10 unidades ($\Delta x^D = -10$) tras haberse incrementado el precio en 2 unidades monetarias ($\Delta p_x = 2$). Lo segundo es que los valores de la segunda fracción (p_x/x^D) son los valores iniciales, no los finales.

© Ediciones Pirámide

c) Debemos calcular la elasticidad de forma similar al apartado anterior, pero en este caso calculada desde otro punto de vista, la del punto medio. Simplemente debemos aplicar la fórmula que conocemos y sustituir la información proporcionada:

$$\varepsilon_{p_x,x^D} = \frac{\Delta x^D}{\Delta p_x} \frac{p_{x,1} + p_{x,2}}{x_1^D + x_2^D} = \frac{0,2}{-1} \frac{2+1}{1,3+1,5} = -0,21$$

© Ediciones Pirámide

6 El equilibrio del consumidor

6.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo vamos a integrar en un mismo problema las capacidades de compra del consumidor y sus preferencias por los bienes. Como estudiamos en el capítulo 2, **el poder adquisitivo viene definido por la restricción presupuestaria del individuo,** que tiene el siguiente aspecto:

$$p_x x + p_y y = R, \quad \text{Restricción presupuestaria } (RP)$$

Por otro lado, en el capítulo anterior **estudiamos las preferencias de dicho consumidor mediante las curvas de indiferencia.** Sin embargo, en este capítulo vamos a ampliar el estudio de los gustos del individuo introduciendo un nuevo concepto conocido como **función de utilidad:**

$$U(x, y) = f(x, y), \quad \text{Función de utilidad}$$

La función de utilidad (U) mide la satisfacción que obtiene un individuo al consumir los bienes x e y. El tipo de función que podemos encontrar definiendo la utilidad varía, aunque la más habitual la que se conoce como la **función de utilidad de tipo Cobb-Douglas, que define preferencias regulares o usuales.** Su aspecto genérico es el siguiente:

$$U(x, y) = Ax^{\infty} y^{\beta}$$

© Ediciones Pirámide

siendo $\propto$, β y A valores constantes positivos cualesquiera. Aunque estudiaremos otros tipos de funciones de utilidad, hay varias razones para utilizar la de tipo Cobb-Douglas, como por ejemplo su parecido con el comportamiento humano habitual o su sencillez a la hora de resolver los problemas que nos vamos a encontrar.

El equilibrio de un consumidor se alcanzará cuando esté maximizando su satisfacción o utilidad (máx U) **sujeto a** (s.a) **su restricción presupuestaria** (RP). Dicho con otras palabras, **el individuo busca la mayor satisfacción posible dado su presupuesto.** Resumiendo, nos enfrentamos a lo que en matemáticas llaman un **problema de optimización sujeto a restricciones** (o un programa matemático).

No es la intención de este libro adentrarse en demasiadas y complejas demostraciones matemáticas, aunque intentaremos al menos dejar constancia de las más importantes y accesibles. El problema de maximización al que se enfrenta el consumidor es el siguiente:

$$\begin{cases} \text{máx}\, U(x, y) = f(x, y) \\ \text{s.a } (RP) p_x x + p_y y = R \end{cases}$$

Para resolver este tipo de problema tenemos que recurrir a la utilización de la **función lagrangiana** (L), que tiene el siguiente aspecto:

$$L(\lambda, x, y) = U(x, y) - \lambda(p_x x + p_y y - R)$$

El lagrangiano se construye poniendo en primer lugar la función a optimizar, en este caso la función de utilidad del consumidor

$$U(x, y) = f(x, y)$$

y, en segundo lugar, las restricciones de las que depende el problema, en este caso la restricción presupuestaria, pero despejada e igualada a cero

$$p_x x + p_y y - R = 0$$

restando, y multiplicadas por lo que se conoce como multiplicadores lagrangianos (λ), que son parámetros con una interpretación matemática en la que no nos detendremos porque a la hora de resolver este problema no es relevante.

© Ediciones Pirámide

Para resolver el problema debemos tomar el lagrangiano y **optimizarlo respecto a todas y cada una de las variables de las que depende** (λ, x, y). Para ello, **lo derivaremos e igualaremos a cero** de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial x} - \lambda p_x = 0 \\ \dfrac{\partial U}{\partial y} - \lambda p_y = 0 \\ p_x x + p_y y - R = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial x} = \lambda p_x \\ \dfrac{\partial U}{\partial y} = \lambda p_y \\ p_x x + p_y y = R \end{cases}$$

La forma más rápida y directa de resolver este **sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas** es dividir la primera ecuación entre la segunda. De modo que obtendríamos lo siguiente:

$$\frac{\dfrac{\partial U}{\partial x}}{\dfrac{\partial U}{\partial y}} = \frac{\lambda p_x}{\lambda p_y}$$

A la derecha del igual, el parámetro λ se simplificaría, de modo que ya no tenemos que preocuparnos por él. A la izquierda del igual tenemos un concepto, ya conocido del capítulo anterior, que es la relación marginal de sustitución (*RMS*). Lo cierto es que necesitamos realizar algunas aclaraciones al respecto. Tenemos que definir en primer lugar el concepto de **utilidad marginal del bien *x* [*UMa*(*x*)], que mide cuánto se incrementa la satisfacción del individuo al consumir una unidad más del bien *x* y se calcula como la derivada parcial de la función de utilidad tomando *x* como variable.**

$$UMa(x) = \frac{\partial U}{\partial x}$$

Análogamente podríamos calcular **la utilidad marginal del bien *y* [*UMa*(*y*)], que mide el incremento de satisfacción que proporciona el consumo de una unidad adicional de este bien y se calcula también con la derivada parcial, pero, como es lógico, tomando *y* como variable:**

$$UMa(y) = \frac{\partial U}{\partial y}$$

© Ediciones Pirámide

Una vez definidas las utilidades marginales de los bienes, podemos por fin aclarar que **la relación marginal de sustitución se puede calcular como el cociente de ambas derivadas parciales:**

$$RMS = \frac{UMa(x)}{UMa(y)} = \frac{\dfrac{\partial U}{\partial x}}{\dfrac{\partial U}{\partial y}}$$

Con todo esto en cuenta, la ecuación que teníamos antes quedaría de la siguiente manera:

$$\frac{\dfrac{\partial U}{\partial x}}{\dfrac{\partial U}{\partial y}} = \frac{\lambda p_x}{\lambda p_y} \rightarrow \frac{UMa(x)}{UMa(y)} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow$$

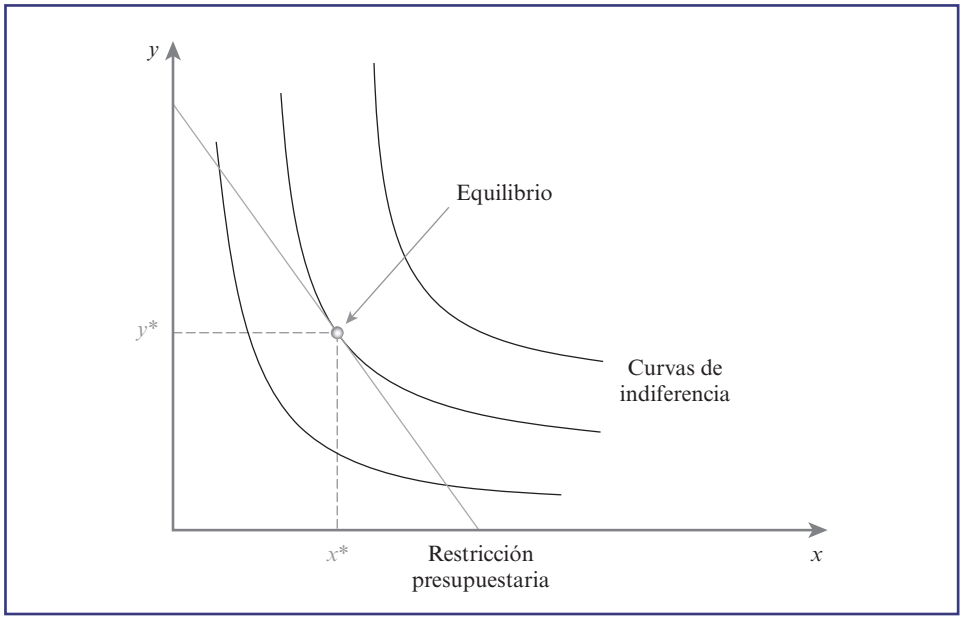
$$RMS = \frac{p_x}{p_y}, \quad \text{Condición de equilibrio}$$

Es la **fórmula que utilizaremos para calcular la máxima satisfacción del consumidor teniendo en cuenta su restricción presupuestaria o, lo que es lo mismo, es la fórmula que utilizaremos para calcular lo que se conoce como el equilibrio del consumidor.**

También es posible deducir la condición de equilibrio gráficamente. Para ello simplemente haremos uso de la idea de **maximizar la satisfacción dado el presupuesto** y lo aplicaremos a las **curvas de indiferencia y a la restricción presupuestaria.**

En primer lugar, el consumidor **tratará de situarse sobre su curva de indiferencia más alejada posible del origen,** porque, a mayor distancia, mayor satisfacción. Pero, por otro lado, **solo puede comprar las cestas de consumo que están dentro de su restricción presupuestaria.** Así pues, la curva de indiferencia más alejada posible debido a su restricción presupuestaria nos da el punto de equilibrio que podemos ver en el gráfico siguiente.

© Ediciones Pirámide



En el punto de tangencia entre una recta y una curva, como el punto de equilibrio del gráfico, ocurre que la pendiente de ambas se iguala. Recordemos que **la pendiente de las curvas de indiferencia es la relación marginal de sustitución (*RMS*)** y **la pendiente de la restricción presupuestaria es el precio relativo de los bienes (p_x/p_y),** y de ahí se demuestra gráficamente la condición de equilibrio del consumidor:

$$RMS = \frac{p_x}{p_y}$$

NOTA: *existen dos conceptos relativos al equilibrio del consumidor (senda de expansión y funciones de demanda de los bienes) que describiremos en el ejercicio a continuación, puesto que su comprensión resultará mucho más sencilla con un ejemplo práctico.*

EJERCICIO 1. La maximización de la utilidad sujeta a restricciones

Un consumidor posee una función de utilidad $U(x, y) = x^2y$. Se enfrenta a unos precios de los bienes $(p_x, p_y) = (4, 1)$ y posee una renta de 60 unidades monetarias. Se pide:

a) Calcule la senda de expansión del consumidor.
b) Calcule las funciones de demanda del consumidor.

© Ediciones Pirámide

c) Calcule y represente gráficamente el equilibrio del consumidor.
d) Indique qué tipos de bienes son x e y.
e) Suponga que el gobierno decide establecer un impuesto sobre el bien y de 3 unidades monetarias. Calcule el nuevo equilibrio del consumidor y represente gráficamente.

SOLUCIÓN

a) El cálculo del equilibrio del consumidor va a consistir siempre en tres pasos. El primero de ellos será el cálculo de la senda de expansión, que nos piden en el apartado *a*). El segundo paso consistirá en el cálculo de las demandas de los bienes, que nos piden en el apartado *b*). Y, por último, calcularemos los valores de equilibrio y los representaremos gráficamente, cosa que nos piden hacer en el apartado *c*).

En este apartado en concreto, nos piden calcular la **senda de expansión del consumo,** también conocida como la **curva de renta-consumo.** Esta expresión indica la proporción de consumo de los bienes x e y para la cual el individuo comprará los bienes en el equilibrio. Se calcula a partir de la condición de equilibrio:

$$RMS = \frac{p_x}{p_y}$$

A continuación podríamos sustituir los precios de los bienes, pero no lo vamos a hacer para obtener una expresión más genérica, válida para cualquier par de precios que nos den. Sin embargo, sí debemos calcular la relación marginal de sustitución (RMS) como el cociente de las utilidades marginales, que son las derivadas parciales de la función de utilidad en función de cada una de las variables:

$$RMS = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{UMa(x)}{UMa(y)} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{2xy}{x^2} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{2y}{x} = \frac{p_x}{p_y}$$

Para terminar el cálculo, debemos despejar una de las dos variables. Por costumbre matemática despejaremos siempre la variable y:

$$y = \frac{p_x}{2p_y}x, \quad \text{senda de expansión}$$

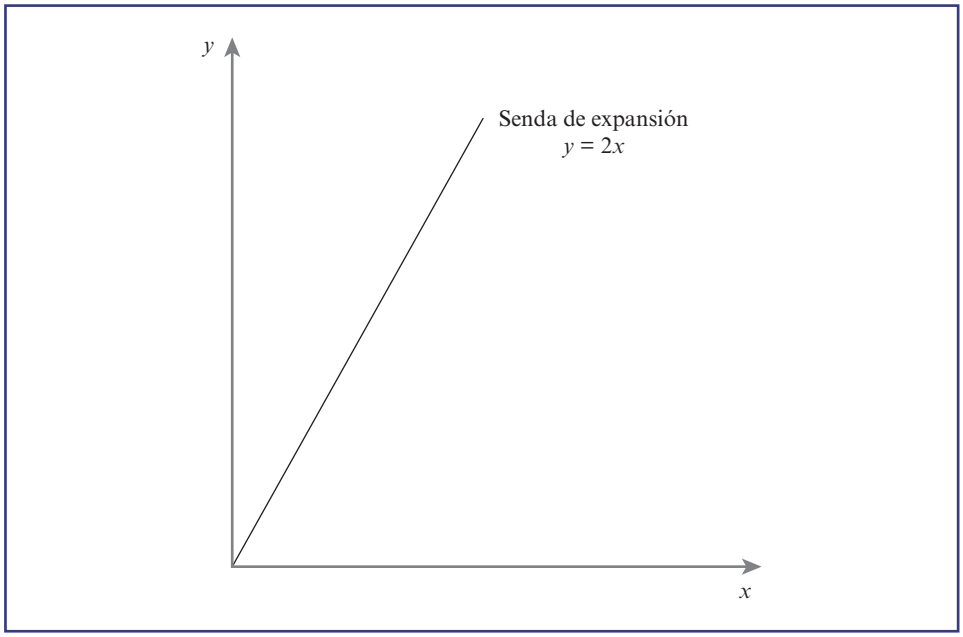
© Ediciones Pirámide

Ahora bien, si sustituimos los valores en los precios de los bienes podremos ver la proporción de consumo más claramente:

$$y = \frac{4}{2 \cdot 1} x \;\rightarrow\; y = 2x$$

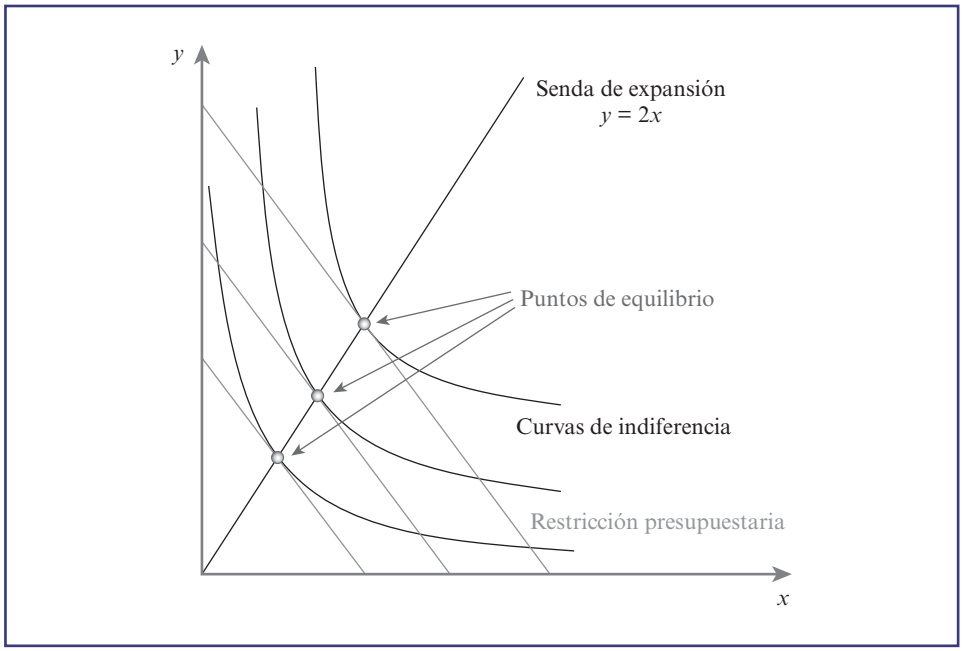
La senda de expansión nos está diciendo que el individuo siempre consumirá un número de unidades del bien y igual a dos veces el número de unidades de x. Esta expresión no nos dice el número de unidades exactas, pero nos da una idea de la proporción. El valor exacto dependerá de la renta del consumidor, la cual aún no hemos usado en los cálculos, y por ello se llama también curva de renta-consumo, porque el consumo final dependerá de la renta que posea.

Sería sencillo realizar una representación gráfica de la senda de expansión, ya que es una línea recta de pendiente dos y ordenada en el origen cero:



También es posible deducir gráficamente la senda de expansión, dado que es la **curva formada por todos los posibles puntos de equilibrio para distintos niveles de renta.** Distintos niveles de renta nos darían diferentes posibles restricciones presupuestarias, más alejadas del origen cuanto mayor sea la renta. Y para cada una de ellas habría una curva de indiferencia lo más alejada posible del origen que nos daría un punto de equilibrio. Con esta idea, podríamos dibujar lo siguiente:

© Ediciones Pirámide



b) En el segundo paso del cálculo del equilibrio del consumidor hallaremos las funciones de demanda a partir de la restricción presupuestaria

$$p_x x + p_y y = R$$

Lo que debemos hacer es sustituir la senda de expansión [$y = (p_x/2p_y)x$] dentro de ella. Volvemos a insistir en la conveniencia de no sustituir los valores de los precios y la renta, aunque los conozcamos, para poder así obtener expresiones más genéricas:

$$p_x x + p_y y = R \;\rightarrow\; p_x x + p_y \frac{p_x}{2p_y} x = R$$

Como podemos ver, hemos sustituido la senda de expansión donde aparecía la variable y. La ecuación resultante depende de una sola variable, la x, que procedemos a despejar:

$$p_x x + \frac{p_x}{2} x = R \;\rightarrow\; x\left(p_x + \frac{p_x}{2}\right) = R \;\rightarrow\; x\frac{3p_x}{2} = R \;\rightarrow\; x = \frac{2R}{3p_x} \;\rightarrow\; x^D = \frac{2R}{3p_x}$$

© Ediciones Pirámide

La expresión resultante es la función de demanda del bien x para este consumidor (x^D). Para obtener la función de demanda del bien y debemos sustituir la función de demanda de x que acabamos de obtener dentro de la senda de expansión:

$$y = \frac{p_x}{2p_y}x \;\rightarrow\; y = \frac{p_x}{2p_y}\cdot\frac{2R}{3p_x} \;\rightarrow\; y = \frac{R}{3p_y} \;\rightarrow\; y^D = \frac{R}{3p_y}$$

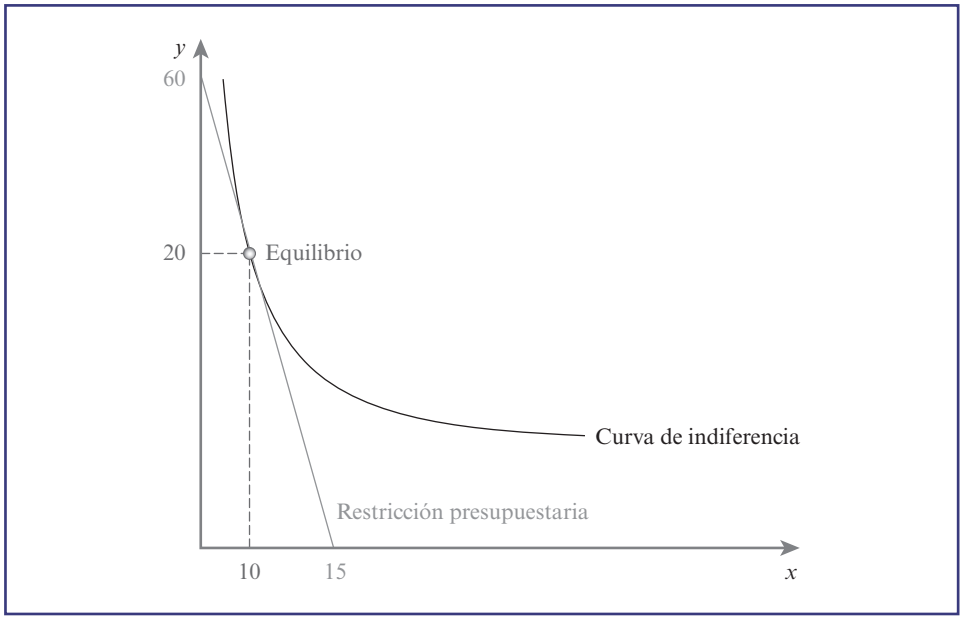
Obsérvese que los precios y la renta quedan indicados, es decir, no los sustituimos de momento por sus auténticos valores.

c) El tercer y último paso consiste en sustituir los valores que conocemos en las funciones de demanda calculadas en el apartado anterior:

$$x^D = \frac{2R}{3p_x} \;\rightarrow\; x^D = \frac{2\cdot 60}{3\cdot 4} \;\rightarrow\; x^D = 10$$

$$y^D = \frac{R}{3p_y} \;\rightarrow\; y^D = \frac{60}{3\cdot 1} \;\rightarrow\; y^D = 20$$

Estas son las cantidades de bien x e y que el individuo debe consumir si quiere maximizar su satisfacción sujeto a su restricción presupuestaria. Gráficamente, el equilibrio quedaría representado como sigue:



© Ediciones Pirámide

NOTA: *los puntos de corte de la restricción presupuestaria provienen de calcular las cantidades máximas que el individuo puede llegar a comprar de ambos, y, dada su restricción presupuestaria, como vimos en el capítulo 2, se pueden calcular así:*

$$x^{\text{máx}} = \frac{R}{p_x} = \frac{60}{4} = 15$$

$$y^{\text{máx}} = \frac{R}{p_y} = \frac{60}{1} = 60$$

d) Para analizar los tipos de bienes, cosa que aprendimos a hacer en el capítulo 4, debemos ver la relación que existe entre la demanda y el resto de variables. Por ejemplo, centrándonos en primer lugar en el bien x, podemos observar en su función de demanda:

$$x^D = \frac{2R}{3p_x}$$

que cuanto mayor sea la renta, que aparece multiplicando (en el numerador), mayor será la demanda, por lo que el bien x es un bien normal. Lo contrario pasa con su precio, que aparece dividiendo (en el denominador), por lo que a mayor precio, menor cantidad demandada, lo que implica un bien ordinario. Por último, no depende del precio del bien y, por lo que decimos que son bienes independientes, esto es, ni sustitutivos ni complementarios.

Debido a la similitud de ambas funciones de demanda, el bien y posee las mismas propiedades que el bien x, esto es, ordinario, normal e independiente de x.

e) La introducción de un impuesto de 3 unidades monetarias ($t_y = 3$) en el consumo del bien y provoca un incremento de su precio de la misma cuantía, es decir, hasta las 4 unidades monetarias ($p'_y = 1 + t_y = 1 + 3 = 4$). La razón de no haber sustituido precios y renta desde el principio del problema es precisamente esta. Llegados a este punto, basta con sustituir los nuevos datos en las funciones de demanda genéricas para obtener el nuevo equilibrio:

$$x^D = \frac{2R}{3p_x} \rightarrow x^D = \frac{2 \cdot 60}{3 \cdot 4} \rightarrow x^D = 10 \text{ (no cambia)}$$

$$y^D = \frac{R}{3p'_y} \rightarrow y^D = \frac{60}{3 \cdot 4} \rightarrow y^D = 5$$

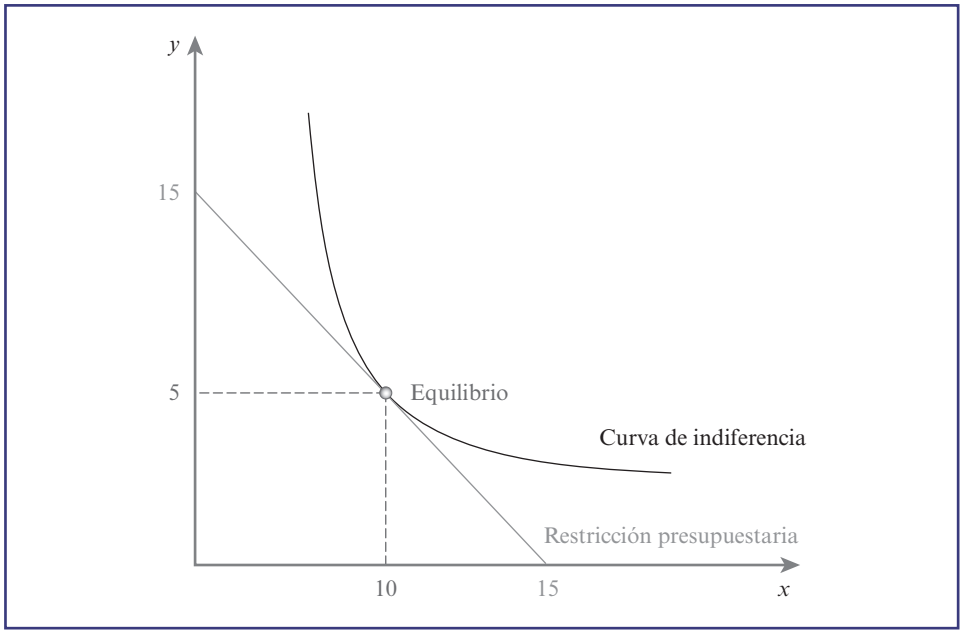
© Ediciones Pirámide

De cara a la representación gráfica, debemos tener en cuenta que también cambiará el punto de corte de la restricción presupuestaria con el eje vertical ($y^{máx}$), pero no el del eje horizontal ($x^{máx}$):

$$x^{máx} = \frac{R}{p_x} = \frac{60}{4} = 15 \text{ (no cambia)}$$

$$y^{máx} = \frac{R}{p'_y} = \frac{60}{4} = 15$$

De modo que el nuevo equilibrio quedaría de la siguiente manera:



6.2. EQUILIBRIO DEL CONSUMIDOR PARA BIENES SUSTITUTIVOS

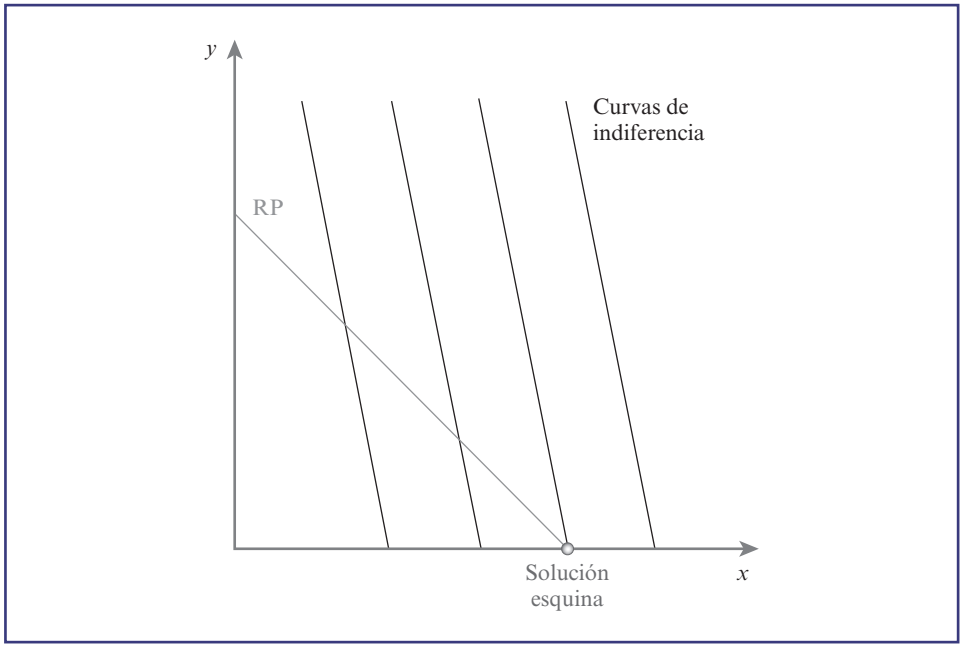
Cuando hablamos de bienes sustitutivos, **no podemos utilizar la condición de equilibrio** que utilizamos en el anterior ejercicio. La razón es que dicha condición no se suele cumplir, porque **para el caso de bienes sustitutivos, en general, la condición de tangencia entre restricción presupuestaria y curva de indiferencia no se llega a alcanzar.** Esto es así porque las curvas de indiferencia de los bienes

© Ediciones Pirámide

sustitutivos son líneas rectas, y como la restricción presupuestaria también lo es, en general tendrán un punto de corte entre ellas, pero no uno de tangencia. **Que las curvas de indiferencia sean líneas rectas implica que la relación marginal de sustitución (*RMS*) sea constante. Dado que la restricción presupuestaria también es una línea recta, su pendiente (p_x/p_y) también será constante,** por lo que ambos valores en general no coincidirán.

Nos encontraremos ante tres posibles situaciones dependiendo de los valores de ambos conceptos:

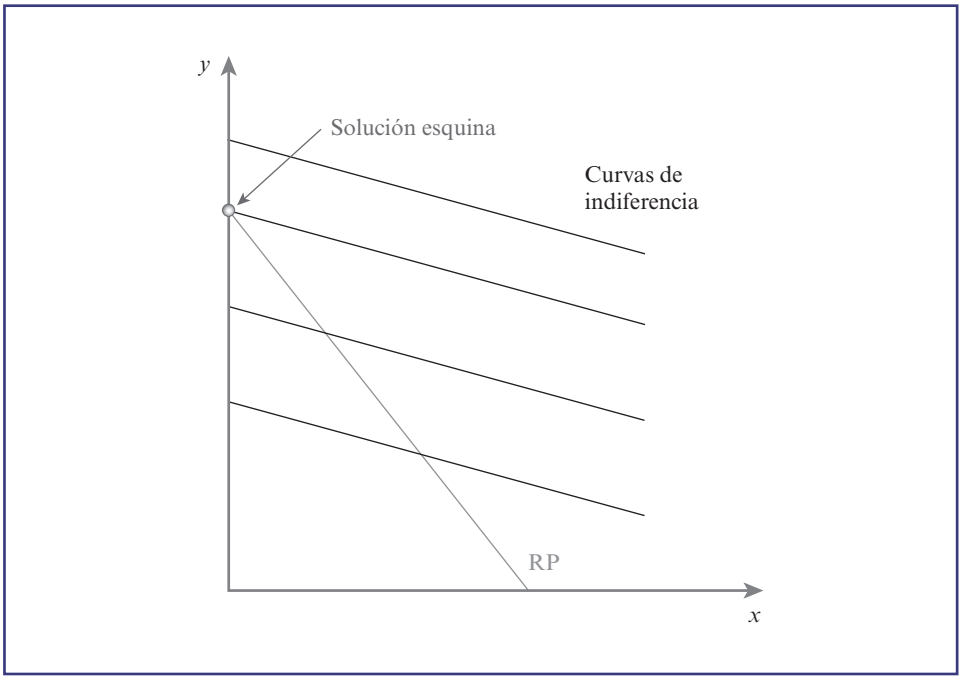
— Si $RMS > p_x/p'_y$, es decir, **si la pendiente de las curvas de indiferencia (*RMS*) es mayor que la pendiente de la restricción presupuestaria (p_x/p_y),** nos encontraríamos ante la situación que podemos ver en el gráfico siguiente. El consumidor, al tratar de aumentar su satisfacción, irá buscando curvas de indiferencia cada vez más alejadas del origen de coordenadas, hasta alcanzar una tan alejada que es la última que toca a la restricción presupuestaria en alguno de sus puntos. Dicho punto es conocido como **solución esquina** y será el equilibrio del consumidor, punto en el cual **no consume nada del bien *y* y dedica toda su renta a la compra del bien *x*.**



— Si $RMS < p_x/p_y$, es decir, **si la pendiente de las curvas de indiferencia (*RMS*) es menor que la pendiente de la restricción presupuestaria (p_x/p_y),**

© Ediciones Pirámide

nos encontraríamos ante la situación que podemos ver en el gráfico siguiente. El consumidor, al tratar de aumentar su satisfacción, irá buscando curvas de indiferencia cada vez más alejadas del origen de coordenadas, hasta alcanzar una tan alejada que es la última que toca a la restricción presupuestaria en alguno de sus puntos. Dicho punto es conocido como solución esquina y será el equilibrio del consumidor, punto en el cual **no consume nada del bien *x* y dedica toda su renta a la compra del bien *y*.**



— Si $RMS = p_x/p_y$, es decir, **si la pendiente de las curvas de indiferencia (*RMS*) coincide con la pendiente de la restricción presupuestaria (p_x/p_y),** nos encontraríamos ante una situación bastante peculiar, dado que ambas rectas se superponen la una a la otra, resultando esto en infinitos posibles puntos de equilibrio. De hecho, **cualquier punto sobre la restricción presupuestaria será de equilibrio,** ya que todos esos puntos coinciden con la curva de indiferencia más alejada del origen posible.

Es necesario que además demos una breve explicación de cómo será la función de utilidad para este caso, ya que tiene algunas cualidades que debemos resaltar. La función de utilidad para bienes sustitutivos tendrá siempre este aspecto genérico:

© Ediciones Pirámide

$$U(x,y) = ax + by$$

donde los parámetros positivos a y b hacen referencia a la tasa a la cual el individuo está dispuesto a intercambiar el bien x y el bien y. Por ejemplo, si el individuo está dispuesto a dar 3 unidades de y a cambio de 2 unidades de x, tendríamos $a = 3$, $b = 2$ para obtener una función de utilidad:

$$U(x,y) = 3x + 2y$$

Existe una forma alternativa de plantear esta función de utilidad. Considerando a y b de la misma manera que antes, podríamos escribir lo siguiente:

$$U(x,y) = \frac{x}{b} + \frac{y}{a}$$

Y, sustituyendo los datos del ejemplo:

$$U(x,y) = \frac{x}{2} + \frac{y}{3}$$

Aunque no lo parezca, ambas funciones de utilidad son correctas y representan las mismas preferencias. La razón es que **podemos aplicar transformaciones monótonas a una función de utilidad sin que se altere el orden de las preferencias.** Aplicar una transformación monótona a una función podría ser multiplicarla por un número, dividirla por un número, elevarla a un número, hacer raíz cuadrada, raíz cúbica, etc. Que no se altere el orden de las preferencias viene a decir que ambas funciones de utilidad **representan exactamente las mismas preferencias** o que, a efectos prácticos, en el fondo sean la misma función de utilidad. Concretamente, en el ejemplo expuesto puede observarse claramente que la primera función es igual que la segunda función multiplicada por 6.

NOTA: *esta propiedad de las funciones de utilidad puede ser realmente práctica para algunos casos. Por ejemplo, si nos encontramos con una función de utilidad* $U(x,y) = 100x^7y^7$*, podríamos dividir dicha función entre 100 sin alterar el orden de las preferencias, obteniendo la expresión* $U(x,y) = x^7y^7$ *y luego podríamos hacer raíz séptima para finalmente obtener una función enormemente más sencilla que la original:* $U(x,y) = xy$*. Los resultados obtenidos con cualquiera de las tres serían exactamente los mismos, por lo que siempre utilizaremos la más sencilla posible.*

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 2. Equilibrio del consumidor para bienes sustitutivos

Un individuo, que posee 24 unidades monetarias, tiene que elegir entre consumir manzanas (bien x) o peras (bien y). Las manzanas le gustan bastante más, hasta el punto de que estaría dispuesto a intercambiar dos peras por una manzana. Además, se sabe que el precio de cada manzana es de tres unidades monetarias, y el de cada pera, de una unidad monetaria.

a) Exprese una posible función de utilidad que describa las preferencias de este individuo.
b) Calcule y represente gráficamente el equilibrio de este consumidor.

SOLUCIÓN

a) Como ya hemos mencionado previamente, existe una expresión genérica para describir las preferencias para bienes sustitutivos:

$$U(x,y) = ax + by$$

El valor del parámetro a será el número de unidades de y que estamos dispuestos a intercambiar por b unidades de x. En este caso concreto, el enunciado del problema nos indica que el individuo está dispuesto a intercambiar 1 unidad de x ($b = 1$) por 2 unidades de y ($a = 2$) . Sustituyendo dichos valores en la función de utilidad, obtendremos:

$$U(x,y) = ax + by \quad \rightarrow \quad U(x,y) = 2x + y$$

que es una de las posibles funciones que describen las preferencias de este individuo.

b) Para calcular el equilibrio del consumidor, en primer lugar debemos comparar los valores de las pendientes de las curvas de indiferencia (relación marginal de sustitución, RMS) y de la restricción presupuestaria (p_x/p_y). Calculemos por separado cada concepto:

$$RMS = \frac{UMa(x)}{UMa(y)} = \frac{\dfrac{\partial U}{\partial x}}{\dfrac{\partial U}{\partial y}} = \frac{2}{1} = 2$$

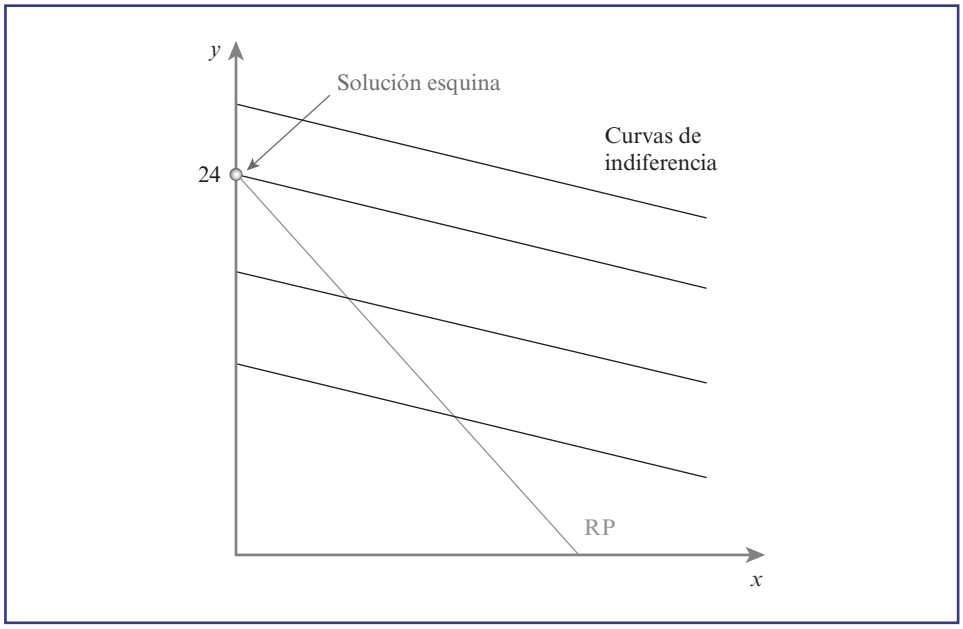
$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{3}{1} = 3$$

© Ediciones Pirámide

Es decir, la relación marginal de sustitución resulta ser mayor que el precio relativo de los bienes ($RMS < p_x/p_y$) y, como hemos visto a lo largo de este punto, cuando eso ocurre el individuo alcanzará su equilibrio en un punto conocido como solución esquina, para el cual no consumirá nada del bien x ($x^D = 0$) y gastará toda su renta en el consumo del bien y. Esto implica que su demanda de y coincidirá con la cantidad máxima que puede llegar a comprar de este bien ($y^D = y^{máx}$). Basándonos en esta idea, podemos calcular dicha cantidad:

$$y^D = y^{máx} = \frac{R}{p_y} = \frac{24}{1} = 24$$

Gráficamente tendríamos:



6.3. EQUILIBRIO DEL CONSUMIDOR PARA BIENES COMPLEMENTARIOS

La función de utilidad de bienes complementarios no tiene nada que ver con las que hemos visto hasta ahora. Hay que tener en cuenta que **el individuo desea consumir una combinación de bienes en una determinada proporción,** de tal manera que tener muchas unidades de un bien y pocas del otro quizá no le reporte

© Ediciones Pirámide

mayor satisfacción. Por ejemplo, un individuo dice tomar siempre un café con dos terrones de azúcar y nunca en ninguna otra proporción. Tener un solo café y tres terrones de azúcar (o más) no le reportará mayor utilidad. Por ello, la función que representa sus preferencias, en general, tendrá el siguiente aspecto:

$$U(x, y) = \text{mín } \{ax, by\}$$

El parámetro a representa el número de unidades del bien y que el individuo consumiría con b unidades del bien x. Si llamamos bien x al café y bien y a los terrones de azúcar, la función de utilidad de este individuo quedaría de la siguiente manera:

$$U(x, y) = \text{mín } \{2x, y\}$$

Por otro lado, la función «mín» simplemente significa que, de entre los dos términos, elijamos el de menor valor. Aunque no es una función muy habitual, a efectos prácticos, no nos supondrá ningún problema.

NOTA: *al igual que con los bienes sustitutivos, es posible escribir la función de utilidad de una manera alternativa:*

$$U(x, y) = \text{mín} \left\{ \frac{x}{b}, \frac{y}{a} \right\}$$

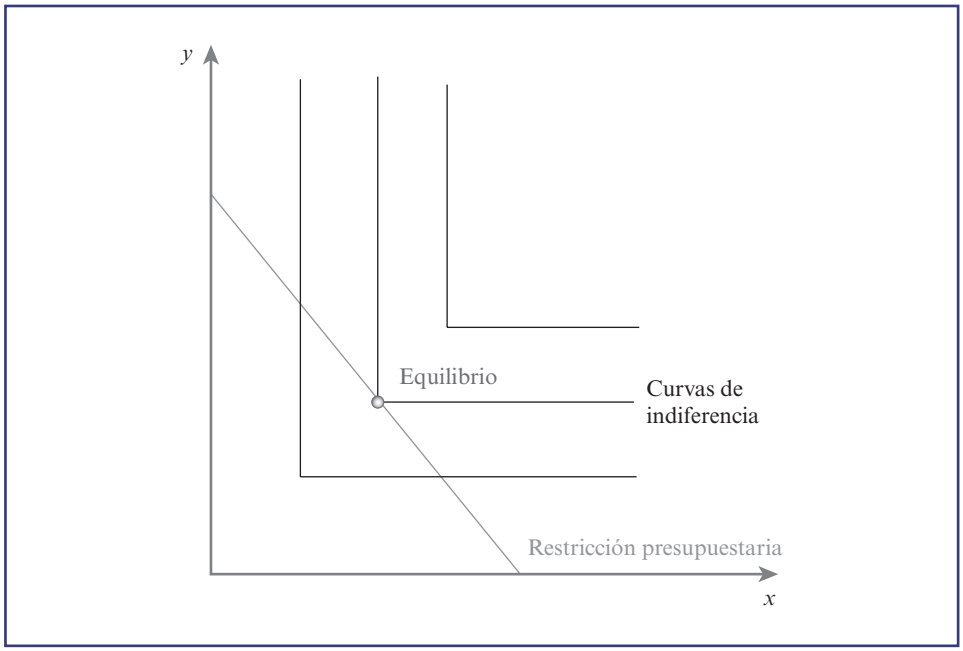
Si sustituimos los valores del ejemplo obtendríamos lo siguiente:

$$U(x, y) = \text{mín} \left\{ x, \frac{y}{2} \right\}$$

Es importante recalcar que ambas funciones de utilidad representan las mismas preferencias, porque, al igual que con cualquier otra función de utilidad, es posible aplicar transformaciones monótonas sin afectar al orden de los gustos del consumidor. Concretamente, si multiplicamos por dos la segunda función de utilidad, obtenemos la primera, sin que cambie el orden de las preferencias.

La solución de equilibrio para este consumidor no diferirá en exceso de la que vimos en el primer punto de este capítulo. **El individuo buscará la curva de indiferencia lo más alejada posible del origen dada su restricción presupuestaria**. Veámoslo gráficamente:

© Ediciones Pirámide



Sin embargo, no es posible aplicar la condición de equilibrio que aprendimos en el primer punto de este capítulo. La razón es que, en el punto de equilibrio, que es un vértice de las curvas de indiferencia, **no se puede calcular la relación marginal de sustitución (*RMS*)** porque no se puede derivar. Para resolver este problema, debemos aplicar esta condición de equilibrio:

$$ax = by$$

Una vez establecida la condición de equilibrio del consumidor para bienes complementarios, procederemos a ver su aplicación con el ejemplo práctico que exponemos a continuación.

EJERCICIO 3. Equilibrio del consumidor para bienes complementarios

Un individuo siempre consume una proporción de tres unidades del bien x por cada dos unidades del bien y. Además, sabemos que posee una renta de 45 unidades monetarias y que los precios de los bienes son $(p_x, p_y) = (1, 3)$. Calcule el equilibrio de este consumidor.

© Ediciones Pirámide

SOLUCIÓN

Conocemos una función genérica para las preferencias de bienes complementarios. Dicha función de utilidad posee un parámetro a que hace referencia al número de unidades de y que el individuo consume conjuntamente con b unidades de x. El aspecto de dicha función es el siguiente:

$$U(x, y) = \text{mín } \{ax, by\}$$

Si sustituimos la información proporcionada por el problema, nos quedaría:

$$U(x, y) = \text{mín } \{ax, by\} = U(x, y) = \text{mín } \{2x, 3y\}$$

Ahora que ya conocemos la función de utilidad, podemos proceder a calcular el equilibrio de este consumidor. Como ya sabemos, no podemos utilizar la condición de equilibrio habitual ($RMS = p_x/p_y$) porque sencillamente, en ese punto, no se puede calcular la relación marginal de sustitución. Debemos utilizar esta otra condición:

$$ax = by$$

Y, sustituyendo ambos términos:

$$2x = 3y$$

A continuación, como es habitual, despejaremos la variable y para obtener un concepto ya explicado a lo largo de este capítulo, conocido como senda de expansión, que, curiosamente, no dependerá de los precios de los bienes:

$$y = \frac{2}{3}x$$

A partir de este punto el problema sí se resuelve como resolveríamos cualquier otro ejercicio con preferencias regulares o usuales, es decir, sustituyendo la senda de expansión en la restricción presupuestaria para obtener la función de demanda del bien x (x^D).

$$p_x x + p_y y = R \;\rightarrow\; p_x x + p_y \frac{2}{3}x = R \;\rightarrow\; x\left(p_x + \frac{2}{3}p_y\right) = R \;\rightarrow$$

$$x\left(\frac{3p_x + 2p_y}{3}\right) = R \;\rightarrow\; x = \frac{3R}{3p_x + 2p_y} \;\rightarrow\; x^D = \frac{3R}{3p_x + 2p_y}$$

© Ediciones Pirámide

Para calcular la función de demanda del bien y (y^D), sustituiremos la función de demanda del bien x (x^D) que acabamos de obtener dentro de la senda de expansión:

$$y = \frac{2}{3}x \rightarrow y = \frac{2}{3}\frac{3R}{3p_x + 2p_y} \rightarrow y = \frac{6R}{9p_x + 6p_y} \rightarrow y = \frac{2R}{3p_x + 2p_y} \rightarrow$$

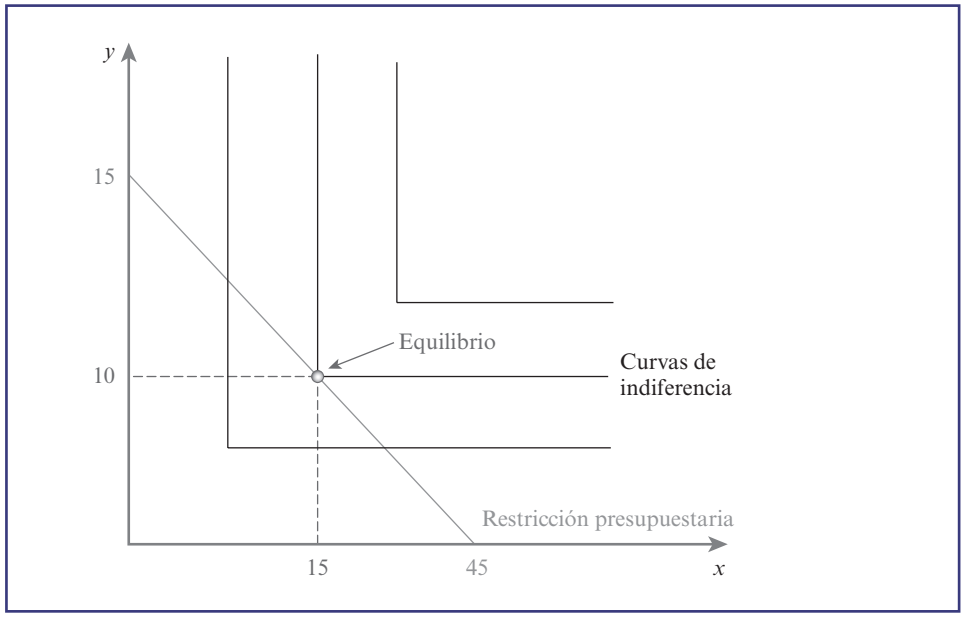
$$\rightarrow y^D = \frac{2R}{3p_x + 2p_y}$$

Una vez que tenemos ambas funciones de demanda, basta con sustituir los precios y la renta proporcionados por el enunciado del problema para hallar la solución de equilibrio:

$$x^D = \frac{3R}{3p_x + 2p_y} = \frac{3 \cdot 45}{3 \cdot 1 + 2 \cdot 3} = 15$$

$$y^D = \frac{2R}{3p_x + 2p_y} = \frac{2 \cdot 45}{3 \cdot 1 + 2 \cdot 3} = 10$$

Y su representación gráfica sería la que podemos ver a continuación:



© Ediciones Pirámide

7 El efecto renta y el efecto sustitución

7.1. INTRODUCCIÓN

Hemos dedicado los últimos capítulos a estudiar los determinantes de la demanda de los consumidores. Hemos aprendido a calcular la restricción presupuestaria, el nivel óptimo de utilidad, el comportamiento del consumidor en función de las preferencias, el porqué de las variaciones que sufre la demanda de un individuo e incluso la sensibilidad de dichas variaciones. En este capítulo vamos a dar un paso más allá y **vamos a distinguir dos causas que explican los cambios en la demanda del consumidor, esto es, el efecto renta y el efecto sustitución.**

Cuando se producen cambios en los precios de los bienes, cambian las cantidades que se demandan de ellos, cantidades que podemos calcular gracias a las funciones de demanda. Sin embargo, no nos parece suficiente decir que, como un bien es ordinario, al bajar su precio subirá su cantidad demandada y viceversa. Queremos una explicación más profunda de las razones de esos cambios.

Imaginemos que se ha producido una reducción del precio de un bien ordinario (bien x) de 2 unidades monetarias que ha provocado un incremento de la cantidad demandada del bien de 10 unidades. Supongamos también que existe otro bien (bien y) que no ve afectada su cantidad demandada por dicho cambio, porque son bienes independientes entre sí. **El efecto sustitución nos dice cuántas unidades más de x consume el individuo debido al cambio en el precio relativo de los bienes (p_x/p_y).** Es decir, aunque no ha cambiado el precio del bien y, ahora, comparativamente, nos parece más caro que el bien x, que sí ha bajado su precio, lo que nos llevará, debido al efecto sustitución, a aumentar la cantidad demandada de x y reducir la de y. **El efecto sustitución mide el cambio en las cantidades demandadas de ambos bienes debido a que ahora uno parece más caro que el otro, comparativamente hablando.**

© Ediciones Pirámide

Continuando con el ejemplo anterior, en el que la cantidad demandada de x había aumentado en 10 unidades ($\Delta x^D = 10$) en total, vamos a imaginar que, de ese incremento, la cantidad demandada se ha incrementado en seis unidades debido al efecto sustitución. Es decir, del **incremento total, que llamaremos efecto total** y cuyo valor es 10 ($ET_x = 10$), 6 unidades se deben al efecto sustitución ($ES_x = 6$) y, por tanto, el resto se debe al efecto renta ($ER_x = 4$), que explicaremos más adelante.

Seguimos con nuestro ejemplo anterior para llamar la atención sobre un hecho importante que no se debe olvidar. Aunque el precio que ha cambiado es el del bien x, **también se pueden calcular los efectos renta y sustitución para el otro bien, esto es, para el bien *y*.** Imaginemos que ese cambio relativo del precio de los bienes ha provocado una reducción del consumo del bien y de 3 unidades debido al efecto sustitución ($ES_y = -3$). Como ya hemos mencionado, realmente la cantidad demandada total del bien y no se ve afectada por un cambio en el precio del bien x ($ET_y = 0$), dado que son bienes independientes. Esto implica que, el efecto renta para el bien y tiene que ser obligatoriamente un aumento del consumo por valor de 3 unidades ($ER_y = 3$), para que ambos efectos compensen sus valores y el resultado sea cero ($ET_y = 0$).

Como conclusión a esta introducción, vamos a escribir una relación entre todos estos términos, que quizá pueda haber resultado obvia tras haber leído las explicaciones previas: el efecto total, que es el cambio total que sufre la cantidad demandada debido al cambio en el precio de uno de los bienes, es igual a la suma del efecto renta y del efecto sustitución:

$$ET_x = ES_x + ER_x$$

Y, además, este concepto es aplicable también al otro bien:

$$ET_y = ES_y + ER_y$$

Hemos dejado para el final de la explicación la teoría del efecto renta. **El efecto renta mide la variación en las cantidades demandadas de bienes debido al cambio en el poder adquisitivo del individuo.** En nuestro ejemplo, el precio del bien x había bajado en 2 unidades monetarias, y aunque es cierto que la renta del individuo sigue siendo la misma, el hecho de que uno de los bienes sea más barato provoca una mayor capacidad de compra para el individuo, motivo por el cual vemos que ambos bienes tienen un efecto renta positivo. O, lo que es lo mismo, compra más unidades de ambos debido a que siente un incremento de su poder adquisitivo.

© Ediciones Pirámide

Una de las ventajas del estudio del efecto renta y el efecto sustitución es que nos permite con solo unos pocos datos saber qué tipos de bienes estamos tratando. Por ejemplo, sabemos que **el efecto sustitución siempre se mueve en sentido contrario a la variación del precio.** Es decir, **si el precio del bien *x* sube, el efecto sustitución será negativo. Si el precio del bien *x* baja, el efecto sustitución será positivo.** Y esto es algo que se cumple siempre. La razón es que si, por ejemplo, el bien x se hace más caro, surge un efecto sustitución que lleva al consumidor a sustituir el bien x, más caro comparativamente que antes, por el bien y, más barato comparativamente.

Aunque el efecto sustitución tiene un comportamiento predeterminado con respecto al precio, esto no ocurre para el efecto renta. Dependiendo del signo del efecto renta, nos encontraremos con un bien normal o un bien inferior. Por ejemplo, un incremento del precio del bien x implica una caída de nuestro poder adquisitivo. El efecto renta mide justo eso: cómo varía nuestra demanda ante cambios en el poder de compra del consumidor. Por eso, **si ante esa caída de nuestro poder adquisitivo observamos un efecto renta negativo (lo que significa una reducción de la demanda debido al efecto renta), estaremos ante un bien normal.** Recordemos que un bien normal tiene las siguientes características:

$$\text{Bienes normales} \begin{cases} \uparrow R \ \rightarrow \ \uparrow x^D \\ \downarrow R \ \rightarrow \ \downarrow x^D \end{cases}$$

De la misma manera, si **ante una bajada del precio observamos una subida de la demanda debido al efecto renta (efecto renta positivo), estaremos también ante un bien normal.** La razón es que una reducción del precio eleva nuestro poder adquisitivo, y si el bien es normal, se incrementará su demanda.

Nótese que esto implica algo muy relevante: **si el efecto renta y el efecto sustitución tienen el mismo signo, estaremos ante un bien normal.** Esto ocurre porque el efecto sustitución tiene siempre sentido contrario a la variación del precio, y si el efecto renta tiene también sentido contrario a la variación del precio, el bien será normal.

Obviamente, lo contrario ocurrirá si estamos ante un bien inferior. Recordemos primero cómo se comportaba este tipo de bien:

$$\text{Bienes inferiores} \begin{cases} \uparrow R \ \rightarrow \ \downarrow x^D \\ \downarrow R \ \rightarrow \ \uparrow x^D \end{cases}$$

Si, por ejemplo, se produce una subida del precio del bien o, lo que es lo mismo, una reducción de nuestro poder adquisitivo y estamos ante un bien inferior, el

© Ediciones Pirámide

efecto renta será positivo, lo que significa un incremento de la demanda debido a este hecho. Si se produjera una reducción del precio, el efecto renta sería negativo en este caso. Es decir, **si estamos ante un bien inferior, el efecto renta se mueve en el mismo sentido que la variación del precio.**

Centrémonos ahora en el efecto total, que nos servirá para saber si el bien es ordinario o Giffen. Pero antes de ello vamos a adelantar dos propiedades que se deducirán de lo que expondremos a continuación:

— **Todo bien Giffen es un bien inferior, pero no todo bien inferior es Giffen.**
— **Todo bien normal es ordinario, pero no todo bien ordinario es normal.**

Analicemos las distintas posibilidades. Imaginemos que estamos ante un bien normal, lo que como ya hemos explicado implica que el efecto renta y el efecto sustitución tienen el mismo signo. Si se produce una subida del precio del bien, el efecto sustitución será negativo (siempre varía en sentido contrario al precio), al igual que el efecto renta (porque el bien es normal). Como el efecto total es la suma de ambos, tendremos seguro un efecto total negativo. Recordemos que el efecto total es la variación total que sufre la demanda del bien ante un cambio en su precio.

$$ET_x = ES_x + ER_x$$

Si ante una subida del precio ha bajado la demanda del bien (efecto total negativo), estaremos ante un bien ordinario. Tengamos en cuenta que:

$$\text{Bienes ordinarios} \begin{cases} \uparrow P_x \rightarrow \downarrow x^D \\ \downarrow P_x \rightarrow \uparrow x^D \end{cases}$$

$$\text{Bienes Giffen} \begin{cases} \uparrow P_x \rightarrow \uparrow x^D \\ \downarrow P_x \rightarrow \downarrow x^D \end{cases}$$

Por tanto, **si el efecto renta y el efecto sustitución tienen el mismo signo, el efecto total también lo tendrá y estaremos ante un bien ordinario,** porque una subida del precio proporciona un efecto sustitución negativo, y si el efecto renta también es negativo (bien normal), el efecto total, que es la suma de ambos, lo será igualmente (caída de la demanda), lo que significa que una subida del precio ha provocado una reducción en la cantidad demandada del bien y que, por tanto, es ordinario.

Sin embargo, este hecho se complica **si efecto renta y efecto sustitución tienen sentido contrario, porque en ese caso ya no estaremos ante un bien normal, sino**

© Ediciones Pirámide

ante uno inferior. Por ejemplo, un aumento del precio siempre proporciona un efecto sustitución negativo, pero para que el bien sea inferior, el efecto renta tiene que ser positivo, para que ante un incremento del precio o, lo que es lo mismo, una reducción de nuestro poder adquisitivo aumente la demanda. Pero ¿cómo será el efecto total? Depende. Como ambos efectos tienen sentido contrario, es posible que el resultado sea positivo o negativo, en función de su valor. Como siempre, vamos a analizar estas cuestiones mediante algunos ejemplos. Si estamos ante una subida del precio del bien, el efecto sustitución será negativo, y si el bien es inferior, el efecto renta irá en sentido contrario, es decir, será positivo. Ahora bien, **si la suma de ambos efectos resulta ser positiva porque el efecto renta es mayor que el efecto sustitución en valor absoluto ($|ER| > |ES|$), el bien será Giffen,** porque el efecto total será positivo (incremento de la demanda) ante un incremento del precio. Pero **si la suma de ambos efectos resulta ser negativa porque el efecto renta es menor que el efecto sustitución en valor absoluto ($|ER| < |ES|$), el bien será ordinario,** porque el efecto total será negativo (reducción de la demanda) ante un incremento del precio. Lo contrario ocurriría si nuestro ejemplo hubiera sido con una reducción del precio.

Podemos resumir todos estos razonamientos en una tabla que nos resultará muy práctica para esquematizar todo lo expuesto hasta este momento:

Si $\uparrow P_x$	$ES < 0$	$ER < 0$, bien normal	$ET < 0$, bien ordinario
		$ER > 0$, bien inferior	Si $\|ER\| < \|ES\| \rightarrow ET < 0$, bien ordinario
			Si $\|ER\| > \|ES\| \rightarrow ET > 0$, bien Giffen
Si $\downarrow P_x$	$ES > 0$	$ER > 0$, bien normal	$ET > 0$, bien ordinario
		$ER < 0$, bien inferior	Si $\|ER\| > \|ES\| \rightarrow ET < 0$, bien Giffen
			Si $\|ER\| < \|ES\| \rightarrow ET > 0$, bien ordinario

7.2. LA VERSIÓN DE SLUTSKY

Ahora nos vamos a centrar en los cálculos numéricos del efecto renta y sustitución. Existen dos formas de aproximar estos valores, con puntos de vista y resultados distintos. Tenemos la versión de Slutsky, que veremos en este punto, y la versión de Hicks, que veremos en el siguiente.

La versión de Slutsky supone que en primer lugar se produce el efecto sustitución, es decir, el cambio en los precios relativos de los bienes, que nos llevará a consumir más del bien comparativamente más barato y menos cantidad del

© Ediciones Pirámide

otro bien, comparativamente más caro. Este cambio implicará una variación en la pendiente de la restricción presupuestaria (recordemos que el precio relativo de los bienes, p_x/p_y, coincide con la pendiente de la restricción presupuestaria). La clave de la perspectiva de **Slutsky radica en que supone que inicialmente no cambia el poder adquisitivo del individuo,** de modo que **la restricción presupuestaria pivotará sobre el punto de equilibrio inicial, cambiando su pendiente,** pero sin modificar la capacidad de compra del consumidor.

Para calcular los efectos renta y sustitución seguiremos una serie de pasos muy concretos que vamos a explicar de forma práctica en el problema que tenemos a continuación.

EJERCICIO 1. La versión de Slutsky

Un individuo posee una función de utilidad

$$U(x, y) = x^{1/2}y^{1/2}$$

Se enfrenta a unos precios de los bienes $(p_x, p_y) = (1, 1)$ y posee una renta de 100 unidades monetarias.

a) Calcule y represente gráficamente el equilibrio del consumidor.
b) Se introduce un impuesto de 1 unidad monetaria por cada unidad comprada del bien x. Calcule el nuevo equilibrio del consumidor.
c) Descomponga, según la versión de Slutsky, en efecto renta y en efecto sustitución los cambios en las cantidades demandadas provocadas por el impuesto. Represente gráficamente.

Solución

a) En este primer apartado vamos a resolver el problema básico del consumidor tal como lo hicimos en el capítulo anterior. Es un proceso de tres pasos que detallamos a continuación.

1. *Cálculo de la senda de expansión*

Para este primer paso aplicaremos la condición de equilibrio del consumidor, con la que obteníamos el punto de máxima satisfacción del individuo dada su restricción presupuestaria.

$$RMS = \frac{p_x}{p_y}$$

© Ediciones Pirámide

Recordemos que la relación marginal de sustitución (RMS) se calculaba como el cociente de las utilidades marginales [$UMa(x)/UMa(y)$], que son las derivadas parciales de la función de utilidad respecto de cada uno de los bienes. Para el caso en el que nos encontramos, el proceso a seguir sería el siguiente:

$$RMS = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{UMa(x)}{UMa(y)} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{\frac{1}{2}x^{(1/2)-1}y^{1/2}}{\frac{1}{2}x^{1/2}y^{(1/2)-1}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{x^{-1/2}y^{1/2}}{x^{1/2}y^{-1/2}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{y^{1/2}y^{1/2}}{x^{1/2}x^{1/2}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow y = \frac{p_x}{p_y}x, \quad \text{senda de expansión}$$

NOTA: *este libro debería dar por hecho que el lector está familiarizado con las nociones de matemáticas básicas necesarias para poder estudiar cursos de iniciación a la microeconomía; sin embargo, en esta ocasión y en muchas otras a lo largo del resto de capítulos, aclararemos algunas ideas. Concretamente, en este ejercicio la aclaración será respecto a las derivadas. Cuando realizamos la derivada parcial de la función de utilidad respecto de la variable x [UMa(x)], estamos derivando una variable x elevada a una potencia (1/2). Al derivar, el exponente 1/2 pasa a estar multiplicando y queda la variable x elevada a dicho exponente menos uno [1/2 – 1]. La parte constante ($y^{1/2}$) se queda multiplicando tal cual está. Lo mismo pasa con el denominador [UMa(y)], solo que ahora el bien y es la variable y la constante es el bien x. Posteriormente, cabe recordar que una variable con exponente negativo en el numerador se puede pasar al denominador con signo positivo y viceversa. Para terminar, se pueden sumar distintos exponentes si tienen la misma base ($x^{1/2}x^{1/2} = x^{1/2+1/2} = x^1 = x$).*

2. *Cálculo de las funciones de demanda*

A partir de la senda de expansión calculada en el paso anterior, podremos calcular las funciones de demanda del consumidor usando la restricción presupuestaria. Recordemos que dicha restricción tenía el siguiente aspecto:

$$p_x x + p_y y = R$$

Si ahora sustituimos la senda de expansión dentro de ella, obtendríamos lo siguiente:

$$p_x x + p_y \frac{p_x}{p_y} x = R$$

© Ediciones Pirámide

Y, si despejamos la variable x, obtendremos la función de demanda de este bien:

$$p_x x + p_y \frac{p_x}{p_y} x = R \;\rightarrow\; p_x x + p_x x = R \;\rightarrow\; 2p_x x = R \;\rightarrow\; x^D = \frac{R}{2p_x}$$

Para obtener la función de demanda del bien y, simplemente deberemos sustituir la función de demanda del bien x dentro de la senda de expansión:

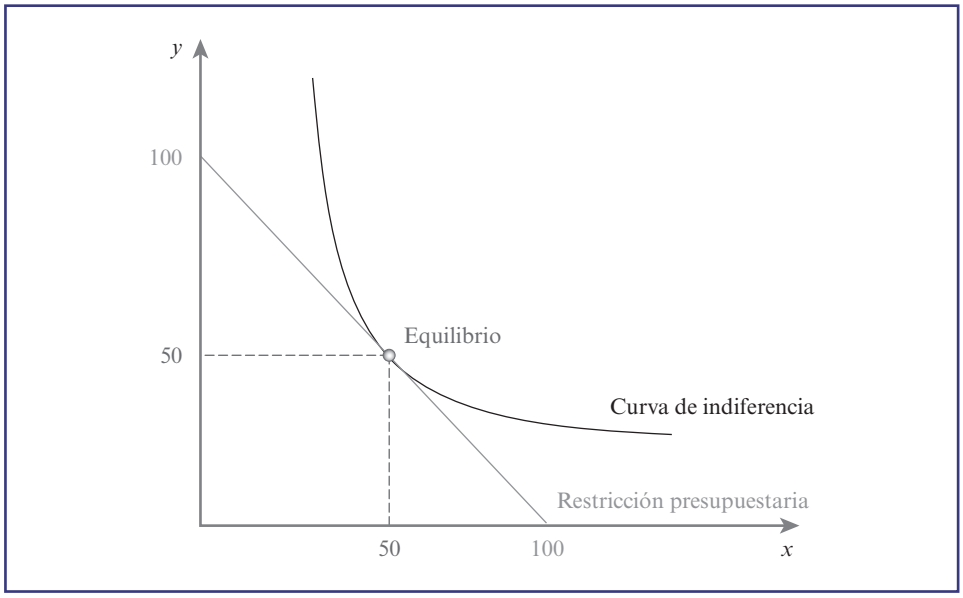
$$y = \frac{p_x}{p_y} x \;\rightarrow\; y = \frac{p_x}{p_y} \frac{R}{2p_x} \;\rightarrow\; y^D = \frac{R}{2p_y}$$

3. *Cálculo de la cesta de equilibrio*

En este último paso solo queda sustituir los valores numéricos de cada uno de los parámetros de los que dependen las funciones de demanda para obtener el punto de equilibrio del consumidor, que nos dirá cuántas unidades del bien x y del bien y deberá consumir para maximizar su satisfacción dada su restricción presupuestaria:

$$x^D = \frac{R}{2p_x} = \frac{100}{2 \cdot 1} = 50$$

$$y^D = \frac{R}{2p_y} = \frac{100}{2 \cdot 1} = 50$$



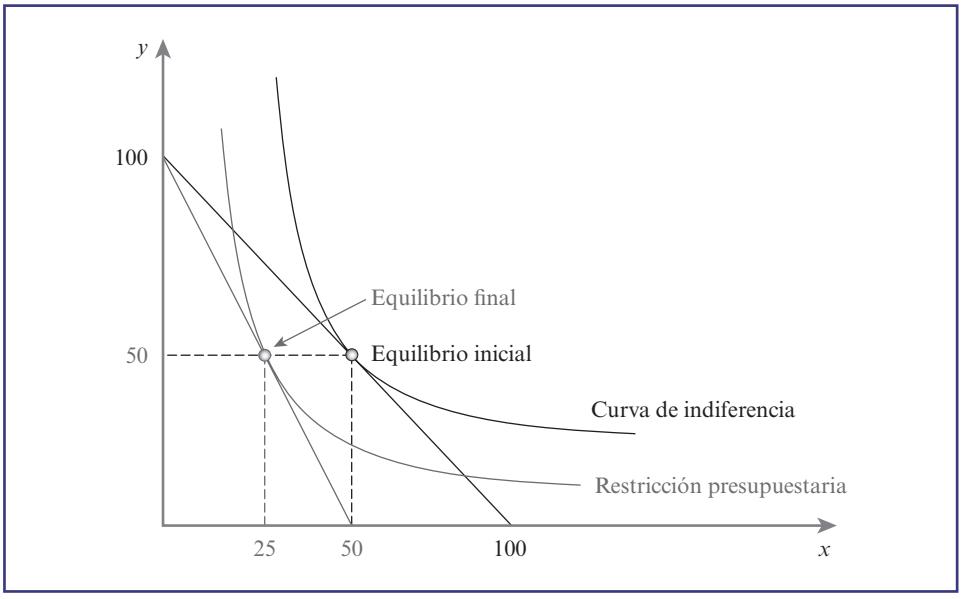
© Ediciones Pirámide

b) La gran ventaja del proceso de cálculo de las funciones de demanda del apartado anterior es que ahora basta con sustituir nuevos valores de renta y precios para obtener un nuevo equilibrio. La introducción de un impuesto de 1 unidad monetaria por unidad consumida del bien x, como sabemos, eleva el precio de dicho bien en 1 unidad monetaria, es decir, hasta las 2 unidades monetarias. Para distinguir el nuevo precio del antiguo, lo simbolizaremos así: $p'_x = 2$. De este modo, el nuevo equilibrio del consumidor quedaría como sigue:

$$x^D = \frac{R}{2p'_x} = \frac{100}{2 \cdot 2} = 25$$

$$y^D = \frac{R}{2p_y} = \frac{100}{2 \cdot 1} = 50$$

Como podemos ver, mientras que el consumo del bien x se ha reducido a la mitad, el del bien y no se ha visto afectado, debido a que son bienes independientes entre sí. Lo mismo pasará con los puntos de corte con los ejes de la restricción presupuestaria que podemos ver a continuación. Mientras que la cantidad máxima de bien y que el individuo puede consumir no se ve afectada $\left(y^{\text{máx}} = \frac{R}{p_y} = \frac{100}{1} = 100\right)$, la del bien x también se ve reducida a la mitad: $\left(x^{\text{máx}} = \frac{R}{p'_x} = \frac{100}{2} = 50\right)$



© Ediciones Pirámide

c) Lo que hemos visto en el apartado anterior es que cambios en el precio de los bienes pueden provocar cambios en la cantidad que se demanda de dichos bienes. Concretamente en este caso hemos comprobado que la elevación del precio en una unidad monetaria provoca una caída de 25 unidades consumidas del bien x por parte del consumidor ($\Delta x^D = -25$). Y eso es, precisamente, lo que llamamos el efecto total sobre el bien x. Así pues, tenemos lo siguiente:

$$ET_x = \Delta x^D = -25$$

Aunque la variación del precio ocurra sobre el bien x, también es posible calcular el efecto total sobre el bien y. Pero como la variación de la demanda del bien y ha sido nula, su efecto total será cero:

$$ET_y = \Delta y^D = 0$$

Lo que vamos a hacer ahora es descomponer dicho efecto total en sus respectivos efectos renta y sustitución. Como puede ser un proceso complicado técnica y teóricamente, lo realizaremos en tres pasos claramente diferenciados.

1. *Cálculo de la renta compensatoria*

La descomposición de Slutsky se basa en que el individuo no percibe inicialmente un cambio en su nivel de poder adquisitivo dado que su renta no cambia. Por tanto, en este primer paso, vamos a calcular la renta necesaria (renta compensatoria, R^S) para que el individuo pueda seguir comprando las cantidades del equilibrio inicial. Es decir, la subida del precio del bien x, dada su renta, provoca que el consumidor ya no pueda comprar la cantidad que maximizaba su satisfacción, sino que necesitaría más renta. Esta renta compensatoria la vamos a calcular de forma similar a la restricción presupuestaria, pero sustituyendo las cantidades de equilibrio iniciales (que llamaremos x_0^D, y_0^D) y los nuevos precios:

$$\text{Renta compensatoria: } R^S = p'_x x_0^D + p_y y_0^D$$

Sustituyendo los datos conocidos, obtenemos:

$$R^S = p'_x x_0^D + p_y y_0^D = 2 \cdot 50 + 1 \cdot 50 = 150$$

Inicialmente, el individuo pudo comprar 50 unidades de cada bien con 100 unidades monetarias de renta. Ahora, debido a la subida del precio del bien x,

© Ediciones Pirámide

para poder seguir comprando esas cantidades el individuo necesitaría 150 unidades monetarias.

2. *Cálculo del efecto sustitución*

En este paso vamos a calcular el cambio que sufren las cantidades demandadas debido al cambio en los precios relativos de los bienes. Recordemos que el poder adquisitivo no cambia gracias a la renta compensatoria que calculamos en el apartado anterior. Gráficamente, esto se traducirá en un cambio en la pendiente de la restricción presupuestaria pivotando sobre el equilibrio inicial. Concretamente, el aumento del precio del bien x ($\uparrow p_x$) elevará dicha pendiente (p_x/p_y).

Para calcular las nuevas cantidades demandadas por el consumidor debido al efecto sustitución (x^D_{ES}, y^D_{ES}), debemos utilizar las funciones de demanda que obtuvimos en el apartado *a*) pero sustituyendo en ellas la renta compensatoria (R^S) y los nuevos precios de los bienes (p'_x). De ese modo obtenemos:

$$x^D_{ES} = \frac{R^S}{2p'_x} = \frac{150}{2 \cdot 2} = 37{,}5$$

Esto es, debido al efecto sustitución observamos que la cantidad demandada de x se ha reducido desde las 50 unidades iniciales hasta las 37,5 unidades ($x^D_{ES} = 37{,}5$), lo que supone una reducción de 12,5 unidades debido al efecto sustitución ($ES_x = -12{,}5$).

También es posible calcular el efecto sustitución sobre el bien y de la misma manera que lo hicimos para el bien x:

$$y^D_{ES} = \frac{R^S}{2p_y} = \frac{150}{2 \cdot 1} = 75$$

Como podemos ver, la cantidad demandada de y aumenta hasta las 75 unidades ($y^D_{ES} = 75$), mientras que el incremento ha sido de 25 unidades ($ES_y = 25$).

3. *Cálculo del efecto renta*

El paso final es el más sencillo de todos. Lo único que debemos hacer es aplicar la siguiente ecuación, de la cual conocemos todos los datos excepto el que vamos a calcular:

$$ET_x = ES_x + ER_x$$

© Ediciones Pirámide

Simplemente vamos a sustituir los datos calculados en los pasos previos para obtener el efecto renta:

$$ET_x = ES_x + ER_x \rightarrow -25 = -12{,}5 + ER_x \rightarrow ER_x = -12{,}5$$

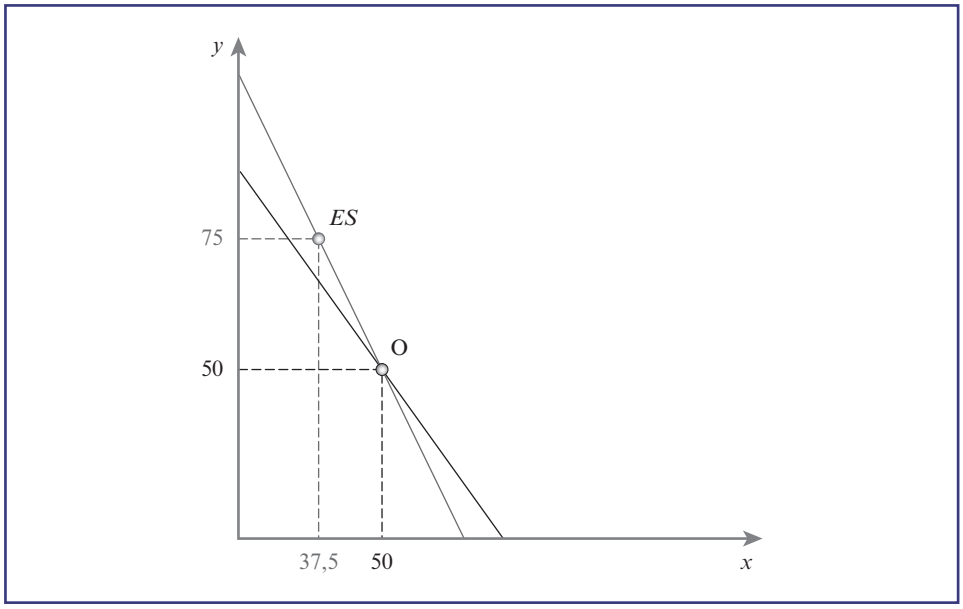
Este resultado indica que, debido a la pérdida de poder adquisitivo por parte del consumidor, decidirá reducir su demanda del bien x en 12,5 unidades (los valores de efecto renta y sustitución en general no coincidirán).

Además, como ya hemos comentado, también es posible hacer el mismo cálculo para el bien y:

$$ET_y = ES_y + ER_y \rightarrow 0 = 25 + ER_y \rightarrow ER_y = -25$$

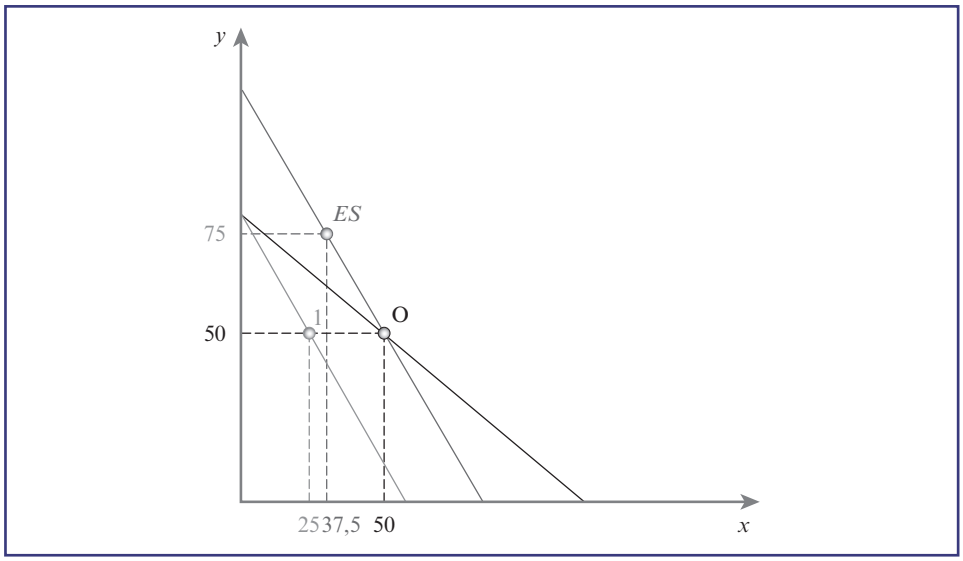
Obsérvese que, como el efecto total sobre el bien y es nulo, el efecto renta y el efecto sustitución tienen el mismo valor, pero de signo contrario, de modo que uno compensa al otro. Este hecho no es obligatorio en todos los casos, pero ocurre habitualmente.

Una vez vistos los tres pasos de la versión de Slutsky, vamos a centrarnos en la parte gráfica. En primer lugar, se da el efecto sustitución, que provoca un cambio en la pendiente de la restricción presupuestaria, pivotando sobre el equilibrio inicial, llevándonos a un punto intermedio que se corresponde con el efecto sustitución (el punto O representa el equilibrio inicial, y el punto *ES*, los valores demandados debido al efecto sustitución).

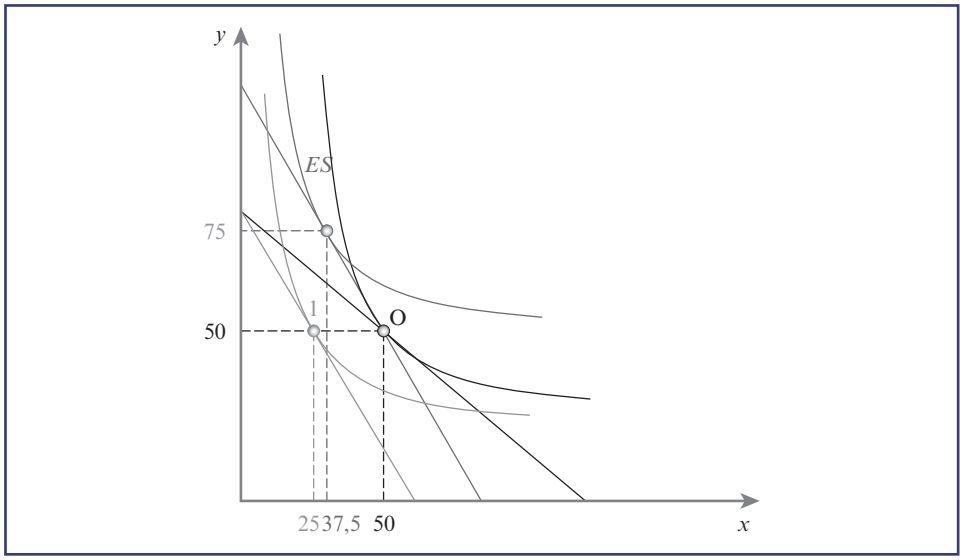


© Ediciones Pirámide

Posteriormente, la reducción del poder adquisitivo va a desplazar en paralelo la restricción presupuestaria hacia el interior. Nótese que el punto de corte con el eje de ordenadas (eje vertical) no cambia respecto a la situación inicial. La razón es que $y^{máx}$ ($y^{máx} = R/p_y$) no se ve afectado (el punto 1 representa el equilibrio final).



En los gráficos previos no hemos incluido las curvas de indiferencia para una mejor visualización de los desplazamientos. Si las añadimos, el gráfico que contiene todas las curvas y puntos sería el siguiente:



© Ediciones Pirámide

7.3. LA VERSIÓN DE HICKS

En esta segunda perspectiva para descomponer el efecto total en efectos renta y sustitución, la clave radica en que **Hicks supone que inicialmente no cambia la satisfacción** que posee el individuo, de modo que, aunque la restricción presupuestaria cambiará su pendiente sin pivotar sobre el equilibrio inicial, **tras el efecto sustitución, que también ocurrirá en primer lugar, seguiremos sobre la misma curva de indiferencia sobre la que estábamos en el equilibrio inicial.**

Al igual que en el punto anterior, explicaremos la mayor parte de la teoría de la versión de Hicks con un ejemplo práctico.

EJERCICIO 2. La versión de Hicks

Un individuo posee una función de utilidad

$$U(x, y) = x^{1/2}y^{1/2}$$

Se enfrenta a unos precios de los bienes $(p_x, p_y) = (1, 1)$ y posee una renta de 100 unidades monetarias.

a) Calcule y represente gráficamente el equilibrio del consumidor.
b) Se introduce un impuesto de 1 unidad monetaria por cada unidad comprada del bien x. Calcule el nuevo equilibrio del consumidor.
c) Descomponga, según la versión de Hicks, en efecto renta y en efecto sustitución los cambios en las cantidades demandadas provocadas por la subvención. Represente gráficamente.

SOLUCIÓN

a) Los datos de este problema son idénticos a los del anterior. La razón es que la versión de Hicks nos va a dar unos resultados intermedios distintos, lo cual nos ayudará a comparar las diferencias de este proceso con el de Slutsky. Procederemos exactamente de la misma manera, pero ahora seremos mucho más esquemáticos ya que la primera parte del ejercicio será igual que el anterior:

1. *Cálculo de la senda de expansión*

Aplicamos la condición de equilibrio del consumidor:

$$RMS = \frac{p_x}{p_y}$$

© Ediciones Pirámide

Sustituimos las utilidades marginales y despejamos en función de la variable y para obtener la senda de expansión:

$$RMS = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{UMa(x)}{UMa(y)} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{\frac{1}{2}x^{(1/2)-1}y^{1/2}}{\frac{1}{2}x^{1/2}y^{(1/2)-1}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{x^{-1/2}y^{1/2}}{x^{1/2}y^{-1/2}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{y^{1/2}y^{1/2}}{x^{1/2}x^{1/2}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow y = \frac{p_x}{p_y}x, \quad \text{senda de expansión}$$

2. *Cálculo de las funciones de demanda*

Sustituimos la senda de expansión dentro de la restricción presupuestaria y despejamos la variable x para obtener su función de demanda:

$$p_x x + p_y \frac{p_x}{p_y}x = R \rightarrow p_x x + p_x x = R \rightarrow 2p_x x = R \rightarrow x^D = \frac{R}{2p_x}$$

Sustituimos la función de demanda del bien x dentro de la senda de expansión para obtener la función de demanda del bien y:

$$y = \frac{p_x}{p_y}x \rightarrow y = \frac{p_x}{p_y}\frac{R}{2p_x} \rightarrow y^D = \frac{R}{2p_y}$$

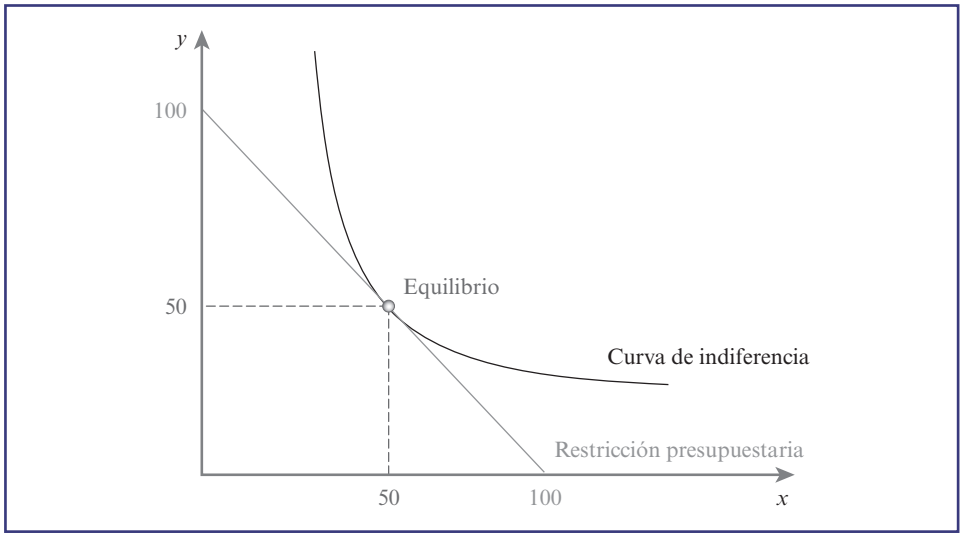
3. *Cálculo de la cesta de equilibrio*

Sustituimos los valores numéricos de cada uno de los parámetros de los que dependen las funciones de demanda para obtener el punto de equilibrio del consumidor:

$$x^D = \frac{R}{2p_x} = \frac{100}{2 \cdot 1} = 50$$

$$y^D = \frac{R}{2p_y} = \frac{100}{2 \cdot 1} = 50$$

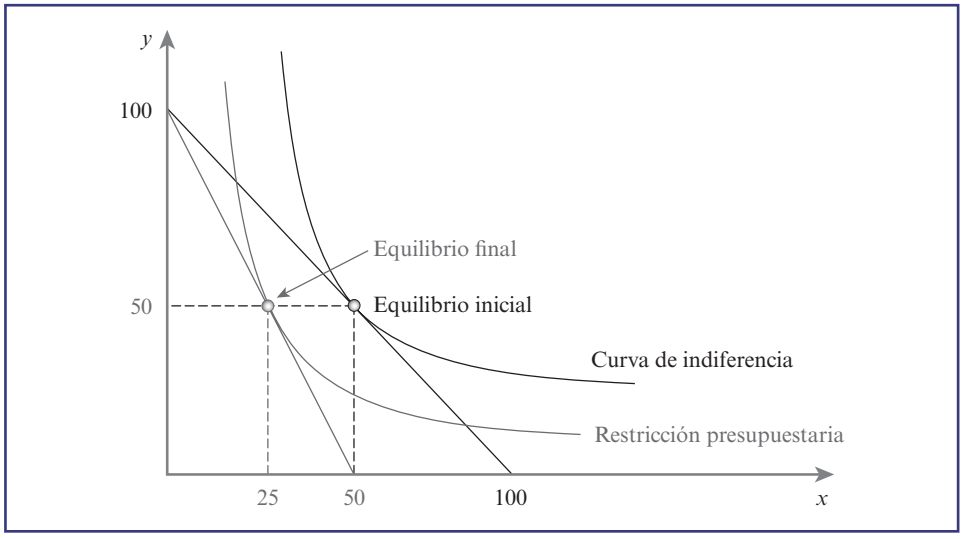
© Ediciones Pirámide



b) La introducción de un impuesto de 1 unidad monetaria por unidad consumida del bien x eleva el precio de dicho bien en 1 unidad monetaria, hasta las 2 unidades monetarias ($p'_x = 2$). El nuevo equilibrio del consumidor sería:

$$x^D = \frac{R}{2p'_x} = \frac{100}{2 \cdot 2} = 25$$

$$y^D = \frac{R}{2p_y} = \frac{100}{2 \cdot 1} = 50$$



© Ediciones Pirámide

c) Al igual que en el ejercicio anterior, vamos a proceder en tres pasos diferentes para descomponer en efecto renta y sustitución la variación que sufren las cantidades demandadas de los bienes. Antes de nada, vamos a calcular el efecto total sobre ambos bienes, como el cambio que sufren las cantidades demandadas ante el cambio en el precio del bien x.

$$ET_x = \Delta x^D = -25$$
$$ET_y = \Delta y^D = 0$$

Obviamente, es el mismo resultado del ejercicio anterior porque los datos no han cambiado. A continuación tenemos el procedimiento de tres pasos que nos llevará a la descomposición del efecto total en efecto renta y efecto sustitución según Hicks.

1. *Cálculo de la utilidad inicial*

La versión de Hicks supone que, inicialmente, tras el cambio en el precio relativo de los bienes, la satisfacción del individuo se mantiene constante, pasando del punto del equilibrio inicial (punto 0 del gráfico mostrado al final del apartado) a un punto intermedio debido al efecto sustitución (punto *ES* de dicho gráfico), pero con el mismo nivel de satisfacción, esto es, sobre la misma curva de indiferencia. Por ello vamos a calcular el nivel de utilidad inicial que tenía el consumidor, que utilizaremos en el segundo paso:

$$U(x, y) = x^{1/2} y^{1/2} = 50^{1/2} 50^{1/2} = 50$$

2. *Cálculo del efecto sustitución*

En este paso tenemos que montar un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, formado por la función de utilidad y la senda de expansión. Las incógnitas serán las variables x e y. La función de utilidad estará igualada a su valor en el equilibrio inicial:

$$U(x, y) = x^{1/2} y^{1/2} = 50$$

Y la senda de expansión será la «nueva» senda de expansión, es decir, tendrá incluidos los nuevos precios de los bienes (p'_x).

$$\begin{cases} x^{1/2} y^{1/2} = 50 \\ y = \dfrac{p'_x}{p_y} x \end{cases}$$

© Ediciones Pirámide

Si sustituimos los valores de los precios de los bienes, obtenemos lo siguiente:

$$\begin{cases} x^{1/2}y^{1/2} = 50 \\ y = \dfrac{2}{1}x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^{1/2}y^{1/2} = 50 \\ y = 2x \end{cases}$$

Y ahora, si sustituimos la segunda ecuación dentro de la primera:

$$x^{1/2}(2x)^{1/2} = 50$$

De donde podemos despejar el valor de la variable x, que se corresponderá con el valor del efecto sustitución (ES_x):

$$x^{1/2}(2x)^{1/2} = 50 \;\rightarrow\; 2^{1/2}x^{1/2}x^{1/2} = 50 \;\rightarrow\; x = \frac{50}{2^{1/2}} \;\rightarrow\; x_{ES}^{D} \approx 35{,}36$$

Esto significa que debido al efecto sustitución, la cantidad demandada del bien x se reduce desde las 50 unidades iniciales hasta aproximadamente 35,36 ($\Delta x^{D} \approx -14{,}64$), valor que también podemos llamar efecto sustitución:

$$ES_x \approx -14{,}64$$

Podemos calcular, de igual forma, el efecto sustitución sobre el bien y. Concretamente, basta con terminar de resolver el sistema de ecuaciones previamente planteado. De hecho, si tomamos la segunda ecuación de dicho sistema tendremos directamente la cantidad de bien y que el individuo consumirá debido al efecto sustitución:

$$y = 2x \;\rightarrow\; y = 2 \cdot 35{,}36 \;\rightarrow\; y_{ES}^{D} \approx 70{,}72$$

Es decir, que la demanda del bien y se eleva en 20,72 unidades debido al cambio en el precio relativo de los bienes (efecto sustitución), de modo que:

$$ES_y \approx 20{,}72$$

3. *Cálculo del efecto renta*

Al igual que en la versión de Slutsky, llegamos al paso más sencillo de todos, ya que es posible calcular el efecto renta de forma casi directa si ya conocemos

© Ediciones Pirámide

el efecto total y el efecto sustitución, gracias a la siguiente ecuación, bien conocida a estas alturas de capítulo:

$$ET_x = ES_x + ER_x$$

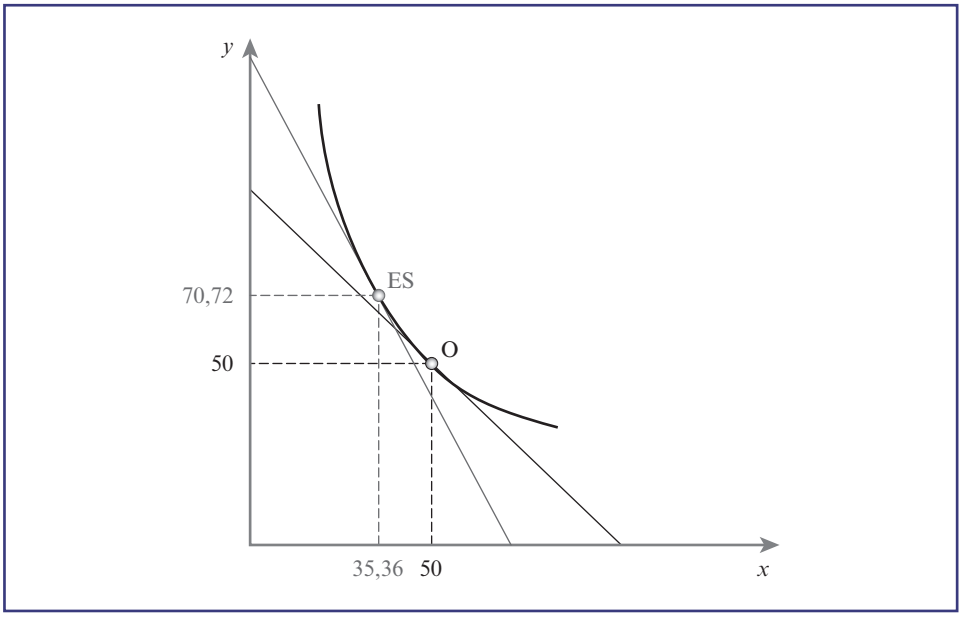
Sustituyendo los datos correspondientes, tenemos:

$$ET_x = ES_x + ER_x \;\rightarrow\; -25 = -14{,}64 + ER_x \;\rightarrow\; ER_x \approx -10{,}36$$

Como siempre, también es posible realizar dicho cálculo para el otro bien:

$$ET_y = ES_y + ER_y \;\rightarrow\; 0 = 20{,}67 + ER_y \;\rightarrow\; ER_y \approx -20{,}72$$

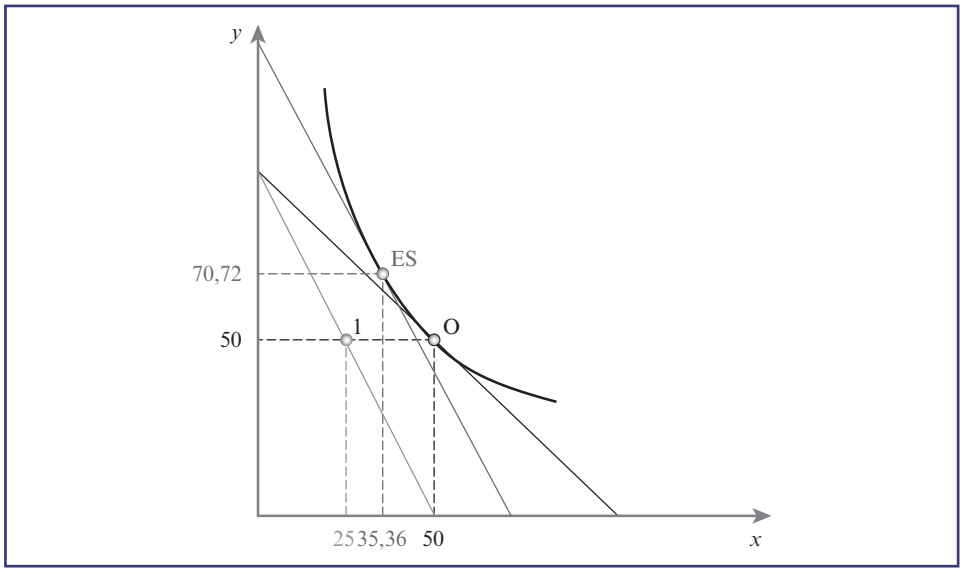
Gráficamente, primero observamos el efecto sustitución, como un cambio en la pendiente de la restricción presupuestaria (concretamente, un incremento, debido a la subida del precio del bien *x*), pero, a diferencia de Slutsky, en este caso no pivota sobre el equilibrio inicial, sino que lo hace de tal manera que el punto del efecto sustitución pertenezca a la misma curva de indiferencia (mismo nivel de satisfacción), que es la premisa en la que se basa la versión de Hicks. Esta vez sí incluimos las curvas de indiferencia en el dibujo, debido a su importancia capital en la teoría.



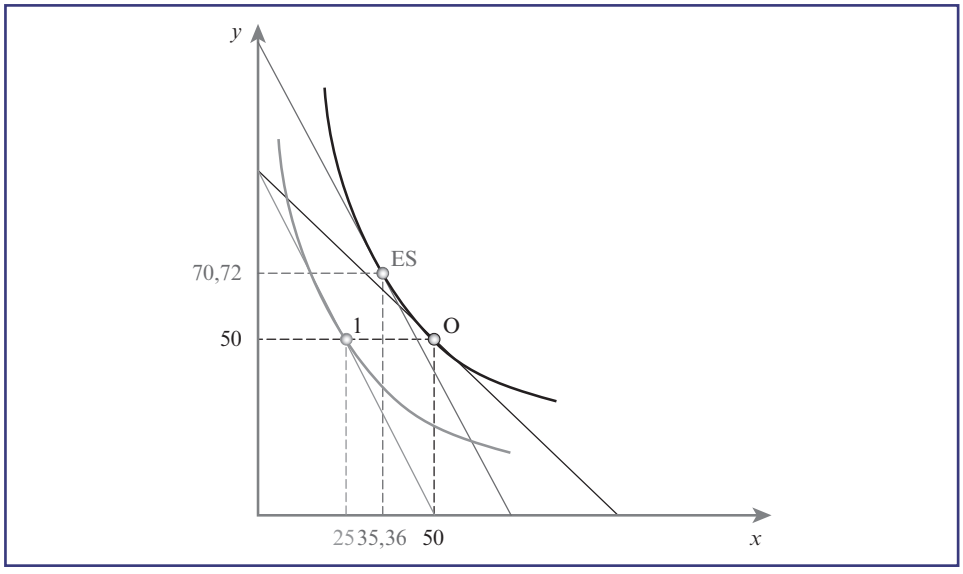
Después se produce el efecto renta, que podemos visualizar como un desplazamiento en paralelo hacia el interior de la restricción presupuestaria, de tal

© Ediciones Pirámide

modo que la cantidad máxima de y que el individuo puede consumir no cambia ($y^{máx} = R/p_y$).



Al gráfico anterior le falta un pequeño detalle, que hemos omitido por claridad. Se trata de la curva de indiferencia que pasa por el equilibrio final (punto 1). Podemos ver cómo quedaría a continuación:



© Ediciones Pirámide

8 Modelos de consumo-ocio y consumo intertemporal

8.1. EL MODELO DE CONSUMO-OCIO

En los últimos capítulos hemos aprendido la teoría básica del consumidor, pero existen otras versiones de esta misma teoría aplicadas a bienes con propiedades especiales. Este es el caso del modelo de consumo-ocio, en el que los bienes de estudio son el ocio (H) y el consumo (C).

Imaginemos que poseemos una dotación de tiempo, que podemos dedicar únicamente a dos cosas, «trabajar» o «no trabajar». Al «no trabajar» lo vamos a llamar ocio (H). Respecto a «trabajar», no lo hacemos solo porque aspiremos a una autorrealización personal, sino también porque a cambio recibimos un salario (w) con el cual podemos comprar bienes de consumo (C), los cuales nos reportan también una satisfacción. Para simplificar, diremos que **disponemos de una cantidad de tiempo que podemos vender a una empresa u organización a cambio de un sueldo.** El ocio, sin embargo, también nos reporta satisfacción. Así que el individuo tiene que decidir entre cuánto tiempo dedica al ocio y cuánto a trabajar. Ambas opciones tienen sus ventajas y desventajas. **El trabajo nos autorrealiza personalmente, y nos reporta un salario que usaremos para comprar cosas, que nos aportan bienestar material.** El ocio es un bien que nos da satisfacción, pero tiene una contrapartida. Aunque pueda no parecerlo, el ocio tiene un coste, es decir, un precio que debemos pagar. **El precio del ocio es su coste de oportunidad,** esto es, **aquello a lo que renunciamos por no trabajar,** o, dicho claramente, **el salario.** Es cierto que no tenemos que pagarlo explícitamente, pero **estamos dejando de ganarlo,** lo cual, en términos económicos, viene a ser lo mismo.

Vamos a centrarnos en primer lugar en definir una restricción presupuestaria para este modelo. Ya hemos definido las principales variables, ocio (H) y consumo (C), pero nos falta establecer algunos supuestos simplificadores. También hemos hablado del **salario (w) que percibe el consumidor por vender su tiempo a las empresas, que es el precio del ocio.** Pero no hemos hablado del **precio del**

© Ediciones Pirámide

consumo, que llamaremos p_c. Algunas versiones del modelo de consumo-ocio suponen que el valor del precio del consumo es unitario y, por tanto, no aparece en sus ecuaciones, pero nosotros vamos a utilizar la versión en la que p_c puede tomar cualquier valor, ya que hace que el modelo sea más completo y profundo a la hora de interpretar el comportamiento del consumidor. Lo mismo ocurre con la dotación de tiempo de que dispone el individuo. Mientras que algunas versiones suponen que la cantidad de tiempo disponible es 24, en referencia a las horas del día, otras suponen que la dotación de tiempo es 1, de modo que podemos interpretarlo como un porcentaje (por ejemplo, 1 es el 100% del tiempo, 0,5 es el 50% del tiempo, 0 es el 0% del tiempo, etc.), y otras incluso utilizan otros valores. Nosotros **vamos a elegir la dotación temporal de 24 unidades,** puesto que creemos que nos acerca más a la realidad. En cualquier caso, independientemente de la suposición con respecto a p_c o a la dotación de tiempo, el modelo no cambia en el fondo, solo en la superficie.

Todas **las restricciones presupuestarias vienen a expresar la idea de que los recursos que gastamos tienen que ser menores o iguales que los que poseemos.** En este caso, lo que gastamos será igual al precio del consumo multiplicado por el número de unidades consumidas (p_cC). Lo que poseemos va a ser un poco más complicado. En primer lugar, cabe suponer que **los individuos pueden poseer algún tipo de renta que no proviene del trabajo (renta no salarial), que llamaremos R,** que puede provenir de algún tipo de pensión, beca, herencia, alquiler, etc. (algunas versiones del modelo tampoco incluyen este parámetro, pero, como ya hemos indicado, vamos a intentar presentar la versión más completa posible). Por otro lado, tenemos **la renta que proviene del trabajo, que se puede calcular como el salario multiplicado por el número de horas trabajadas (wL).** Sin embargo, la variable trabajo (L) no es la variable de estudio de este modelo. Tenemos que cambiarla y ponerla en relación con el ocio. Es decir, ¿cuánto trabajamos? Pues si el día tiene 24 horas, trabajamos las horas que no son ocio o, expresado en términos matemáticos, **el ocio es igual a 24 menos las horas que trabajamos** ($H = 24 - L$) y, por consiguiente, el trabajo es igual a 24 menos las horas de ocio ($L = 24 - H$). Ya estamos en disposición de plantear la restricción presupuestaria:

$$p_cC = R + w(24 - H)$$

Para poder utilizar esta ecuación adecuadamente, debemos despejarla de forma que sea cómodo trabajar con ella. En el modelo de consumo-ocio, vamos a suponer que el consumo es la variable dependiente, es decir, la que normalmente despejaremos a la izquierda del igual y en el gráfico representaremos en el eje vertical. El ocio será la variable independiente, esto es, la que aparece a la derecha del igual y en el eje horizontal del gráfico. El resto de términos (w, p_c, R) son parámetros dados. Así pues, vamos a tomar la anterior expresión y despejarla como más nos conviene:

© Ediciones Pirámide

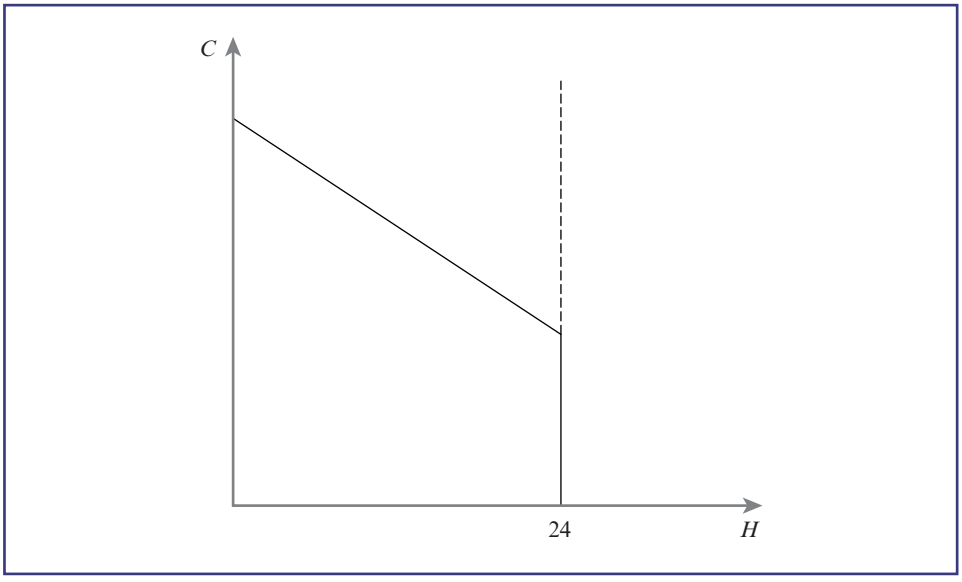
$$p_c C = R + w(24 - H) \rightarrow p_c C = R + 24w - wH \rightarrow$$

$$C = \frac{R + 24w}{p_c} - \frac{w}{p_c} H$$

Obtenemos la misma restricción presupuestaria pero despejada de tal forma que su interpretación económica se hace mucho más clara. Concretamente, **es la ecuación de una línea recta. El término independiente [$(R + 24w)/p_c$] se corresponde con la ordenada en el origen o punto de corte con el eje vertical y, por tanto, con la cantidad máxima de bienes de consumo que el individuo puede comprar** (véase gráfico a continuación).

$$C^{\text{máx}} = \frac{R + 24w}{p_c}$$

La constante que multiplica al ocio ($-w/p_c$) será la pendiente de dicha recta. Para terminar con la restricción presupuestaria, solo queda aclarar el punto de corte con el eje horizontal, que coincidirá con la cantidad máxima de ocio que el individuo puede tener ($H^{\text{máx}}$). No es necesario realizar cálculos, dado que dicho valor va a ser siempre 24, que es la dotación total de tiempo de que disponemos y no podemos tener más horas de ocio al día.



© Ediciones Pirámide

En cuanto a las preferencias del consumidor, poco tenemos que decir que no se haya analizado anteriormente. Supondremos que tienen las mismas propiedades que en capítulos anteriores, salvo que, en lugar de hablar de dos bienes de consumo, x e y, hablaremos de consumo y ocio, C y H. Si suponemos una función de utilidad que dependa de ambos [$U(H, C)$], tendremos una relación marginal de sustitución como la estudiada en pasados capítulos, sencillamente cambiando el nombre de las variables:

$$RMS = \frac{UMa(H)}{UMa(C)} = \frac{\frac{\partial U}{\partial H}}{\frac{\partial U}{\partial C}}$$

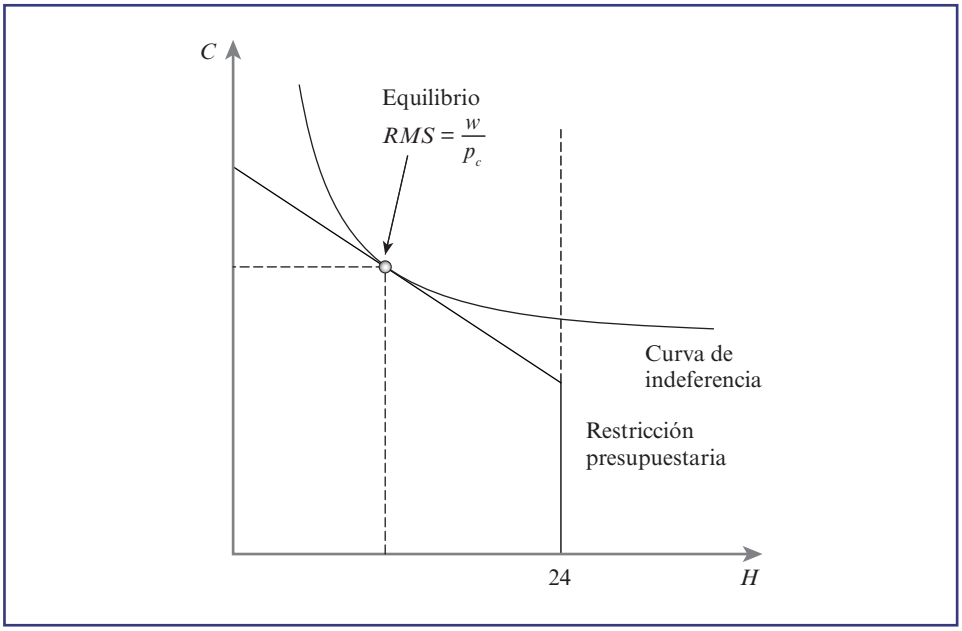
siendo $UMa(H)$ y $UMa(C)$ las utilidades marginales (derivadas parciales de la función de utilidad respecto de cada variable).

El principio de equilibrio del consumidor, ya conocido, consiste en maximizar la utilidad dada la restricción presupuestaria, por lo que, de forma análoga al capítulo 6, podríamos resolver un problema de optimización sujeto a restricciones que nos llevaría a la siguiente solución:

$$RMS = \frac{w}{p_c}$$

Dicho equilibrio se corresponderá con la curva de indiferencia más alejada posible del origen (a mayor distancia, mayor satisfacción) **dada la restricción presupuestaria** (alcanzable para nuestro presupuesto).

© Ediciones Pirámide



EJERCICIO 1. Equilibrio del modelo de consumo-ocio

Un consumidor tiene que decidir cuánto tiempo dedica al ocio y cuánto a trabajar. Dispone de 24 horas diarias y de una renta no salarial de 50 unidades monetarias. Además, se sabe que el salario que cobraría por cada hora trabajada sería de 5 unidades monetarias y que el precio de los bienes de consumo es unitario. Este consumidor posee una función de utilidad:

$$U(H, C) = 2HC$$

a) Calcule y represente la restricción presupuestaria del consumidor.
b) Calcule y represente el equilibrio del consumidor.

El individuo, debido a circunstancias económicas, deja de percibir rentas no salariales.

c) Calcule y represente la restricción presupuestaria del consumidor si deja de recibir renta salarial. ¿Cuál sería ahora su nuevo equilibrio?

© Ediciones Pirámide

SOLUCIÓN

a) Para calcular la restricción presupuestaria disponemos de una ecuación que describe las capacidades de consumo y ocio del individuo. Dicha ecuación viene definida por la siguiente expresión:

$$C = \frac{R + 24w}{p_c} - \frac{w}{p_c} H$$

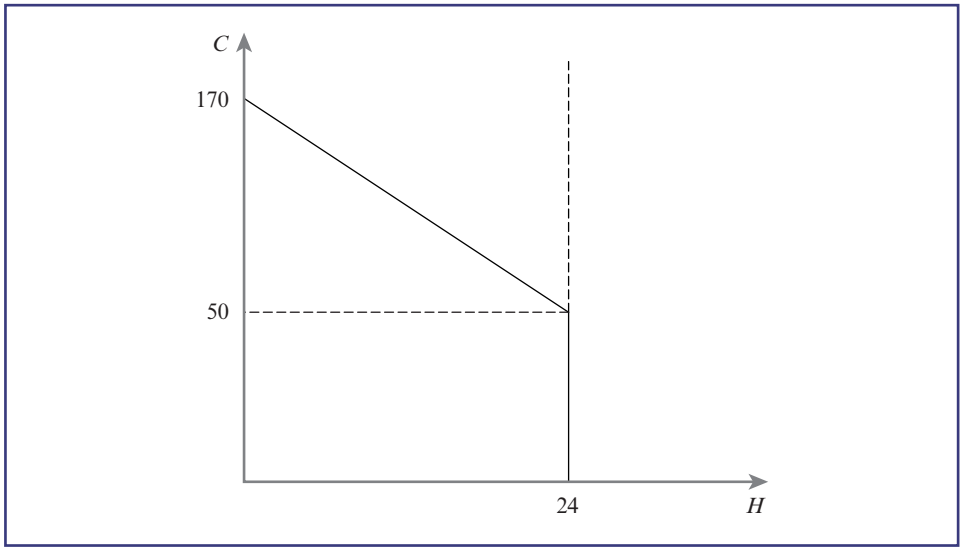
Simplemente debemos sustituir la información conocida para obtener su aspecto concreto:

$$C = \frac{50 + 24 \cdot 5}{1} - \frac{5}{1} H \quad \rightarrow \quad C = 170 - 5H$$

La restricción presupuestaria de este modelo es una línea recta con pendiente –5 y ordenada en el origen 170. Dicho punto de corte con el eje vertical nos dice el consumo máximo posible del individuo ($C^{máx} = 170$), que alcanzaría si dedicase todo su tiempo a trabajar y nada al ocio ($H = 0$). Por otro lado, aunque este individuo no trabajase nada ($H = 24$), podría consumir algunos bienes, puesto que posee una renta no salarial. Dicha cantidad se podría calcular como:

$$\frac{R}{p_c} = \frac{50}{1} = 50,$$

valor que podemos observar en el gráfico adjunto.



© Ediciones Pirámide

b) El proceso del cálculo del equilibrio del consumidor lo vamos a realizar en tres pasos diferenciados, totalmente análogos a los que aprendimos en el capítulo 6, donde estudiamos la teoría básica del consumidor. La principal diferencia ahora será el cambio en el nombre de las variables.

1. *Cálculo de la senda de expansión*

A partir de la condición de máxima satisfacción podremos obtener la proporción de consumo entre ambos bienes. Recordemos que dicha condición de tangencia es:

$$RMS = \frac{w}{p_c}$$

La relación marginal de sustitución (RMS) se obtiene, como es habitual, a partir del cociente de las utilidades marginales de los bienes. Mientras que los parámetros salario y precio del consumo (w/p_c) los dejaremos como desconocidos, al igual que lo desarrollado en otras ocasiones, hasta el paso final:

$$RMS = \frac{w}{p_c} \rightarrow \frac{UMa(H)}{UMa(C)} = \frac{w}{p_c} \rightarrow \frac{\frac{\partial U}{\partial H}}{\frac{\partial U}{\partial C}} = \frac{w}{p_c} \rightarrow \frac{2C}{2H} = \frac{w}{p_c} \rightarrow$$

$$\rightarrow C = \frac{w}{p_c} H$$

Como podemos ver, despejaremos el consumo (C) en función del ocio (H), aunque si lo hiciéramos al revés el resultado final sería el mismo.

2. *Cálculo de las funciones de demanda*

En este segundo paso debemos utilizar la expresión de la restricción presupuestaria y la propia senda de expansión para obtener las funciones que nos dirán cuántas unidades de cada bien desea el consumidor (C^D, H^D). También podremos averiguar lo que llamamos oferta de trabajo, que es el tiempo que desea trabajar (L^S). Recordemos que la restricción presupuestaria tiene la siguiente expresión:

$$C = \frac{R + 24w}{p_c} - \frac{w}{p_c} H$$

© Ediciones Pirámide

Si sustituimos en ella la senda de expansión, obtendremos lo siguiente:

$$\frac{w}{p_c}H = \frac{R + 24w}{p_c} - \frac{w}{p_c}H$$

Y si despejamos el ocio (H), obtendremos su función de demanda:

$$\frac{2w}{p_c}H = \frac{R + 24w}{p_c} \rightarrow 2wH = R + 24w \rightarrow H^D = \frac{R + 24w}{2w}$$

Ahora que ya conocemos la función de demanda del ocio, podemos sustituirla en la senda de expansión para obtener la del consumo:

$$C = \frac{w}{p_c}H \rightarrow C = \frac{w}{p_c} \cdot \frac{r + 24w}{2w} \rightarrow C^D = \frac{R + 24w}{2p_c}$$

Es posible también calcular la cantidad ofrecida de trabajo con solo hacer uso de la idea de que la suma de las horas de trabajo y de ocio tiene que ser 24:

$$L + H = 24$$

Es decir, que:

$$L = 24 - H$$

Si sustituimos la función de demanda de ocio en la anterior expresión, obtendremos lo siguiente:

$$L = 24 - \frac{R + 24w}{2w}$$

Y, operando adecuadamente, podemos simplificar la expresión:

$$L = \frac{48w - R - 24w}{2w} \rightarrow L^S = \frac{24w - R}{2w} \rightarrow L^S = 12 - \frac{R}{2w}$$

3. *Cálculo del equilibrio*

Como siempre, el último paso es el más sencillo, puesto que bastará con sustituir los datos que tenemos en las funciones obtenidas en el paso anterior.

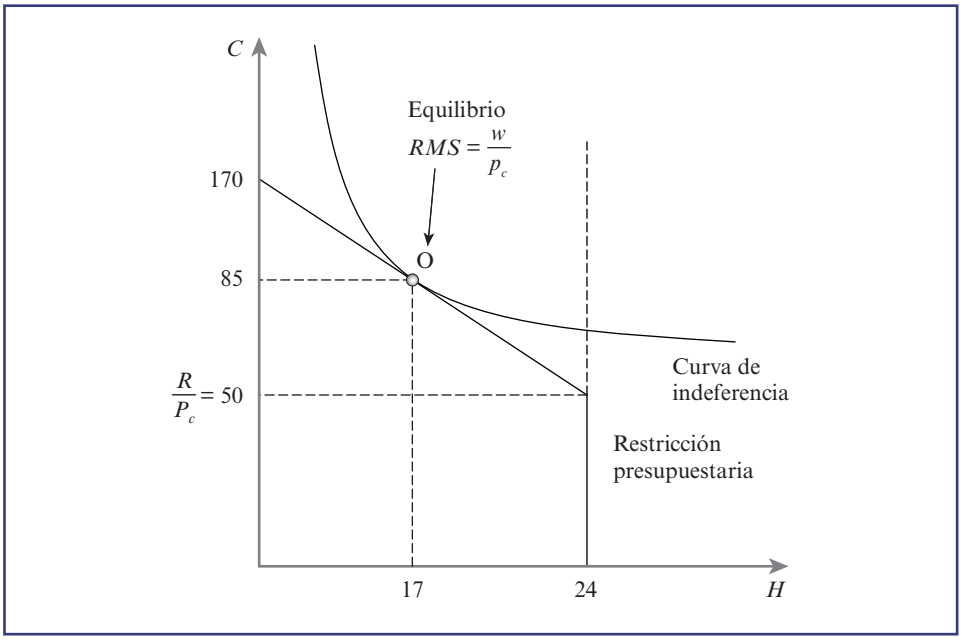
© Ediciones Pirámide

$$H^D = \frac{R + 24w}{2w} = \frac{50 + 24 \cdot 5}{2 \cdot 5} = 17$$

$$C^D = \frac{R + 24w}{2p_c} = \frac{50 + 24 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 85$$

$$L^S = 12 - \frac{R}{2w} = 12 - \frac{50}{2 \cdot 5} = 7$$

Nótese que, como cabía esperar, la cantidad de horas de ocio sumadas a las de trabajo, asciende a un total de 24.



c) Si el individuo pasa a tener una renta no salarial nula ($R = 0$), vamos a observar una serie de cambios en su comportamiento y en el aspecto de su restricción presupuestaria. Una de las ventajas de haber calculado las funciones de demanda de consumo y ocio en el apartado anterior es que calcular el nuevo equilibrio del consumidor se hace trivial, basta con sustituir la nueva información en dichas ecuaciones:

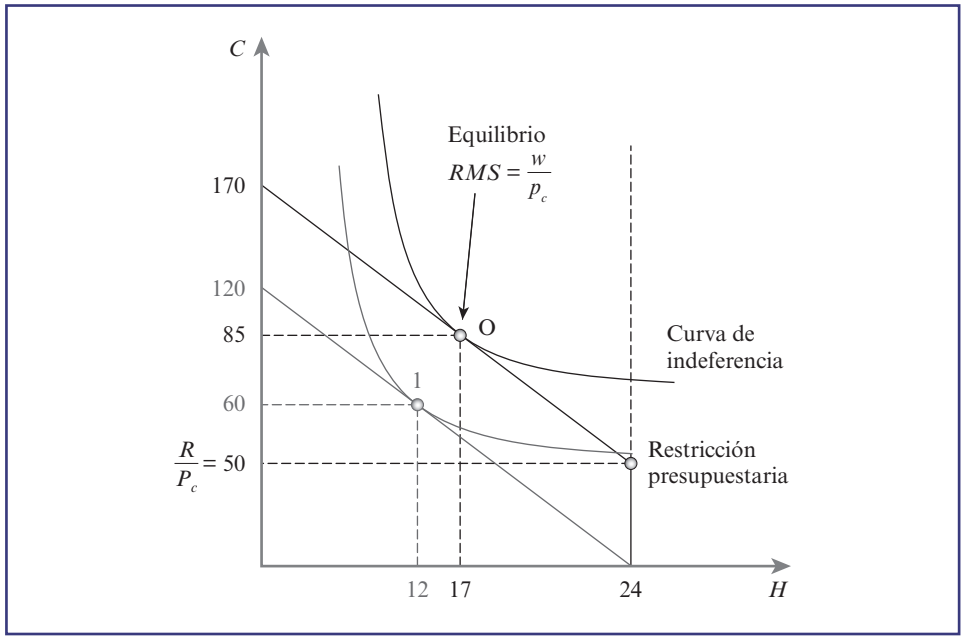
$$H^D = \frac{R + 24w}{2w} = \frac{0 + 24 \cdot 5}{2 \cdot 5} = 12$$

© Ediciones Pirámide

$$C^D = \frac{R + 24w}{2p_c} = \frac{0 + 24 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

$$L^S = 12 - \frac{R}{2w} = 12 - \frac{0}{2 \cdot 5} = 12$$

Podemos observar un aumento de las horas trabajadas por parte del individuo para compensar la pérdida de poder adquisitivo. A pesar de ello, su consumo es muy inferior al que poseía previamente.



En cuanto a la restricción presupuestaria, el principal cambio que observaremos es un desplazamiento paralelo hacia el interior, debido a la pérdida de poder de compra. Utilicemos su expresión genérica para verlo mejor:

$$C = \frac{R + 24w}{p_c} - \frac{w}{p_c}H \;\rightarrow\; C = \frac{0 + 24 \cdot 5}{1} - \frac{5}{1}H \;\rightarrow\; C = 120 - 5H$$

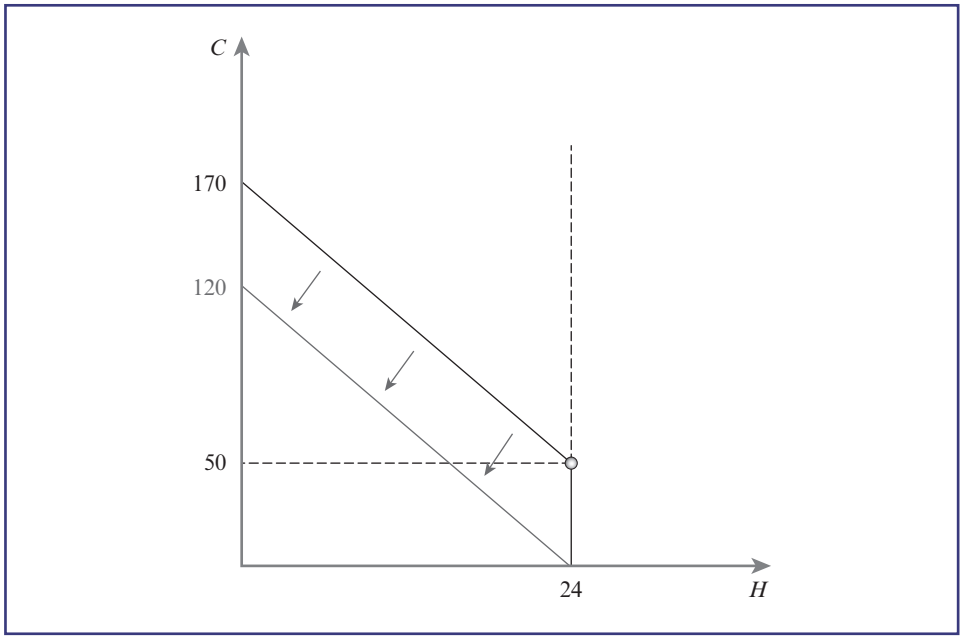
Nótese que la pendiente de la restricción presupuestaria no se ve afectada ($w/p_c = -5$). Esto ocurre porque no cambia el precio relativo de los bienes. El precio del consumo sigue siendo unitario ($p_c = 1$), mientras que el precio del ocio, esto es, el salario, también sigue siendo 5 ($w = 5$). Lo que se reduce es el

© Ediciones Pirámide

valor de la ordenada en el origen hasta 120, valor que coincide con el consumo máximo posible:

$$C^{\text{máx}} = \frac{R + 24w}{p_c} = 120$$

En el gráfico siguiente veremos que la mayor implicación de estos cambios es que el punto de corte con el eje horizontal de la restricción presupuestaria coincide con el punto donde se alcanza el máximo ocio posible ($H = 24$).



8.2. EL MODELO DE CONSUMO INTERTEMPORAL

En esta versión de la teoría del consumidor el individuo **no tiene que elegir entre dos bienes** distintos, sino que **su decisión dependerá de cuándo debe consumirlos.** De hecho, para simplificar el modelo, supondremos que **existe un solo bien de consumo (C),** pero que **existen dos períodos temporales en los que consumir los bienes (C_1, C_2).** Podemos interpretar esos momentos del tiempo como el «hoy» y el «mañana» o, si se prefiere, el «presente» y el «futuro». Puede parecer una simplificación demasiado grande de la realidad, pero es suficiente para que

© Ediciones Pirámide

este análisis de las decisiones del individuo sea muestra de nuestros patrones de comportamiento.

¿Por qué consumir más o menos cantidad de bienes dependiendo del momento temporal en que nos encontremos? Primero porque **no disponemos de la misma renta en distintos períodos de nuestra vida.** Cabe la posibilidad de que en nuestra juventud poseamos mucha renta y podamos consumir mucho, pero en el futuro, en la vejez, nuestra renta se reduzca mucho y no podamos consumir tantos bienes. O puede que sea al contrario y de jóvenes tengamos menos recursos que de mayores. No importa. Debemos definir de alguna manera nuestra renta en los diferentes momentos del tiempo, por ejemplo M_1 como la renta «presente» y M_2 como la renta «futura».

La clave de este análisis de las rentas presentes y futuras es que, literalmente, «el dinero puede viajar en el tiempo». **Podemos enviar nuestra riqueza presente hacia el futuro mediante el ahorro. Podemos traer nuestra renta del futuro hacia el presente mediante los préstamos** (suponiendo que vamos a un banco a pedir un préstamo y recibimos un dinero del que nuestro yo del futuro no podrá disfrutar porque tendrá que pagar la devolución de dicho préstamo). Este planteamiento nos lleva a definir la pieza clave que hace funcionar estos «viajes en el tiempo»: los tipos de interés (r). **Cuando ahorramos, estamos gastando menos dinero del que tenemos** y, como nos sobra, decimos que lo ahorramos**, lo cual genera intereses** y hace que, al mandar nuestra renta hacia el futuro, esta sea mayor con el paso del tiempo. Por el contrario, también es posible **«desahorrar»,** es decir, **gastar más de lo que uno tiene.** Basta con **tomar esa renta de nuestro futuro mediante un préstamo, con la contrapartida de tener que pagar intereses.**

Hasta ahora hemos definido el consumo presente y futuro (C_1, C_2), las rentas presentes y futuras (M_1, M_2) y los tipos de interés (r). Vamos a añadir una última pieza a este modelo para incluir un concepto muy importante en el mundo real: **la inflación.** Normalmente, **los precios de los bienes crecen con el paso del tiempo,** es algo observable. Este hecho puede provocar que lo que parecían unos suculentos ahorros para nuestra jubilación se desinflen debido al crecimiento de los precios. Por ello vamos a incluir en nuestras ecuaciones dos precios diferentes, los presentes (p_1) y los futuros (p_2).

Ya tenemos todas las herramientas para definir la restricción presupuestaria de este consumidor, basándonos, como siempre, en la idea de que lo que gastamos debe ser igual a lo que poseemos. La ecuación de la restricción presupuestaria se puede razonar de diferentes maneras, así que vamos a deducirla de la forma más sencilla posible. En primer lugar, ¿cuánto vamos a gastar en el futuro? El precio de los bienes multiplicado por la cantidad que consumamos de ellos (p_2C_2). Eso tiene que ser igual a la renta que poseamos. En el futuro, recibiremos unas rentas (M_2) y, además, dispondremos de lo que hayamos ahorrado, que será la renta del presente (M_1) menos lo que hayamos gastado en el presente (p_1C_1), multiplicado por los intereses que generen dichos ahorros ($1 + r$).

© Ediciones Pirámide

Debemos indicar dos aclaraciones al respecto:

— Primero, **podemos llamar ahorro (S) a la diferencia entre la renta y el consumo presentes ($S = M_1 - p_1C_1$).**
— Segundo, para aumentar un valor en un porcentaje, podemos multiplicar ese valor por $(1 + r)$, siendo el tipo de interés (r) un valor expresado en tanto por uno. Por ejemplo, si el tipo de interés es del 5% ($r = 0{,}05$, para pasar de porcentaje a tanto por uno basta con dividir entre 100) y nuestro ahorro es de 80 unidades monetarias, podemos hacer la siguiente operación para calcular el valor después de generar intereses:

$$80(1 + r) = 80(1 + 0{,}05) = 84$$

Una aclaración final: si en lugar de ahorrar, gastamos más de lo que tenemos en el presente («desahorro»), la ecuación seguirá funcionando exactamente igual, es decir, el ahorro será negativo porque el gasto en consumo (p_1C_1) será mayor que la renta (M_1) y, por tanto, en lugar de recibir intereses, los tendremos que pagar. La restricción presupuestaria tendría el siguiente aspecto:

$$p_2C_2 = M_2 + (M_1 - p_1C_1)(1 + r)$$

Operemos el paréntesis del ahorro sin romper $(1 + r)$ y reordenemos términos:

$$p_2C_2 = M_2 + M_1(1 + r) - p_1(1 + r)C_1$$

Y, si despejamos C_2 como variable dependiente que representaremos en el eje vertical:

$$C_2 = \frac{M_2 + M_1(1+r)}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}(1+r)C_1$$

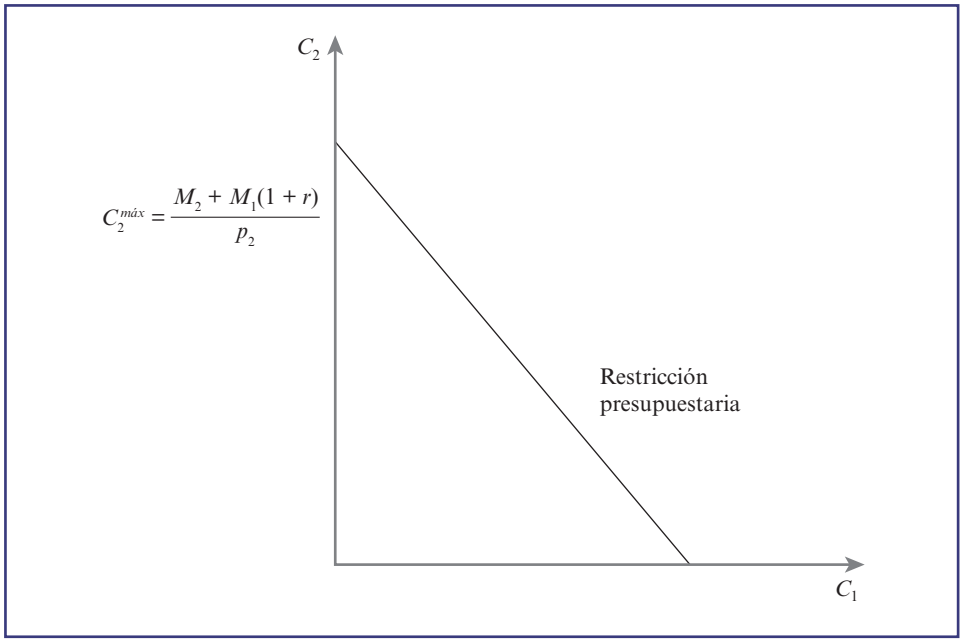
Nos encontramos de nuevo con **una restricción presupuestaria que es una línea recta,** con ordenada en el origen que se corresponde en el consumo máximo futuro:

$$C_2^{\text{máx}} = \frac{M_2 + M_1(1+r)}{p_2}$$

y pendiente:

$$\frac{p_1}{p_2}(1+r)$$

© Ediciones Pirámide



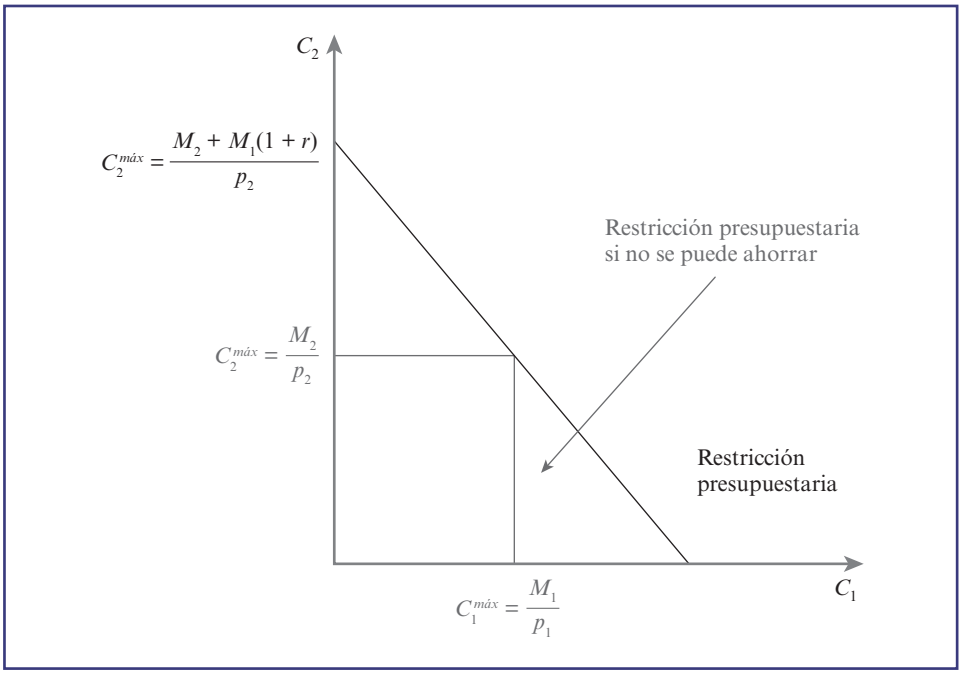
Es importante darse cuenta de que mediante el ahorro podemos obtener consumos a priori inalcanzables. Es decir, si en el futuro solo dispusiésemos de nuestra renta futura (M_2), nuestro consumo máximo futuro sería dicha renta entre el precio del consumo futuro (p_2). Sin embargo, gracias al ahorro presente, podemos llevar nuestro consumo futuro a niveles superiores, siempre a costa de nuestro consumo presente, claro está. Lo mismo sucede con el gasto en el presente. Gracias a que podemos pedir prestado («desahorro» o ahorro negativo), en el presente podremos obtener niveles de consumo a priori inalcanzables dada nuestra renta presente. Resumiendo, si no existiese la posibilidad de ahorrar, nuestra restricción presupuestaria se reduciría a unos consumos máximos:

$$C_1^{\text{máx}} = \frac{M_1}{p_1}$$

$$C_2^{\text{máx}} = \frac{M_2}{p_2}$$

respectivamente. Una representación de dicha restricción presupuestaria sería la siguiente:

© Ediciones Pirámide



En cuanto a las preferencias de este consumidor por los bienes de consumo presente y futuro (C_1, C_2), tan solo indicar que seguirán las mismas propiedades aprendidas hasta ahora. Por ello su relación marginal de sustitución se calculará de manera equivalente a la de los capítulos anteriores, pero modificando el nombre de las variables:

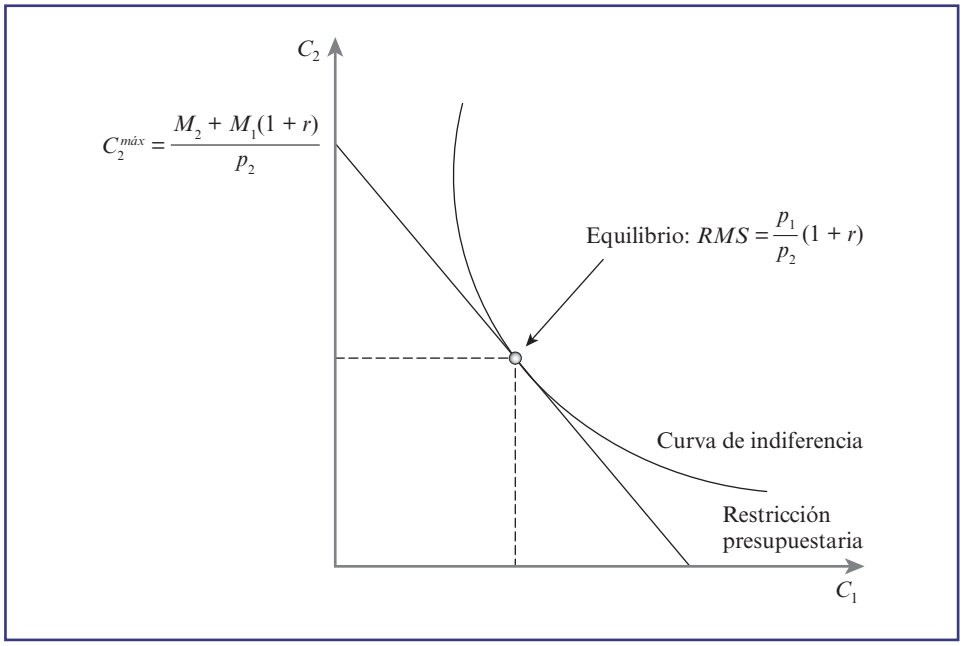
$$RMS = \frac{UMa(C_1)}{UMa(C_2)} = \frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}}$$

Por consiguiente, lo que conocemos como **equilibrio del consumidor,** esto es, **maximizar la satisfacción dada la restricción presupuestaria,** arrojará la siguiente condición de tangencia:

$$RMS = \frac{p_1}{p_2}(1+r)$$

© Ediciones Pirámide

Punto en el que se igualan las pendientes de la curva de indiferencia (RMS) más alejada posible del origen, y la de la restricción presupuestaria [$(p_1/p_2)(1 + r)$] del individuo.



EJERCICIO 2. Equilibrio del modelo de consumo intertemporal

Un individuo posee una función de utilidad intertemporal:

$$U(C_1, C_2) = C_1 C_2$$

Su renta presente es de 100 unidades monetarias, mientras que sabe que en el futuro dicha renta aumentará hasta 200. El precio actual de los bienes de consumo es 1, pero la inflación los llevará en el futuro hasta un valor unitario de 2. Además, los tipos de interés, que son iguales tanto para ahorrar como para pedir prestado, son del 10%.

a) Calcule y represente la restricción presupuestaria de este consumidor.
b) Calcule y represente el equilibrio del consumidor.

© Ediciones Pirámide

SOLUCIÓN

a) Para calcular y representar la restricción presupuestaria intertemporal de este consumidor recurriremos a la expresión desarrollada a lo largo del capítulo:

$$C_2 = \frac{M_2 + M_1(1+r)}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}(1+r)C_1$$

Sencillamente debemos sustituir la información proporcionada por el enunciado para obtener el resultado final:

$$C_2 = \frac{200 + 100(1+0{,}1)}{2} - \frac{1}{2}(1+0{,}1)C_1$$

Si operamos adecuadamente cada uno de los términos, obtenemos:

$$C_2 = 155 - 0{,}55C_1$$

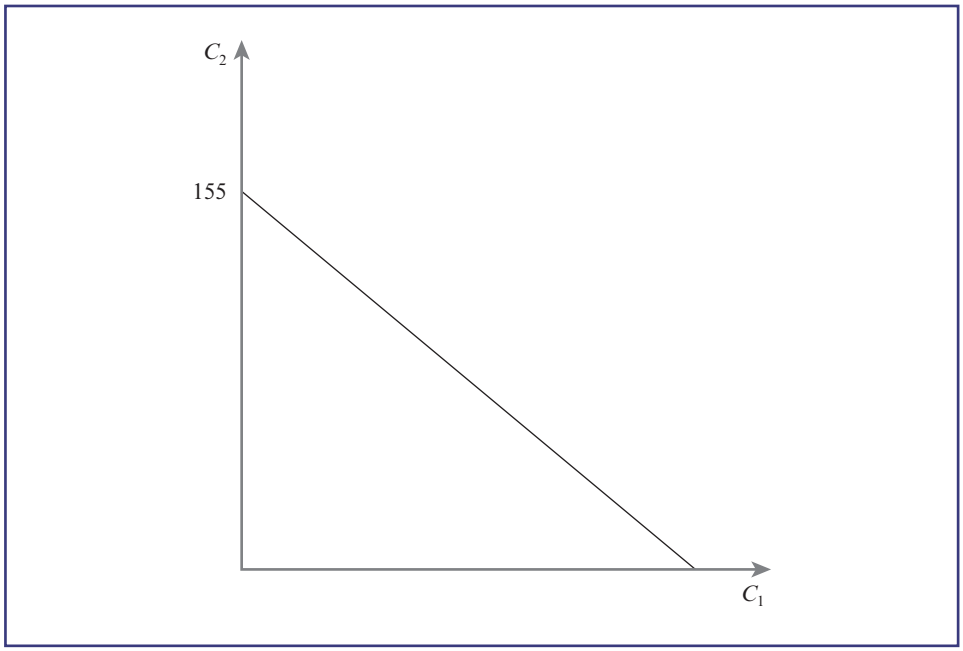
El valor de la ordenada en el origen representa el consumo futuro máximo posible para este individuo:

$$C_2^{\text{máx}} = \frac{M_2 + M_1(1+r)}{p_2} = 155$$

Cabe destacar que sin el ahorro del presente sería imposible alcanzar dicha cifra. Por ejemplo, si estuviese prohibido ahorrar en el presente para llevar esa renta hacia el futuro, en el segundo período sería posible consumir, como máximo,

$$C_2^{\text{máx}} = \frac{M_2}{p_2} = \frac{200}{2} = 100$$

© Ediciones Pirámide



b) El cálculo del equilibrio del consumidor requiere el mismo proceso de tres pasos que venimos repitiendo en los últimos ejercicios.

1. *Cálculo de la senda de expansión*

Para este primer paso utilizaremos la condición de equilibrio del consumidor:

$$RMS = \frac{p_1}{p_2}(1+r)$$

Si sustituimos en ella la relación marginal de sustitución obtenemos:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{p_1}{p_2}(1+r)$$

Y, despejando el consumo futuro, logramos la senda de expansión:

$$C_2 = \frac{p_1}{p_2}(1+r)C_1$$

© Ediciones Pirámide

2. *Cálculo de las funciones de demanda*

Como ya sabemos, en este paso sustituimos la senda de expansión dentro de la restricción presupuestaria:

$$C_2 = \frac{M_2 + M_1(1+r)}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}(1+r)C_1$$

$$\frac{p_1}{p_2}(1+r)C_1 = \frac{M_2 + M_1(1+r)}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}(1+r)C_1$$

A continuación, despejamos C_1, que es la única variable en dicha ecuación, dado que el resto de términos son conocidos:

$$2\frac{p_1}{p_2}(1+r)C_1 = \frac{M_2 + M_1(1+r)}{p_2} \;\rightarrow\; C_1^D = \frac{M_2 + M_1(1+r)}{2p_1(1+r)}$$

Obtenemos así la función de demanda de consumo presente. Ahora podemos sustituir la función que acabamos de obtener dentro de la senda de expansión para obtener la función de demanda de consumo futuro:

$$C_2 = \frac{p_1}{p_2}(1+r)C_1 \;\rightarrow\; C_2 = \frac{p_1}{p_2}(1+r)\frac{M_2 + M_1(1+r)}{2p_1(1+r)} \;\rightarrow\; C_2^D = \frac{M_2 + M_1(1+r)}{2p_2}$$

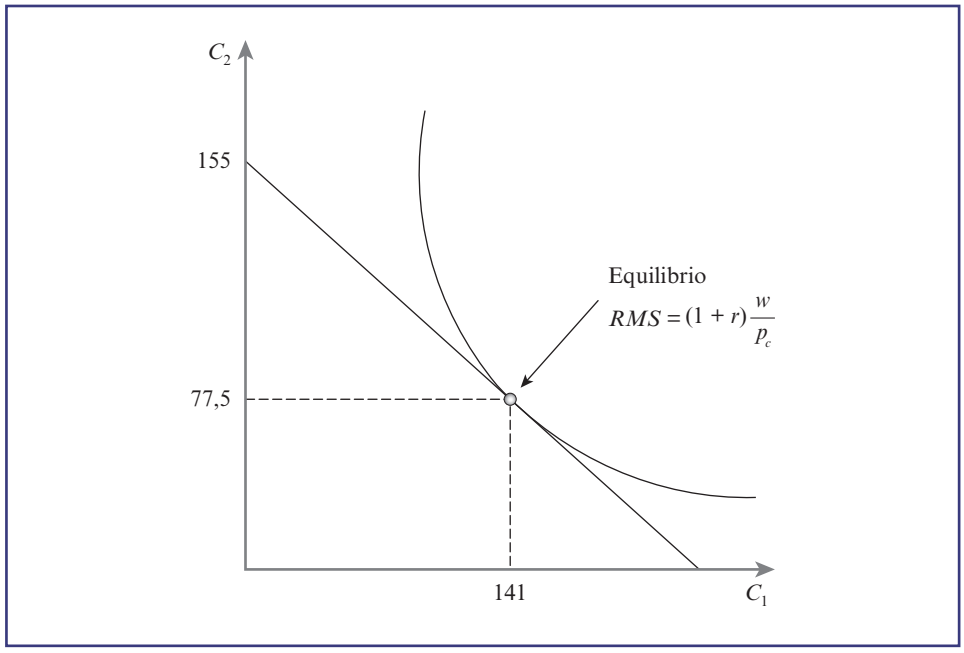
3. *Cálculo del equilibrio*

Ahora podemos sustituir los datos que nos da el enunciado en las expresiones obtenidas en el paso anterior para averiguar las cantidades de bienes de consumo demandadas por el individuo tanto en el presente como en el futuro:

$$C_1^D = \frac{M_2 + M_1(1+r)}{2p_1(1+r)} = \frac{200 + 100(1+0{,}1)}{2 \cdot 1(1+0{,}1)} \approx 141$$

$$C_2^D = \frac{M_2 + M_1(1+r)}{2p_2} = \frac{200 + 100(1+0{,}1)}{2 \cdot 2} = 77{,}5$$

© Ediciones Pirámide



© Ediciones Pirámide

BLOQUE TERCERO
Teoría del productor

9 La función de producción y la función de costes

9.1. INTRODUCCIÓN

La función de producción de una empresa nos indica cuánto produce dicha empresa en relación con los factores productivos que utiliza. Existen multitud de factores de producción que podría estar utilizando una empresa. Sin embargo, normalmente, en microeconomía, para simplificar, decimos que **los factores utilizados son solo dos: trabajo (*L*) y capital (*K*).** De modo que el producto obtenido (x) es una función (f) de ambos, que podemos expresar de esta manera:

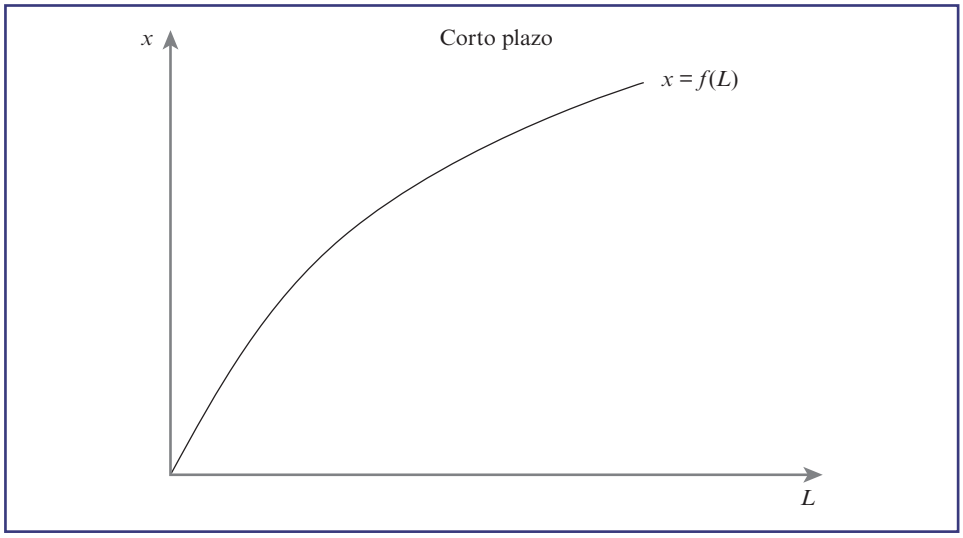
$$x = f(L, K)$$

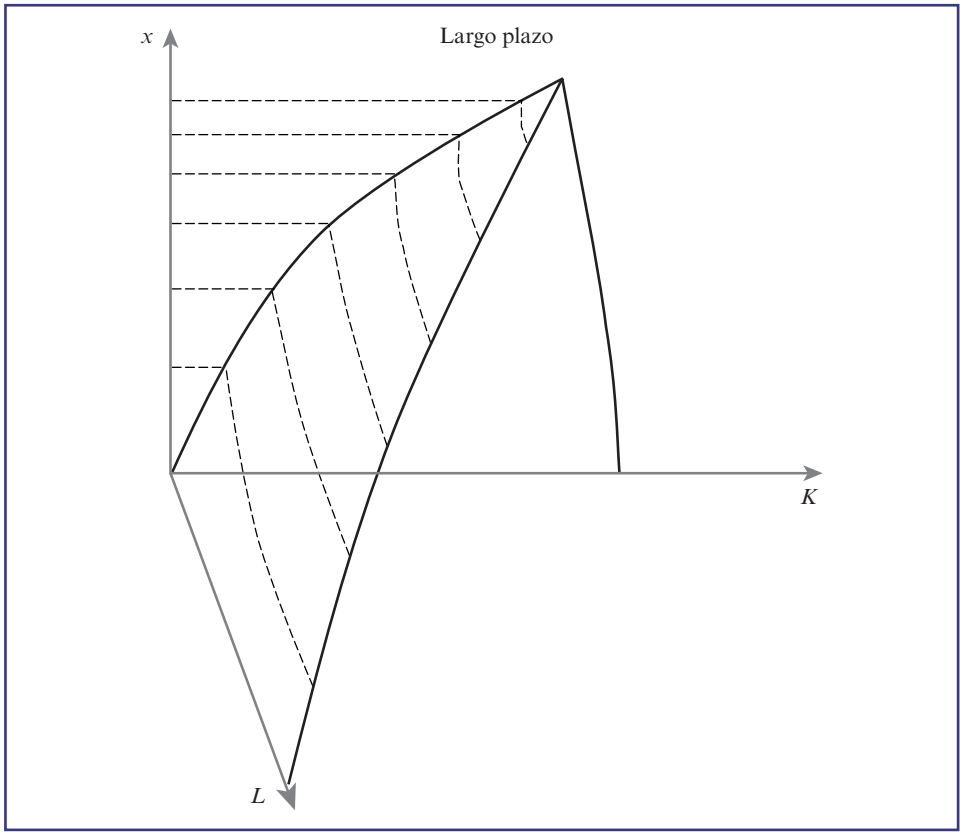
Debemos aclarar las diferencias entre lo que se conoce como **corto y largo plazos.** En economía **entendemos el largo plazo como un período de tiempo suficientemente largo como para que todos los factores productivos puedan ser considerados variables.** Es decir, a largo plazo, la empresa tiene la posibilidad de decidir cuántos trabajadores contratar (L) y cuánto capital instalar (K). Por eso, en la función de producción, vemos estas dos variables. Sin embargo, **definimos el corto plazo como un período de tiempo suficientemente corto como para que no todos los factores puedan ser considerados variables.** Normalmente decimos que el factor capital está fijo a corto plazo, esto es, el capital es constante a corto plazo y, por tanto, la función de producción de corto plazo depende únicamente del trabajo:

$$x = f(L)$$

Esto implica una función con solo dos variables (x y L) y, por consiguiente, en dos dimensiones, que podremos representar gráficamente con sencillez. Sin embargo, la de largo plazo, por poseer tres variables (x, L y K), será en tres dimensiones, lo que dificulta su visualización:

© Ediciones Pirámide





© Ediciones Pirámide

Existen dos conceptos muy importantes relativos a la producción de una empresa. Estos son la **productividad marginal** (PMa) y la **productividad media** (PMe). Cada uno de estos conceptos se puede calcular en relación con el trabajo [$PMa(L)$ y $PMe(L)$] o con el capital [$PMa(K)$ y $PMe(K)$]. Por ejemplo, **la productividad marginal del trabajo nos dice cuánto aumenta la producción al contratar un trabajador más. La productividad marginal del capital nos dice cuánto aumenta la producción al contratar una unidad más de capital.** Se calcula como la derivada parcial de la función de producción respecto a la variable que corresponda en cada caso y, por ello, **es la pendiente de la función** en un punto:

$$PMa(L) = \frac{dx}{dL}$$

$$PMa(K) = \frac{dx}{dK}$$

La productividad media del trabajo y del capital nos indica cuánto produce, de media, cada unidad del factor productivo, ya sea trabajo o capital. Se calcula dividiendo la producción entre dicho factor:

$$PMe(L) = \frac{x}{L}$$

$$PMe(K) = \frac{x}{K}$$

Ambas curvas tienen una relación interesante. **El punto en el que la productividad media alcanza su máximo es el punto en el cual la productividad marginal y la media se cortan,** y lo llamamos **óptimo técnico.** Podemos calcularlo de dos maneras distintas, maximizando la productividad media o igualando la productividad marginal y la productividad media:

$$\text{Óptimo técnico} \rightarrow \text{máx } PMe(L)$$

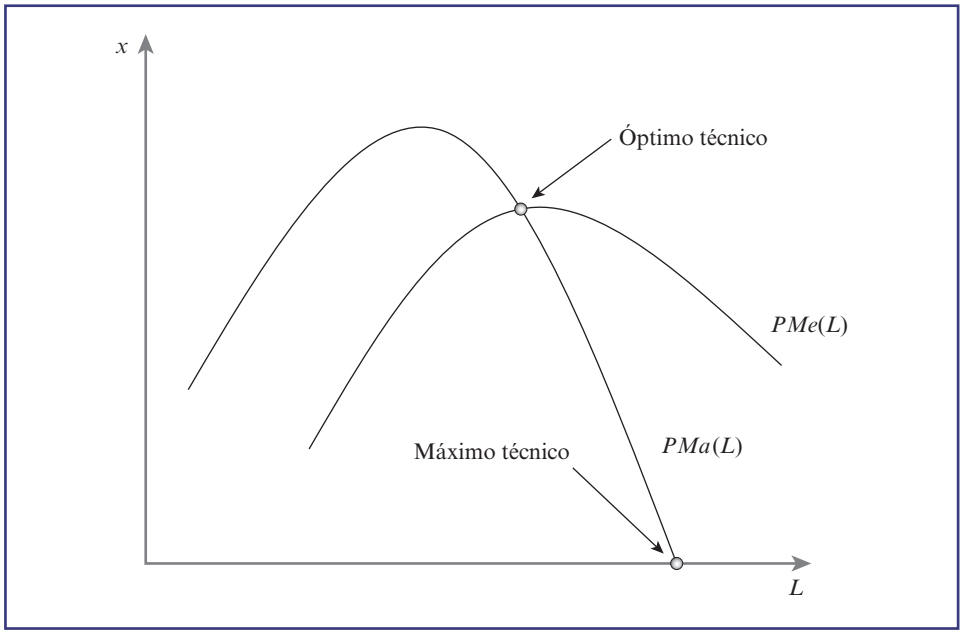
$$\text{Óptimo técnico} \rightarrow PMa(L) = PMe(L)$$

Por otro lado, **el punto en el que la productividad marginal se hace cero se conoce como el máximo técnico.** Este es un punto importante porque, dado que

© Ediciones Pirámide

la productividad marginal indica cuánto aumenta la producción al contratar un trabajador más, determina la producción máxima posible de la empresa. Contratar un trabajador más ya no incrementa la producción. Se calcula igualando la productividad marginal a cero:

$$\text{Máximo técnico} \rightarrow PMa(L) = 0$$



EJERCICIO 1. La productividad marginal y la productividad media

Calcule la productividad marginal del trabajo y la productividad media del trabajo de las siguientes funciones de producción:

a) $x = L$.
b) $x = \sqrt{L}$.
c) Calcule el máximo técnico y el óptimo técnico de la siguiente función de producción: $x = -L^3 + 5L^2 - 3L$.

© Ediciones Pirámide

SOLUCIÓN

a) Para calcular la productividad marginal del trabajo $PMa(L)$ debemos derivar la función de producción en función del trabajo (L). La derivada de constante por variable es la constante.

$$PMa(L) = \frac{dx}{dL} = 1$$

La productividad media del trabajo es sencillamente la función de producción entre el número de trabajadores.

$$PMe = \frac{x}{L} = \frac{L}{L} = 1$$

b) Nótese en este caso que, para hacer más sencilla la derivada, podemos poner la raíz en forma de exponente fraccionario.

$$x = \sqrt{L} \;\; \rightarrow \;\; x = L^{1/2}$$

siendo el numerador (1) el exponente de L, mientras que el denominador (2) es el valor de la raíz. Ahora derivamos una potencia de la forma habitual, es decir, el exponente pasa multiplicando y nos queda el exponente menos uno.

$$PMa(L) = \frac{dx}{dL} = \frac{1}{2} L^{(1/2)-1} = \frac{1}{2} L^{-1/2} = \frac{1}{2L^{1/2}}$$

Recordemos que una variable con exponente negativo (–1/2) la podemos pasar al denominador cambiando el signo al exponente. También se podría pasar del denominador al numerador cambiando el signo al exponente. Por otro lado, la productividad media quedaría:

$$PMe = \frac{x}{L} = \frac{L^{1/2}}{L} = \frac{1}{LL^{-1/2}} = \frac{1}{L^{1-(1/2)}} = \frac{1}{L^{1/2}}$$

Recordemos, además, que para operar términos iguales que se multiplican, pero con distintos exponentes, dejamos la base (en este caso, L) y sumamos los exponentes (en este caso, 1 – 1/2).

© Ediciones Pirámide

c) Para calcular el máximo técnico tenemos que hacer la productividad marginal igual a cero. Así que en primer lugar debemos calcular dicha productividad marginal:

$$PMa(L) = \frac{dx}{dL} = \frac{d(-L^3 + 5L^2 - 3L)}{dL} = -3L^2 + 10L - 3$$

A continuación, la igualamos a cero y despejamos la variable L:

$$-3L^2 + 10L - 3 = 0$$

Nos queda una ecuación de segundo grado que, para ser resuelta, requiere que asignemos letras (a, b y c) a los parámetros de la siguiente manera:

$$\text{Término de grado 2} \rightarrow -3L^2 \rightarrow a = -3$$
$$\text{Término de grado 1} \rightarrow 10L^2 \rightarrow b = 10$$
$$\text{Término de grado 0 (término independiente)} \rightarrow -3 \rightarrow c = -3$$

Y, utilizando la fórmula de las ecuaciones de segundo grado:

$$L = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-3)}}{2 \cdot (-3)}$$

Obtendremos dos resultados (1/3 y 3). En caso de haberlo, descartaremos el valor negativo por no tener sentido económico. Tomaremos como resultado el mayor de los dos, ya que nos indica que esta empresa alcanza su máximo técnico, esto es, su mayor producción posible, cuando contrata 3 trabajadores. Obviamente, con menos trabajadores, la producción sería menor. Esto ocurre porque la productividad marginal es una parábola y, por tanto, corta en dos puntos al eje horizontal, puntos en los que su valor es cero.

Para el cálculo del óptimo técnico tenemos dos opciones. O bien maximizar la productividad media, o bien igualar productividad marginal y media. En cualquiera de los dos casos tenemos que calcular la productividad media.

$$PMe(L) = \frac{x}{L} = \frac{-L^3 + 5L^2 - 3L}{L} = -L^2 + 5L - 3$$

© Ediciones Pirámide

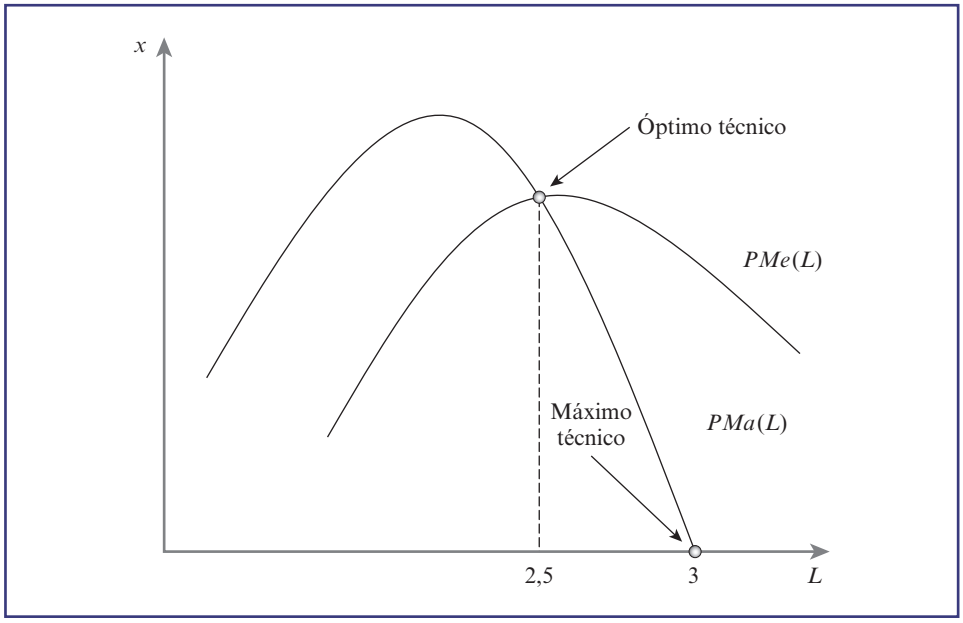
Vamos a realizar ambas técnicas para comprobar que el resultado es el mismo. Empezaremos maximizando la productividad media, para lo cual la derivaremos e igualaremos a cero:

$$\text{máx } PMe(L) \rightarrow \frac{dPMe}{dL} = 0 \rightarrow -2L + 5 = 0 \rightarrow 5 = 2L \rightarrow L = 2{,}5$$

La máxima productividad media del trabajo se alcanza cuando la empresa contrata 2,5 unidades de trabajo. Ahora vamos a comprobar que el resultado obtenido es el mismo que igualando productividad marginal y media:

$$PMa(L) = PMe(L)$$
$$-3L^2 + 10L - 3 = -L^2 + 5L - 3$$
$$-2L^2 + 5L = 0$$

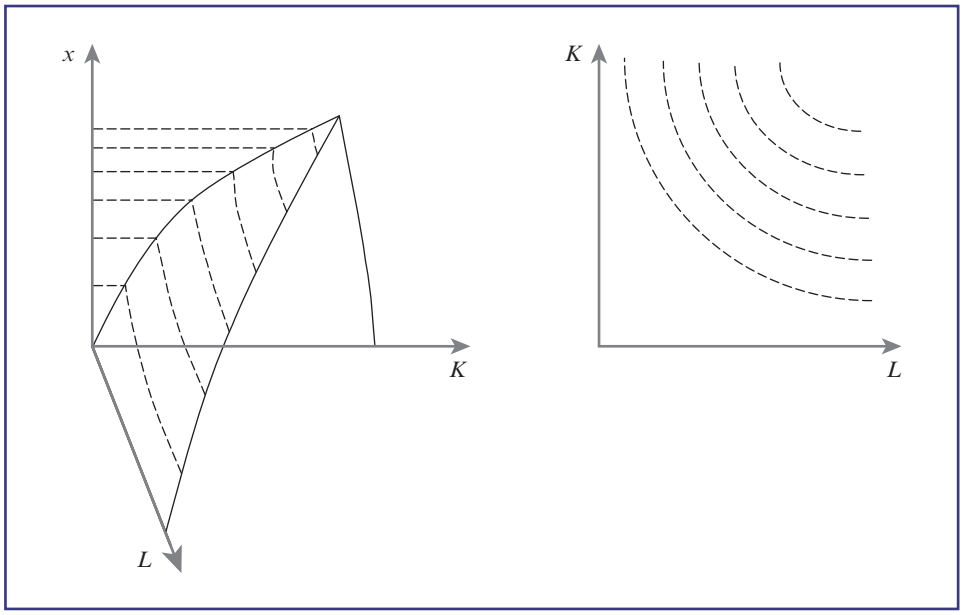
De nuevo, resolviendo esa ecuación de segundo grado, obtenemos dos resultados. El primero es $L = 0$, que, si bien no coincide con el máximo de la productividad media, sí que es punto de corte entre ambas curvas, dado que estas se cortan en dos puntos distintos. El segundo resultado sí es el esperado, $L = 2{,}5$, que se corresponde con el máximo de la productividad media y, por consiguiente, el óptimo técnico.



© Ediciones Pirámide

9.2. LA RELACIÓN MARGINAL DE SUSTITUCIÓN TÉCNICA

Como vimos en el punto anterior, la función de producción de largo plazo posee tres variables (x, L y K), lo que supone representarla gráficamente en **tres dimensiones.** Para hacer más sencilla su representación, recurrimos a un concepto matemático muy útil, la **curva de nivel.** Gracias a ella podremos representarla en un gráfico de solo **dos dimensiones.** Si observamos el gráfico en tres dimensiones a continuación (a la izquierda), veremos una especie de montaña que se eleva con la producción a medida que aumenta el uso de factores productivos, K y L. Si marcamos cada nivel de producción (x) mediante una línea de puntos y miramos la montaña «desde arriba», veremos algo parecido al gráfico en dos dimensiones a continuación (a la derecha):

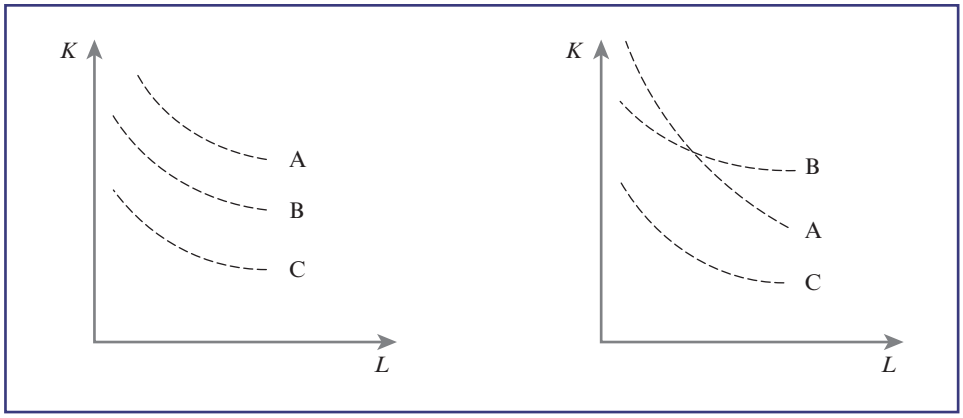


Cada una de las curvas de nivel que podemos ver en el gráfico de la derecha es una representación gráfica en dos dimensiones de la producción del bien x. **Estas curvas de nivel reciben el nombre de curvas isocuantas.** Las curvas isocuantas tienen una serie de propiedades importantes:

1. **Misma producción en todos sus puntos.** A lo largo de una misma curva isocuanta el nivel de producción en todos sus puntos es el mismo. Visto de otra manera, podemos decir que es posible alcanzar un mismo nivel de producción con diferentes combinaciones de factores trabajo (L) y capital (K). De ahí su nombre.

© Ediciones Pirámide

2. **Hay infinitas.** Aunque en el gráfico veamos solo unas pocas, existe una curva isocuanta asociada a cada nivel de producción.
3. **A mayor distancia del origen, mayor producción.** A medida que nos vamos situando en curvas isocuantas más alejadas del origen de coordenadas, mayor va siendo el nivel de producción.
4. **No se pueden cortar.** Esto se debe a la **propiedad transitiva,** que debe ser cumplida. Imaginemos tres curvas isocuantas A, B y C. Cada una de ellas denota un nivel de producción concreto en todos sus puntos. La producción asociada a la curva A es la mayor de todas, y la C, la menor. Recordemos que la propiedad transitiva dice que si A > B y B > C, entonces A > C. Si no se cumpliese la propiedad transitiva, entraríamos en incongruencias como las que podemos ver en el gráfico de la derecha. En él podemos ver que en un tramo la producción de A es mayor que la de B, pero en otro tramo ocurre lo contrario, lo cual no tiene sentido, porque a lo largo de una misma curva isocuanta todos sus puntos indican un mismo nivel de producción.



Un concepto muy importante relativo a las curvas isocuantas es el de **relación marginal de sustitución técnica (*RMST*). Nos indica la pendiente en un punto concreto de una curva isocuanta.** Esto es relevante por su interpretación económica. El valor de dicha pendiente **nos indica cuántas unidades de capital hay que introducir en la producción a cambio de una de trabajo para mantener la producción constante.**

La relación marginal de sustitución técnica se calcula como el cociente de las productividades marginales de trabajo y capital:

$$RMST = \frac{PMa(L)}{PMa(K)}$$

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 2. La relación marginal de sustitución técnica

Calcule la relación marginal de sustitución técnica de las siguientes funciones de producción y represente algunas de sus curvas isocuantas:

a) $x = 3LK$.
b) $x = L^{1/3}K^{1/3}$.
c) $x = L + 2L$.
d) $x = \text{mín}\ \{L, K\}$.

SOLUCIÓN

a) En primer lugar, cabe destacar que la función de producción que tratamos en este apartado es de un tipo muy concreto, llamado **Cobb-Douglas,** en honor a los economistas que la definieron. Es ampliamente utilizada porque describe con bastante fidelidad las relaciones entre producción, trabajo y capital que podemos encontrar en una economía real. A esto hay que sumarle que sus propiedades matemáticas favorecen su utilización. Estas funciones tienen, en general, el siguiente aspecto:

$$x = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

siendo A, α y β parámetros positivos.

Volviendo a la pregunta, la relación marginal de sustitución técnica ($RMST$) se calcula como el cociente de la productividad marginal del trabajo [$PMa(L)$] y del capital [$PMa(K)$], siendo estas productividades marginales las derivadas parciales de la función de producción respecto de cada uno de los factores productivos, trabajo (L) y capital (K):

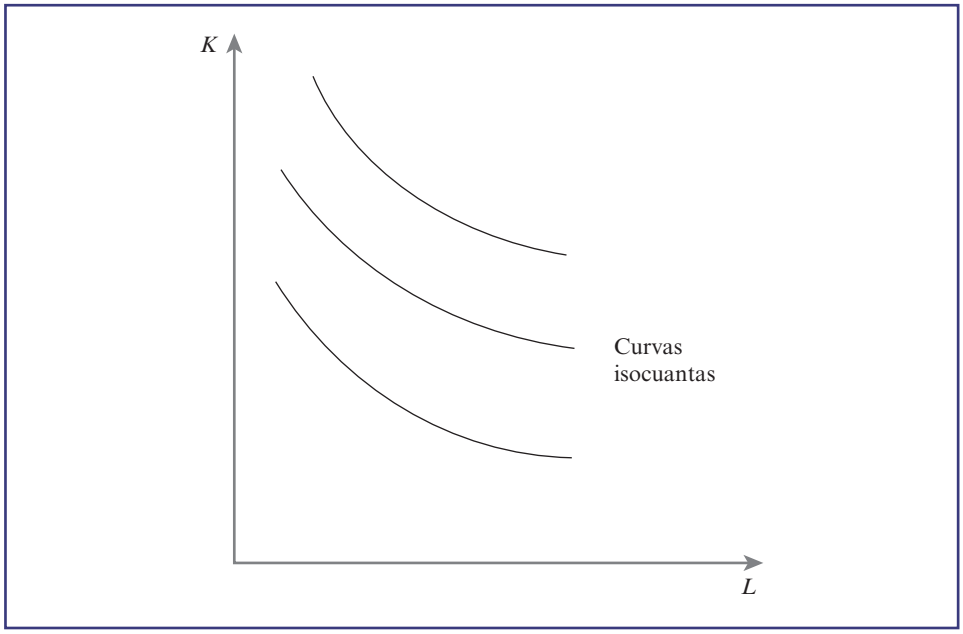
$$RMST = \frac{PMa(L)}{PMa(K)} = \frac{\dfrac{\partial x}{\partial L}}{\dfrac{\partial x}{\partial K}} = \frac{3K}{3L} = \frac{K}{L}$$

b) La función de producción de este apartado también es de tipo **Cobb-Douglas,** pero debido al valor de los parámetros que posee su desarrollo va a ser un poco más complicado.

$$RMST = \frac{PMa(L)}{PMa(K)} = \frac{\dfrac{\partial x}{\partial L}}{\dfrac{\partial x}{\partial K}} = \frac{\dfrac{1}{3}L^{(1/3)-1}K^{1/3}}{\dfrac{1}{3}L^{1/3}K^{(1/3)-1}} = \frac{L^{-2/3}K^{1/3}}{L^{1/3}K^{-2/3}} = \frac{K^{2/3}K^{1/3}}{L^{1/3}L^{2/3}} = \frac{K}{L}$$

© Ediciones Pirámide

Las curvas isocuantas de las funciones de producción de tipo Cobb-Douglas son siempre convexas respecto al eje horizontal y, por tanto, su pendiente, en valor absoluto, se va reduciendo a medida que aumenta el uso de factor trabajo.



c) En este caso tenemos una función de producción muy particular, la de **factores sustitutivos.** Este tipo de tecnología implica que la empresa puede utilizar trabajo o capital indistintamente para producir el bien, incluso pudiendo utilizar un único factor, sin hacer uso del otro. Esto es algo que no ocurre con otras funciones de producción. Por ejemplo, en las funciones de producción de tipo Cobb-Douglas, si uno de los factores, K o L, fuese cero, la producción también sería cero, porque ambas variables aparecen multiplicándose.

Su aspecto genérico es el siguiente:

$$x = aL + bK$$

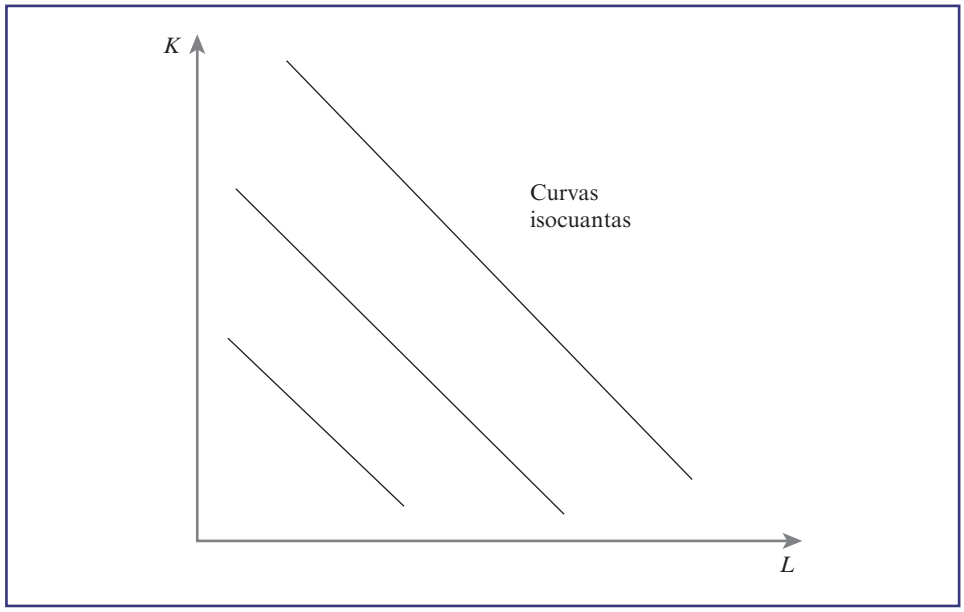
El parámetro a es un valor positivo que denota el número de unidades de x que la empresa produciría utilizando una única unidad de trabajo, mientras que el parámetro b, también positivo, nos indica el número de unidades producidas con cada unidad de capital.

La relación marginal de sustitución técnica de la función de producción de este apartado sería:

© Ediciones Pirámide

$$RMST = \frac{PMa(L)}{PMa(K)} = \frac{\dfrac{\partial x}{\partial L}}{\dfrac{\partial x}{\partial K}} = \frac{1}{2}$$

La *RMST* para factores sustitutivos es siempre constante, lo que implica que sus curvas isocuantas son siempre rectas.



d) Esta función de producción presenta un aspecto poco convencional, pero bastante habitual en economía, el de los factores complementarios. Al igual que con las funciones de tipo Cobb-Douglas, la empresa debe utilizar ambos factores para poder producir, pero en este caso la proporción de uso entre ambos es siempre la misma, es decir, la empresa utilizará una proporción constante entre trabajo y capital. Pensemos en una empresa que produce galletas de chocolate. Los factores productivos, en lugar de los habituales capital y trabajo, vamos a imaginar que son galleta y chocolate, de modo que para tener una galleta de chocolate completa hacen falta dos galletas y una lámina de chocolate (que encontraríamos entre ambas galletas). Solo esa proporción exacta será la que utilice la empresa, dos galletas por cada lámina de chocolate. De nada le serviría utilizar ocho galletas y una lámina de chocolate, porque solo tendría una galleta de chocolate completa. Su aspecto genérico es el siguiente:

$$x = \text{mín}\{aL, bK\}$$

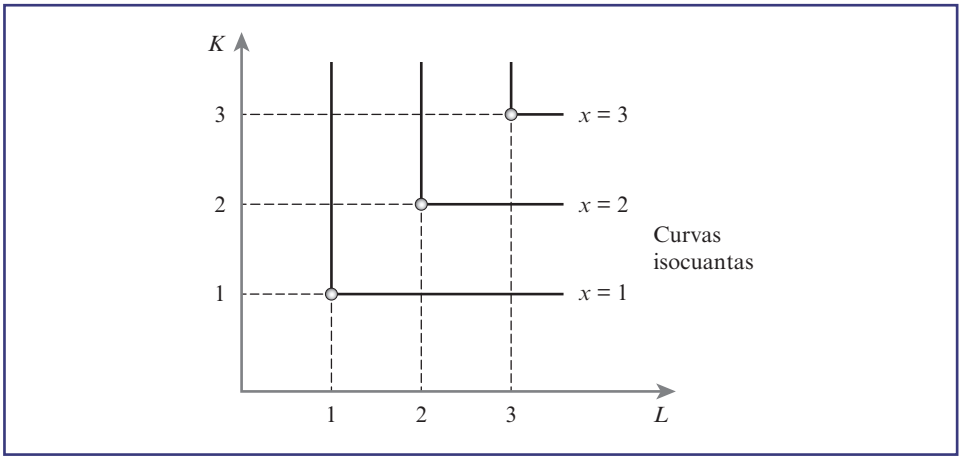
© Ediciones Pirámide

De forma análoga a la de los factores sustitutivos, el parámetro *a* es un valor positivo que denota el número de unidades de *x* que la empresa hipotéticamente produciría utilizando una única unidad de trabajo (acompañada del correspondiente número de unidades de capital), mientras que el parámetro *b* nos indica el número de unidades producidas con cada unidad de capital (acompañada del correspondiente número de unidades de trabajo).

El término «mín» quiere decir que la cantidad de *x* producida por la empresa será, de entre los dos valores del corchete, la que se corresponda con el menor valor de ambos términos.

Sus curvas isocuantas son también bastante peculiares, ya que tienen forma de *L*. Veamos por qué con un ejemplo basado en la función de producción propuesta en este apartado. Los parámetros *a* y *b* tienen valor 1. Eso significa que con una unidad de trabajo y una de capital la empresa produce una unidad de producto. Esa proporción aparece recogida en los vértices de las curvas isocuantas que podemos ver a continuación. Si esta empresa utilizase un trabajador junto a 2 unidades de capital, la producción seguiría siendo 1, porque para cada unidad de capital tiene que haber un trabajador (por ejemplo, una máquina [*K*] que puede ser manejada por un único operario [*L*], ni más ni menos que uno). Lo mismo pasaría si utilizase una unidad de trabajo y cualquier otra cantidad de capital mayor que uno. Estos valores serían el tramo horizontal de la curva isocuanta $x = 1$. Lo mismo pasaría con el resto de curvas isocuantas.

Volviendo a la pregunta, debemos recordar que no se puede calcular la derivada en un vértice, por lo que no es posible calcular las productividades marginales, ni por extensión la *RMST*, en los puntos que cumplen la proporción de uso entre trabajo y capital. Sin embargo, en el tramo horizontal la relación marginal de sustitución técnica es cero porque la pendiente de la isocuanta es nula, es una recta totalmente horizontal. Por otra parte, en el tramo vertical el valor de la *RMST* es infinito.



© Ediciones Pirámide

9.3. LOS RENDIMIENTOS DE ESCALA

Cuando una empresa decide incrementar su tamaño debe plantearse cuáles serán los efectos sobre su producción. Para realizar este análisis utilizaremos los rendimientos de escala de la función de producción. El concepto de rendimiento de escala **es aplicable únicamente a largo plazo,** esto es, cuando existen dos factores de producción variables, capital y trabajo. Además, **lo estudiaremos siempre suponiendo que ambos factores aumentan en la misma proporción.** Para ilustrarlo, veamos un ejemplo. Una empresa quiere aumentar el tamaño de su fábrica para incrementar la producción. La pregunta que se podría hacer dicha empresa es: si multiplico por diez la cantidad de trabajadores y capital que poseo, ¿se multiplicará también por diez la producción? ¿O la producción se multiplicará por más de diez? ¿O por menos? Para encontrar la respuesta disponemos de tres posibles tipos de rendimientos de escala:

1. **Rendimientos crecientes de escala:** en este caso, **si la empresa decide multiplicar por un mismo número la cantidad de trabajadores y capital que posee, la producción se multiplicará por un número mayor.** Es decir, el incremento de la producción será en mayor proporción que el incremento de trabajo y capital. Como aprenderemos a calcular más adelante, esto ocurre si el **rendimiento de escala es mayor que uno.**
2. **Rendimientos constantes de escala:** se dan cuando la producción se multiplica por el mismo número que capital y trabajo o, dicho de otra manera, **cuando aumentan en la misma proporción.** En este caso el **rendimiento es igual a uno.**
3. **Rendimientos decrecientes de escala:** este último caso se da cuando **la producción se eleva en menor proporción que capital y trabajo.** Ocurre **cuando el rendimiento de escala es menor que uno.**

Para calcular los rendimientos de escala de una función de producción utilizaremos un concepto matemático llamado **grado de homogeneidad.** Como es un proceso delicado, lo detallaremos en el ejercicio que tenemos a continuación.

EJERCICIO 3. Rendimientos de escala de una función de producción

Calcule los rendimientos de escala de las siguientes funciones de producción:

a) $x = LK$.
b) $x = L^{1/2}K^{1/2}$.

© Ediciones Pirámide

c) $x = 3L + 2L$.
d) $x = \text{mín}\ \{L, 4K\}$.
e) $x = L^3 + LK^2$.

Solución

a) Para el cálculo de los rendimientos de escala (y, por consiguiente, del grado de homogeneidad de cualquier función), debemos hacer dos cambios de variable. Modificaremos la variable L por λL y la variable K por λK:

$$x(L, K) = LK \ \rightarrow \ x(\lambda L, \lambda K) = \lambda L \lambda K$$

A continuación operaremos la función sacando factor común el parámetro λ, obteniendo una expresión que, por un lado, tendrá la función de producción original (LK) y, por otro, el parámetro λ:

$$x(\lambda L, \lambda K) = \lambda^2 LK$$

El exponente de dicho parámetro será el rendimiento de escala, es decir, la función de producción de esta empresa presenta rendimiento de escala igual a 2 y, por tanto, presenta rendimientos crecientes de escala.

Existe un atajo para calcular de forma más rápida los rendimientos de escala de una función de producción, pero solo funciona con las de tipo Cobb-Douglas, caso en el que nos encontramos en este apartado. Recordemos el aspecto genérico de este tipo de funciones:

$$x = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

Pues bien, basta con sumar los parámetros α y β para obtener los rendimientos de escala de una función de producción de tipo Cobb-Douglas:

$$\text{Rendimiento de escala} = \alpha + \beta$$

En nuestro caso concreto tendríamos lo siguiente:

$$x(L, K) = LK$$
$$\alpha = 1$$
$$\beta = 1$$
$$\text{Rendimiento de escala} = \alpha + \beta = 1 + 1 = 2$$

© Ediciones Pirámide

b) De forma análoga al apartado anterior tendríamos:

$$x(L, K) = L^{1/2}K^{1/2} \quad \rightarrow \quad x(\lambda L, \lambda K) = (\lambda L)^{1/2}(\lambda K)^{1/2}$$

Operando los paréntesis:

$$x(\lambda L, \lambda K) = \lambda^{1/2}L^{1/2}\lambda^{1/2}K^{1/2} = \lambda L^{1/2}K^{1/2}$$

El rendimiento de escala es el valor del exponente del parámetro λ, es decir, 1. Por tanto, esta función de producción presenta rendimientos constantes de escala.

Vamos a calcular el rendimiento de escala con el método alternativo, aplicable solo a funciones de producción de tipo Cobb-Douglas, para comprobar que obtenemos el mismo resultado:

$$x(L, K) = L^{1/2}K^{1/2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\beta = \frac{1}{2}$$

$$\text{Rendimiento de escala} = \alpha + \beta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

c) Nos encontramos ahora ante una función de producción de factores sustitutivos (por tanto, no es de tipo Cobb-Douglas). Usando el mismo método de los apartados anteriores:

$$x(L, K) = 3L + 2K \quad \rightarrow \quad x(\lambda L, \lambda K) = 3\lambda L + 2\lambda K = \lambda(3L + 2K)$$

Tenemos rendimientos constantes de escala porque el exponente de λ es igual a 1. De hecho, las funciones de factores sustitutivos siempre presentan rendimientos constantes de escala.

d) Tenemos ahora una función de producción de factores complementarios. El desarrollo será el mismo que el de los apartados anteriores:

$$x(L, K) = \text{mín } \{L, 4K\} \quad \rightarrow \quad x(\lambda L, \lambda K) = \text{mín } \{\lambda L + 4\lambda K\} = \lambda \text{ mín } \{L, 4K\}$$

Todas las funciones de factores complementarios poseen rendimientos constantes de escala.

© Ediciones Pirámide

9.4. LA FUNCIÓN DE COSTES DE CORTO PLAZO

Los costes a los que se enfrenta una empresa los hemos reducido a los del trabajo y a los del capital. Por tanto, podemos definir una ecuación que nos diga el coste (c) en el que incurre una empresa genérica, que dependerá de las cantidades de trabajo (L) y capital (K) contratadas, así como de sus respectivos precios (precio del trabajo, P_L, y precio del capital, P_K).

$$c = P_L L + P_K K$$

Recordemos que en el corto plazo la cantidad de capital es fija, por lo que el valor K será una constante. Por ello **toda función de costes de corto plazo tendrá una parte fija, conocida como costes fijos (*CF*), y una parte variable, que dependerá de *x*, conocida como costes variables (*CV*)**.

$$c = CV + CF$$

Además de esta matización, existen algunas expresiones importantes relativas a los costes de una empresa que debemos mencionar. Estas son:

1. **El coste marginal (*CMa*):** es la **derivada de la función de costes** y, por consiguiente, **su pendiente.** La interpretación de su valor **nos dice cuánto aumenta el coste al producir una unidad más** del bien:

$$CMa = \frac{dC}{dx}$$

2. **El coste medio (*CMe*):** se calcula dividiendo los costes entre la cantidad producida y **nos indica, de media, cuanto ha costado producir cada unidad del bien:**

$$CMe = \frac{C}{x}$$

3. **El coste variable medio (*CVMe*):** se calcula dividiendo los costes variables entre la cantidad producida:

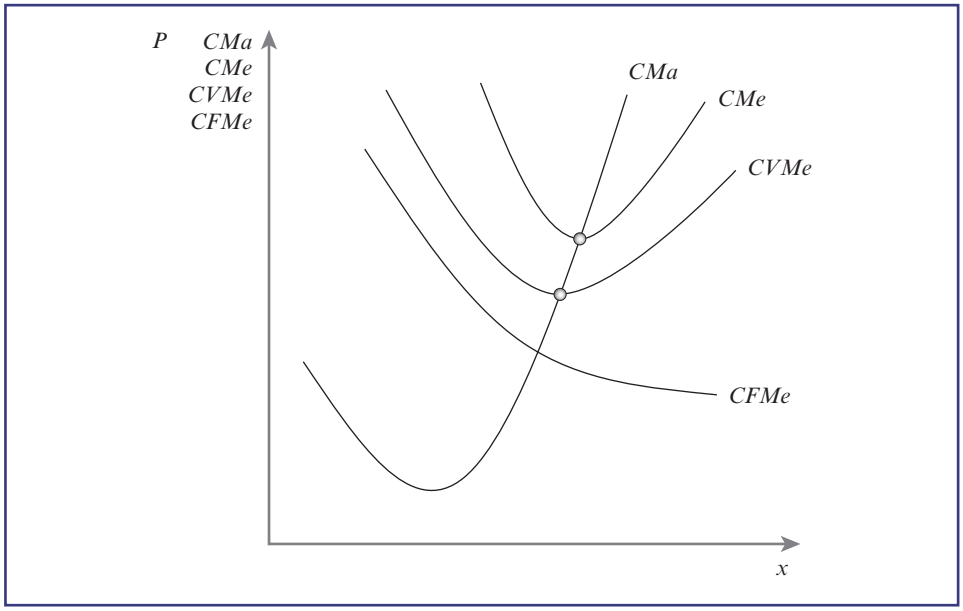
$$CVMe = \frac{CV}{x}$$

© Ediciones Pirámide

4. **El coste fijo medio (*CFMe*):** se calcula dividiendo los costes fijos entre la cantidad producida:

$$CFMe = \frac{CF}{x}$$

Obsérvese en el gráfico a continuación que **el coste medio y el coste variable medio alcanzan su mínimo justo en el punto en el que cortan al coste marginal,** lo que será relevante en los siguientes capítulos.



Para obtener la función de costes de corto plazo, que dependerá da la cantidad que produzca la empresa (x), seguiremos un proceso concreto de tres pasos que detallamos en el siguiente ejercicio.

EJERCICIO 4. Cálculo de la función de costes a corto plazo

Una empresa, cuya función de producción es $x = KL^{1/2}$, se enfrenta a unos precios del factor trabajo de 5 y del factor capital de 3. Además, sabemos que esta empresa posee 2 unidades de capital ($K = 2$).

© Ediciones Pirámide

a) Obtenga la función de costes de corto plazo de esta empresa.
b) Calcule el coste marginal y el coste medio. Represente gráficamente.
c) Identifique los costes variables y los costes fijos de dicha empresa. Calcule el coste variable medio y el coste fijo medio.

SOLUCIÓN

a) Este cálculo lo vamos a desarrollar en un proceso que consta de tres pasos:

1. Obtención de la función de producción de corto plazo. En este primer paso simplemente sustituiremos el valor del capital en la función de producción:

$$x = KL^{1/2} \rightarrow x = 2L^{1/2}$$

2. Obtención de la demanda condicionada de factor trabajo. Se obtiene despejando L de la función de producción e indica el número de trabajadores que la empresa necesita por cada unidad del bien que desea producir:

$$x = 2L^{1/2} \rightarrow \frac{x}{2} = L^{1/2} \rightarrow L^D = \frac{x^2}{4}$$

3. Obtención de la función de costes. Sustituimos todos los valores conocidos en la ecuación de costes genérica:

$$c = P_L L + P_K K \rightarrow c = 5\frac{x^2}{4} + 3 \cdot 2 \rightarrow c = 1{,}25x^2 + 6$$

b) El coste marginal es la derivada de la función de costes:

$$CMa = \frac{dC}{dx} = 2{,}5x$$

El coste medio se calcula como la función de costes partido por el número de unidades producidas:

$$CMe = \frac{C}{x} = \frac{1{,}25x^2 + 6}{x} = 1{,}25x + \frac{6}{x}$$

© Ediciones Pirámide

c) Los costes variables vienen representados por los términos de la función de costes que contienen a la variable x:

$$CV = 1{,}25x^2$$

Por su lado, los costes fijos son el término independiente de la función de costes:

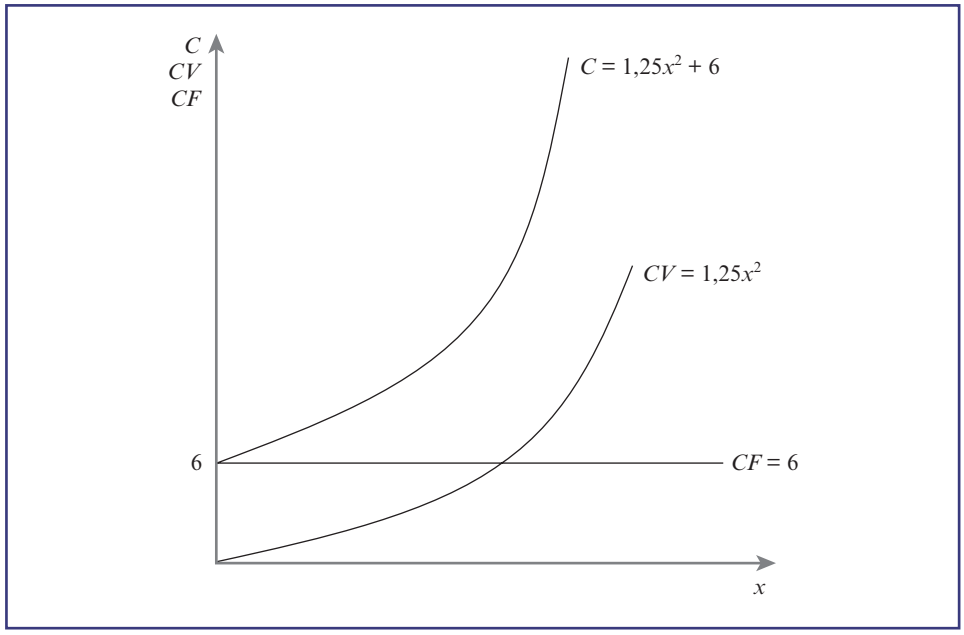
$$CF = 6$$

El coste variable medio se calcula como los costes variables entre x:

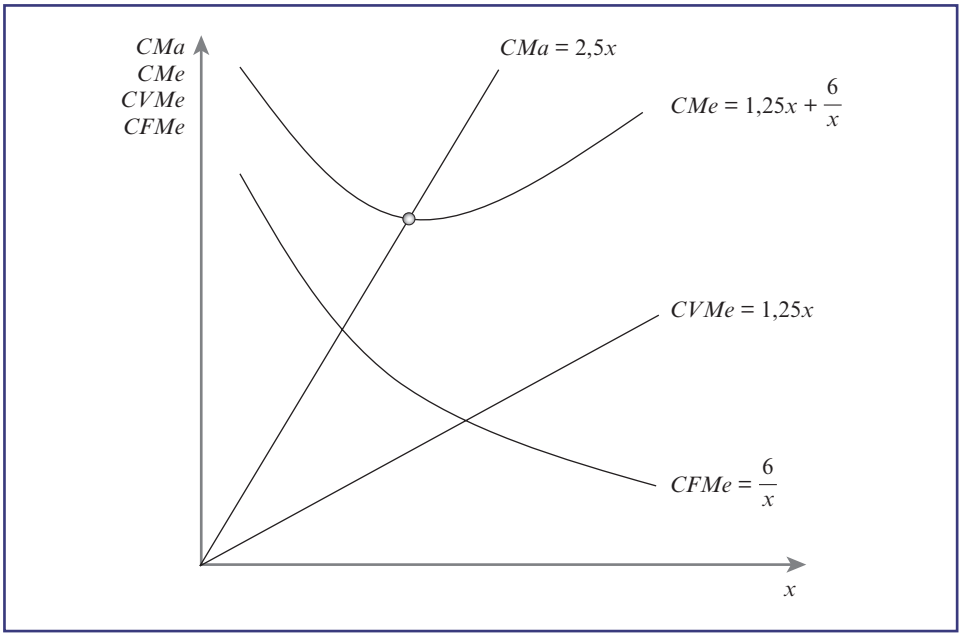
$$CVMe = \frac{CV}{x} = \frac{1{,}25x^2}{x} = 1{,}25x$$

Por su parte, el coste fijo medio se calcula como el cociente entre los costes fijos y x:

$$CFMe = \frac{CF}{x} = \frac{6}{x}$$



© Ediciones Pirámide



9.5. LA FUNCIÓN DE COSTES DE LARGO PLAZO

En el largo plazo, tanto el número de trabajadores como la cantidad de capital son variables. Para obtener la función de costes de largo plazo de la empresa tenemos que hacer uso de **las curvas isocuantas, que nos indican un cierto nivel de producción para distintas combinaciones de trabajo y capital.** Además, vamos a definir un nuevo concepto, la recta isocoste. De forma análoga, **la recta isocoste representa un mismo nivel de coste en todos sus puntos para distintas combinaciones de capital y trabajo.** Se deriva a partir de la ecuación de costes que definimos en el punto anterior:

$$c = P_L L + P_K K$$

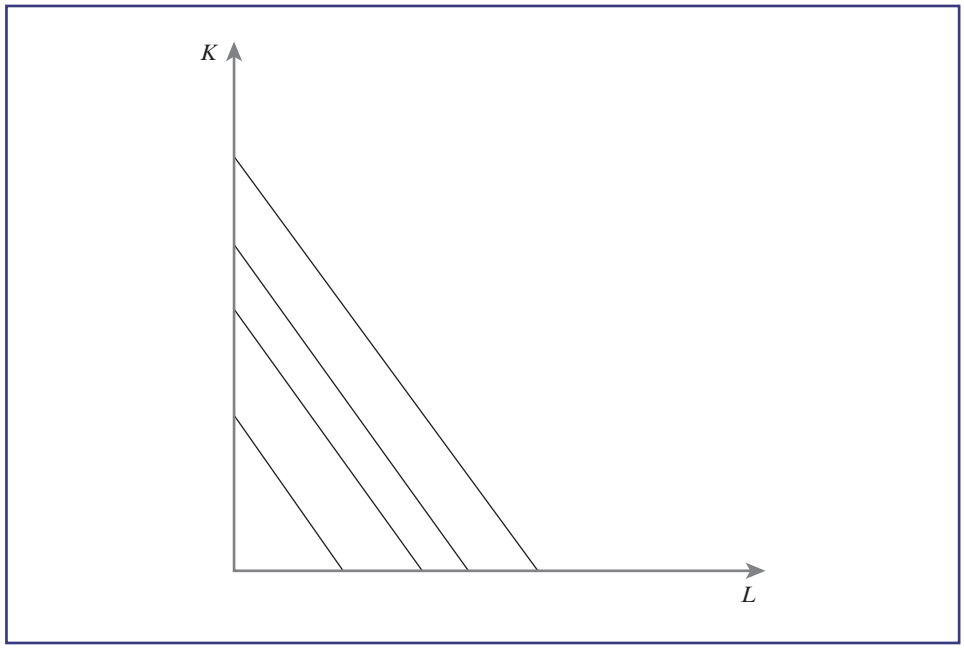
Si de esa expresión despejamos el capital (K) en función de todo lo demás, obtendremos la **ecuación de la recta isocoste:**

$$c = P_L L + P_K K \;\rightarrow\; P_K K = c - P_L L \;\rightarrow$$

$$K = \frac{c}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} L$$

© Ediciones Pirámide

Como ya hemos mencionado, esta ecuación es la de una línea recta; por tanto, su representación gráfica e interpretación son muy sencillas. Nótese que las variables son K y L, siendo todo los demás valores constantes. En primer lugar, el término independiente, c/P_K, **es el valor de la ordenada en el origen de la recta,** es decir, el punto de corte con el eje vertical. En segundo lugar, la constante que multiplica a la variable L, P_L/P_K, **es la pendiente de dicha recta.** Esto es importante por su significado económico. **La pendiente de la recta isocoste indica cuántas unidades de capital deben sustituir a una de trabajo para mantener el coste constante.**

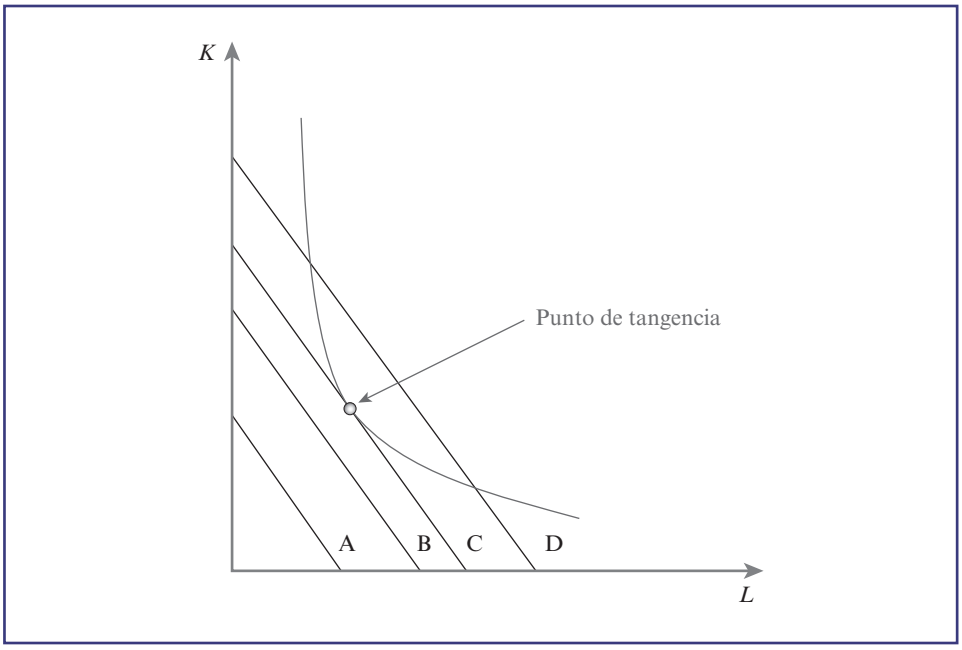


Las propiedades de las rectas isocoste son similares a las de las curvas isocuantas. **No se pueden cortar, indican un mismo nivel de coste en todos sus puntos y cuanto más lejos del origen, mayor nivel de coste representan. Hay infinitas,** aunque normalmente solo dibujamos unas pocas.

Vamos a suponer que **la empresa trata de minimizar sus costes para cada nivel de producción.** Para ello**, dada una isocuanta concreta, buscará la isocoste lo más cercana al origen posible.** Dicho con otras palabras, tratará de minimizar el coste para cada nivel de producción. Si observamos el gráfico siguiente veremos una serie de rectas isocoste (A, B, C y D) y una curva isocuanta. Para dicha curva isocuanta, es decir, para un nivel de producción concreto, la empresa puede elegir situarse en una isocoste u otra, esto es, puede elegir el coste en el que desea incurrir. La isocoste A es la que menos coste representa por ser la

© Ediciones Pirámide

más cercana al origen; sin embargo, no es compatible con esa producción, porque ninguno de sus puntos pertenece a la isocuanta en cuestión. La siguiente isocuanta (B) también indica un coste bajo, aunque mayor que A, pero sigue sin ser compatible con ese nivel de producción. Cuando observamos la isocoste C, nos damos cuenta de que al menos uno de sus puntos pertenece a la isocuanta, lo que significa que es compatible con esa producción y, además, es la isocoste más cercana al origen posible que podemos dibujar tomando esa isocuanta. La isocoste D también es compatible con la producción deseada, pero al estar más lejos del origen que la C indica un mayor coste, y por ello no es deseable para la empresa.



El punto que aparece en el gráfico indicando **el mínimo coste es el punto de tangencia entre la recta isocoste más cercana al origen posible dada una isocuanta.** Es el punto de tangencia entre ambas líneas y, por consiguiente, **es el punto en el que se igualan ambas pendientes, la de la isocoste (P_L/P_K) y la de la isocuanta (*RMST*).**

$$\text{Condición de mínimo coste} \rightarrow RMST = \frac{P_L}{P_K}$$

© Ediciones Pirámide

Dicha expresión también se puede deducir resolviendo un problema matemático de optimización sujeto a restricciones, en el cual se minimizan los costes dada la función de producción:

$$\begin{cases} \text{mín } C \\ \text{s.a } x = f(L, K) \end{cases}$$

A partir de la condición de mínimo coste surge el concepto de **senda de expansión** de la producción, que **nos dice la proporción de uso entre capital y trabajo que va a utilizar la empresa.** El proceso de cálculo de la senda de expansión y de la función de costes de largo plazo es laborioso, y por ello lo vamos a desarrollar en tres pasos, que detallamos en el siguiente ejercicio.

EJERCICIO 5. Cálculo de la función de costes de largo plazo

Calcule la función de costes de una empresa que se enfrenta a unos precios de los factores trabajo y capital de 1 y 2 respectivamente ($P_L = 1$, $P_K = 2$). Su función de producción es $x = 3L^2K$.

Solución

Al igual que la función de costes de corto plazo, este proceso lo vamos a dividir en tres partes claramente diferenciadas, cada una de las cuales nos dará un resultado importante que nos acabará llevando al resultado final.

1. Aplicamos la condición de mínimo coste. Este primer paso nos llevará a la **senda de expansión** de la producción, relación que nos indica la proporción de uso entre los factores trabajo y capital por parte de la empresa:

$$\text{Condición de mínimo coste} \rightarrow RMST = \frac{P_L}{P_K} \rightarrow \frac{PMa(L)}{PMa(K)} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{6LK}{3L^2} = \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2K}{L} = \frac{1}{2} \rightarrow K = \frac{1}{4}L, \quad \text{senda de expansión}$$

© Ediciones Pirámide

2. Cálculo de las demandas condicionadas de factores (L^D, K^D). Si sustituyéramos la senda de expansión dentro de la función de producción, obtendríamos lo siguiente:

$$x = 3L^2K \;\rightarrow\; x = 3L^2\frac{1}{4}L \;\rightarrow\; x = \frac{3}{4}L^3 \;\rightarrow\; x\frac{4}{3} = L^3 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; L^D = \left(\frac{4}{3}\right)^{1/3} x^{1/3} \;\rightarrow\; L^D = \frac{2^{2/3}}{3^{1/3}}x^{1/3}$$

obteniendo de este modo la demanda condicionada de trabajo. Para obtener la demanda condicionada del factor capital, debemos sustituir la demanda condicionada de trabajo dentro de la senda de expansión:

$$K = \frac{1}{4}L \;\rightarrow\; K = \frac{1}{2^2}\frac{2^{2/3}}{3^{1/3}}x^{1/3} \;\rightarrow\; K^D = \frac{1}{2^{4/3}\cdot 3^{1/3}}x^{1/3}$$

3. Para terminar, sustituimos todos los valores que tenemos en la ecuación genérica de la función de costes:

$$c = P_L L + P_K K = \frac{2^{2/3}}{3^{1/3}}x^{1/3} + 2\cdot\frac{1}{2^{4/3}\cdot 3^{1/3}}x^{1/3} = \left(\frac{2^{2/3}}{3^{2/3}} + \frac{1}{2^{1/3}\cdot 3^{1/3}}\right)x^{1/3}$$

© Ediciones Pirámide

10 La competencia perfecta

10.1. INTRODUCCIÓN

Los mercados competitivos son aquellos en los que los agentes económicos **no tienen capacidad para influir en el precio** de venta de un producto. A este tipo de agentes económicos los llamamos **precio-aceptantes,** porque no pueden decidir el precio de venta de su producción, que viene determinado por la interacción de la oferta y la demanda, de modo que sencillamente lo observan y lo aceptan como un **precio dado.** Solemos decir que estas empresas **no tienen poder de mercado.**

En la competencia perfecta se alcanza el **máximo bienestar social posible,** así como la **máxima producción y el menor precio** de venta de entre todos los tipos de mercados que conocemos (algo que iremos comprobando en los siguientes capítulos). Por ello es una situación deseable para la sociedad. Sin embargo, en el mundo real, es muy difícil de alcanzar, al menos de forma «perfecta», puesto que supone una serie de requisitos que vamos a exponer a continuación:

- **Gran cantidad de oferentes.** Es necesario que exista una alta cantidad de productores para que todos ellos **sean pequeños en comparación con el tamaño total del mercado,** de modo que no tengan capacidad suficiente para influir en el precio. Dicho de otra manera, es necesario **que las empresas no tengan poder de mercado.**
- **Gran cantidad de demandantes.** De igual manera que con los oferentes, es necesario **que los consumidores sean pequeños con respecto al mercado** para que no tengan poder suficiente para influir en los precios o decisiones del resto de agentes.
- **Producto homogéneo.** Otro requisito para la existencia de competencia perfecta es que todos los bienes producidos en dicho mercado **sean idénticos,** es decir, que no exista ningún tipo de diferencia para el comprador.

© Ediciones Pirámide

— **Información perfecta.** Necesariamente todos los agentes económicos **deben conocer toda la información disponible, de forma inmediata y gratuita,** para poder tomar sus decisiones de modo racional y generar situaciones eficientes.
— **Costes de transacción y transporte nulos.** Para que el mercado sea considerado de competencia perfecta, es necesario que comprar a uno u otro productor **no implique costes adicionales ni de transporte ni de transacción.** De esta manera, para el comprador no habrá diferencias a la hora de decidir a qué oferente compra el producto.

Por otro lado, el comportamiento de las empresas será el de tratar de **maximizar su beneficio** (B), calculado como ingresos (I) menos costes (C):

$$B = I - C$$

Para ello utilizaremos los principios básicos que conocemos de optimización, es decir, derivaremos dicha función de beneficio y la igualaremos a cero:

$$\text{máx } B \rightarrow \frac{dB}{dx} = 0$$

La derivada de los costes, que conocemos del capítulo 9, es el coste marginal (CMa), mientras que **la derivada del ingreso será el ingreso marginal** (IMa), que representa **cuánto aumenta el ingreso al vender una unidad más de producto.** Así, obtenemos:

$$IMa - CMa = 0$$

Y, despejando:

$$IMa = CMa$$

que es la fórmula de equilibrio o maximización de beneficio de las empresas competitivas. Sin embargo, no es la forma más habitual de escribir dicha expresión. Veamos por qué. El ingreso de una empresa se puede calcular como el precio de venta (p) por la cantidad vendida (x):

$$I = px$$

Si derivamos la función de ingreso para obtener la función de ingreso marginal, tenemos que tener en cuenta que en competencia perfecta el precio está dado,

© Ediciones Pirámide

es decir, es una constante predeterminada por el mercado, mientras que la variable es x. Como sabemos, la derivada de una constate por una variable es igual a la constante. Así que el ingreso marginal, calculado como la derivada del ingreso, es:

$$IMa = \frac{dI}{dx} = p$$

Así que la condición de máximo beneficio más utilizada para las empresas precio-aceptantes es:

$$p = CMa$$

EJERCICIO 1. Competencia perfecta básica

Suponga que una empresa precio-aceptante posee una función de costes $c = 2x^2$ y se enfrenta a una demanda de mercado $x^D = 100 - p$.

a) Calcule el precio de venta y la cantidad producida que maximizarían el beneficio de esta empresa. Calcule asimismo dicho beneficio y represente gráficamente.

b) Suponga que el gobierno decide establecer un impuesto sobre la producción de esta empresa de 10 unidades monetarias por cada unidad producida. ¿Cuál sería el nuevo equilibrio? ¿Cuál sería el excedente de la sociedad?

Solución

a) Toda empresa competitiva trata de maximizar su beneficio; por tanto, debemos aplicar su condición de equilibrio:

$$p = CMa$$

En el precio, representado por la variable p, debemos sustituir la función de demanda de los consumidores. Pero antes debemos despejar de tal modo que nos quede el precio a la izquierda del igual, para poder realizar la sustitución correctamente:

$$x^D = 100 - p \;\rightarrow\; p = 100 - x$$

© Ediciones Pirámide

En el coste marginal, representado por *CMa*, debemos sustituir la derivada de la función de costes:

$$CMa = \frac{dc}{dx} = 4x$$

Ahora ya podemos resolver aplicando la condición de máximo beneficio de las empresas competitivas:

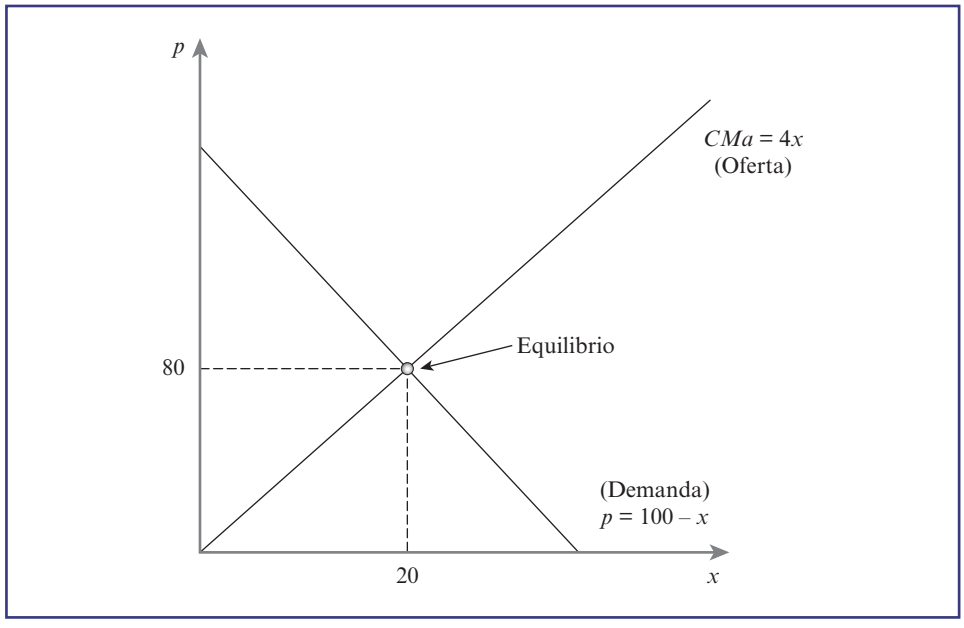
$$p = CMa \;\rightarrow\; 100 - x = 4x \;\rightarrow\; 100 = 5x \;\rightarrow\; x = 20$$

Esa será la cantidad que deberá producir, pero para calcular su precio usaremos su función de demanda sustituyendo dicha cantidad.

$$p = 100 - x \;\rightarrow\; p = 100 - 20 \;\rightarrow\; p = 80$$

Y, por último, el beneficio (*B*), calculado como la diferencia entre ingresos ($I = p \cdot x$, precio por cantidad) y costes (*C*, la función de costes):

$$B = I - C = px - 2x^2 = 80 \cdot 20 - 2 \cdot 20^2 = 800$$



b) En primer lugar, debemos saber que los impuestos y subvenciones afectan directamente a la función de costes de la empresa. Concretamente, al ser un

© Ediciones Pirámide

impuesto por unidad producida, debemos introducirlo sumando en la función de costes, multiplicando el impuesto por x, dado que es un impuesto por cada unidad producida del bien x:

$$C = 2x^2 + \underbrace{10x}_{t_x:\ \text{impuesto}} \quad \rightarrow \quad CMa = \frac{dC}{dx} = 4x + 10$$

Aplicando la condición de equilibrio, obtenemos:

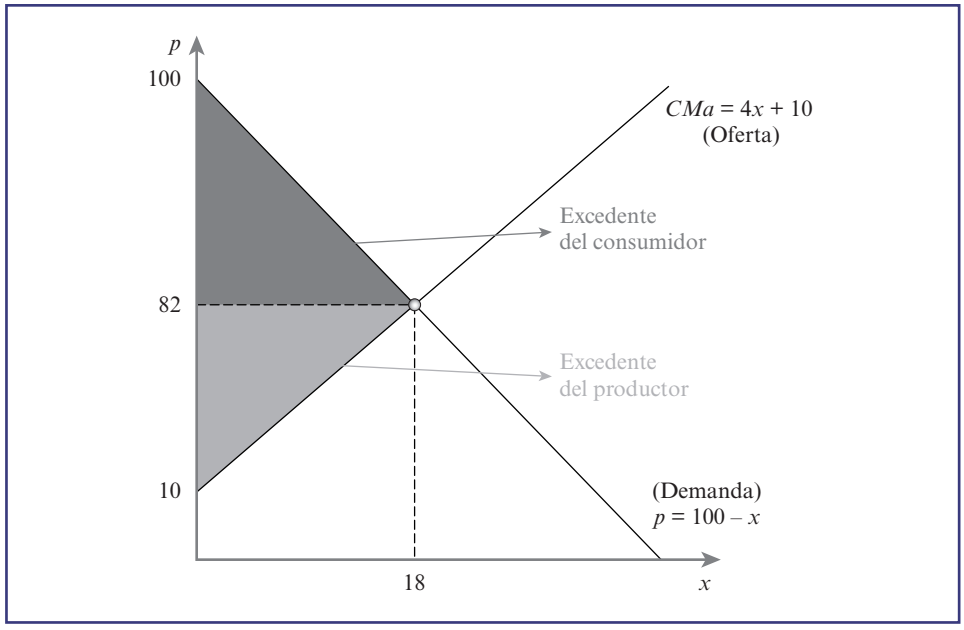
$$p = CMa \ \rightarrow \ 100 - x = 4x + 10 \ \rightarrow \ 90 = 5x \ \rightarrow \ x = 18$$

Como vemos, la introducción del impuesto reduce la producción de la empresa. El precio lo obtendremos a partir de la función de demanda:

$$p = 100 - x \ \rightarrow \ p = 100 - 18 \ \rightarrow \ p = 82$$

La introducción de impuestos en este caso ha provocado un incremento del precio.

NOTA: *si el gobierno hubiese aplicado una subvención a la empresa en lugar de un impuesto, lo habríamos introducido en los costes restando en lugar de sumando, pero de forma análoga al impuesto, es decir, multiplicando por x.*



© Ediciones Pirámide

El excedente del consumidor mide en unidades monetarias el bienestar de los consumidores. Se calcula como el área que queda debajo de la función de demanda (que representa lo máximo que los consumidores están dispuestos a pagar por el bien) y el precio (lo que realmente pagan).

En general, para calcular áreas, podemos utilizar integrales. Sin embargo, en este y otros casos nos encontraremos figuras geométricas básicas, como triángulos y rectángulos, por lo que podemos recurrir a las fórmulas que conocemos para hallar áreas.

— Excedente del consumidor:

$$\text{Área de un triángulo} = \frac{\text{Base} \cdot \text{Altura}}{2} = \frac{18 \cdot 18}{2} = 162$$

El excedente del productor mide en unidades monetarias el bienestar que obtiene el productor al vender su producto. Se calcula como el área que queda entre el precio de venta y el coste marginal (que es el coste de cada unidad adicional que produce). También se puede calcular de forma más sencilla, como la suma de sus beneficios y sus costes fijos. Si lo calculamos con este método, obtenemos:

— Excedente del productor:

$$B + CF = I - C + CF = p \cdot x - (2x^2 + \underbrace{10x}_{\text{Esta empresa no tiene costes fijos, es decir, su función de costes no tiene término independiente}}) + 0 =$$

$$= 82 \cdot 18 - (2 \cdot 18^2 + 10 \cdot 18) = 648$$

El excedente total o social es la suma del excedente del consumidor y del productor y, por tanto, es:

— Excedente social: 162 + 648 = 810.

10.2. LA VIABILIDAD ECONÓMICA DE LA EMPRESA A CORTO PLAZO

En microeconomía decimos que **una empresa es viable económicamente cuando produce una cantidad positiva del bien.** Podemos pensar que el hecho de dejar

© Ediciones Pirámide

de producir ocurrirá sencillamente cuando la empresa tenga pérdidas, pero esto no es cierto, ya que es posible que una empresa, aun teniendo pérdidas, decida seguir produciendo.

— **Mínimo de explotación:** también conocido como **punto de cierre.** Nos indica el precio a partir del cual la empresa produce. Esto es, **si el precio de venta del producto** (recordemos que la empresa competitiva no puede decidir dicho precio, sino que viene determinado por el mercado) **está por debajo del mínimo de explotación, la empresa no producirá nada.** Esto ocurre porque la empresa incurre en unas pérdidas demasiado grandes que no puede soportar. Vamos a ilustrarlo con un ejemplo numérico sencillo. **Los costes fijos de una empresa son aquellos que la empresa debe pagar, aunque decida dejar de producir.** Estos pueden ser devoluciones de préstamos o contratos de alquiler, por poner un par de ejemplos. Imaginemos que una empresa tiene unos costes fijos de 100 unidades monetarias al mes. Si sus pérdidas, con los costes fijos ya incluidos, ascienden a 50 unidades monetarias, no debería dejar de producir, pero ¿por qué?, porque si lo hiciese, no obtendría ingresos, pero tendría que seguir pagando los costes fijos, de manera que sus pérdidas ascenderían a 100 unidades monetarias. Por tanto, **una empresa debe dejar de producir solo si sus pérdidas** (beneficio negativo, que miraremos en valor absoluto por comodidad) **son mayores que sus costes fijos:**

$$\text{No produce si: } |B| > CF$$
$$\text{Produce si: } |B| \leqslant CF$$

El mínimo de explotación se sitúa en el mínimo del coste variable medio:

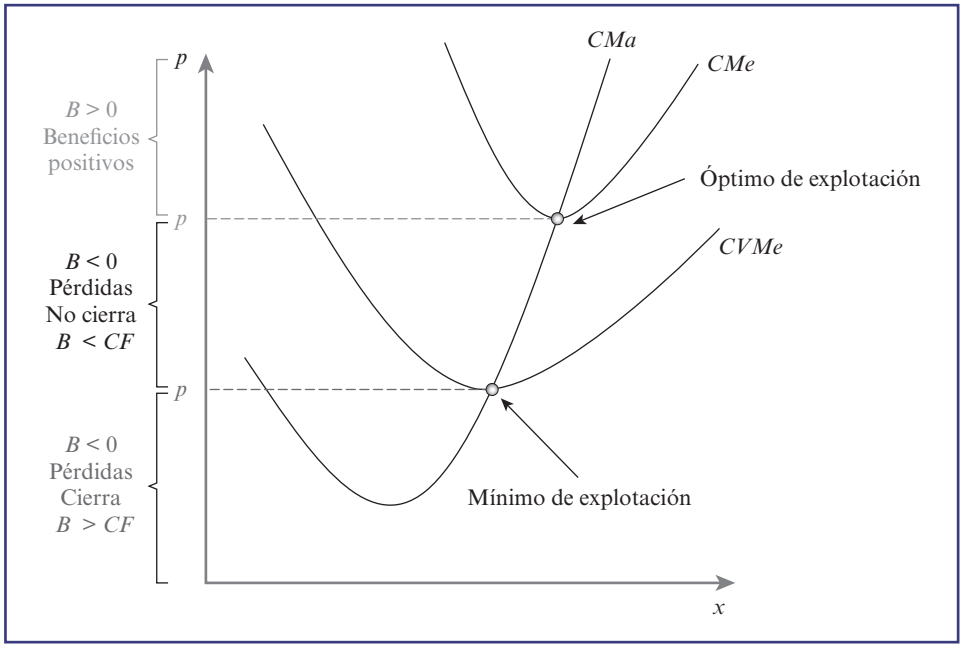
$$p = \text{mín } CVMe$$

— **Óptimo de explotación:** este es el punto en el que la empresa obtiene un **beneficio nulo.** Si la empresa vende a un precio **por debajo de este punto, obtendrá pérdidas, y si vende a un precio por encima, obtendrá beneficios positivos.** Algo muy a tener en cuenta es que **tener pérdidas no implica necesariamente dejar de producir** (tal y como hemos visto en el punto anterior). Es posible que una empresa, aun teniendo pérdidas, decida seguir produciendo, siempre y cuando dichas pérdidas sean relativamente pequeñas o, más concretamente, menores que los costes fijos. **El óptimo de explotación se sitúa en el mínimo del coste medio,** y así es como lo hallaremos:

$$p = \text{mín } CMe$$

© Ediciones Pirámide

Para resumir todo lo expuesto, tenemos a continuación un gráfico. En él podemos observar que **la empresa tendrá pérdidas y dejará de producir siempre que el precio de venta se sitúe por debajo del mínimo coste variable medio.** Si el precio se sitúa **entre el mínimo y el óptimo de explotación, la empresa tendrá pérdidas, pero no cerrará,** y si el precio se encuentra **por encima del óptimo de explotación, la empresa tendrá beneficios positivos** y, obviamente, no tendrá motivos para cerrar.



NOTA: *obsérvese que* ***el mínimo y el óptimo de explotación son puntos que se alcanzan cuando las curvas de coste medio y coste variable medio cortan a la de coste marginal,*** *lo que nos da una forma alternativa de calcularlas:*

$$\text{Óptimo de explotación} \rightarrow CMa = CMe$$
$$\text{Mínimo de explotación} \rightarrow CMa = CVMe$$

EJERCICIO 2. La viabilidad económica de la empresa a corto plazo

Suponga una empresa que posee una función de costes definida por $c = x^2 + 4x + 4$. Sabemos que esta función de costes es de corto plazo porque tiene costes fijos, representados por el término independiente (4). Se pide calcular:

© Ediciones Pirámide

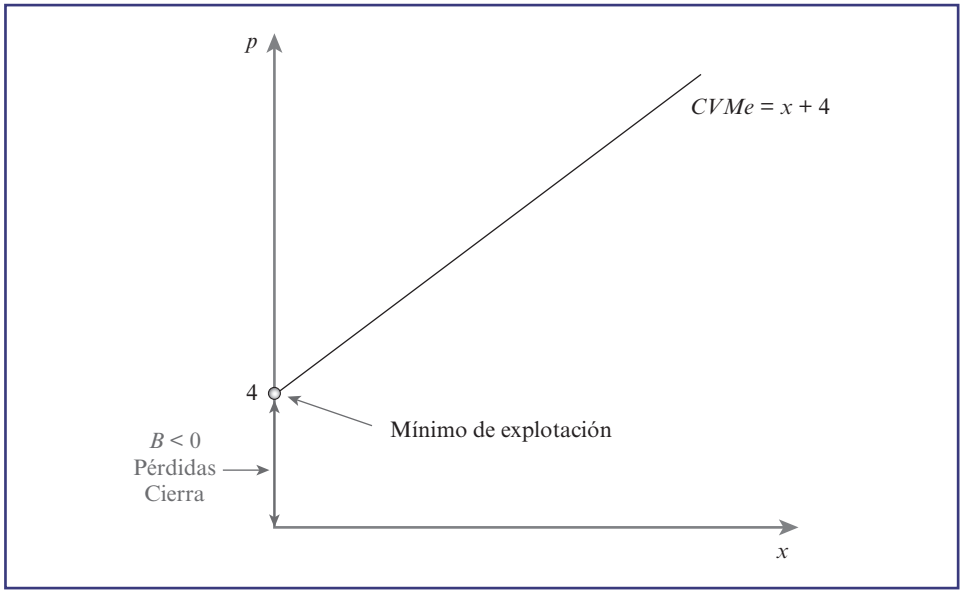
a) El precio a partir del cual la empresa produce.
b) El precio a partir del cual la empresa obtiene beneficios positivos.
c) La curva de oferta de la empresa.

SOLUCIÓN

a) El precio a partir del cual una empresa produce se conoce como el mínimo de explotación o punto de cierre. Si el precio de venta estuviese por debajo de este valor, las pérdidas serían tan grandes que la empresa perdería menos cerrando. Se calcula minimizando el coste variable medio. Así que en primer lugar vamos a calcularlo como los costes variables (términos que contienen la variable x en su función de costes) partido por la cantidad producida (x):

$$CVMe = \frac{CV}{x} = \frac{x^2 + 4x}{x} = x + 4$$

A continuación, minimizamos dicha función derivándola e igualando a cero, pero no obtendríamos solución porque es una línea recta, y las líneas rectas no tienen ni mínimos ni máximos. Así que tomaremos como mínimo su valor más bajo posible, es decir, el punto de corte con el eje vertical, porque hacia la izquierda de ese punto pasamos a cantidades producidas negativas, que no tienen sentido en economía.



© Ediciones Pirámide

La empresa produce a partir de $p = 4$. Por debajo de ese valor, cierra.

b) El precio a partir del cual la empresa obtiene beneficios positivos se conoce como óptimo de explotación. En ese punto, el beneficio es cero, pero para precios superiores el beneficio pasa a ser positivo. Se calcula minimizando el coste medio, que se calcula, como sabemos, dividiendo la función de costes entre la cantidad producida:

$$CMe = \frac{c}{x} = \frac{x^2 + 4x + 4}{x} = x + 4 + \frac{4}{x}$$

Para minimizar, lo derivamos e igualamos a cero.

Pero antes, para simplificar el cálculo, podemos pasar la x que está dividiendo al numerador con tan solo cambiar el signo del exponente:

$$\frac{4}{x} \leftrightarrow 4x^{-1}$$

Así, para minimizar el coste medio, solo tenemos que derivar potencias y no fracciones:

$$\text{mín}\, CMe \rightarrow \frac{dCMe}{dx} = 0 \rightarrow 1 + (-1)4x^{-2} = 0 \rightarrow 1 = 4x^{-2} \rightarrow$$

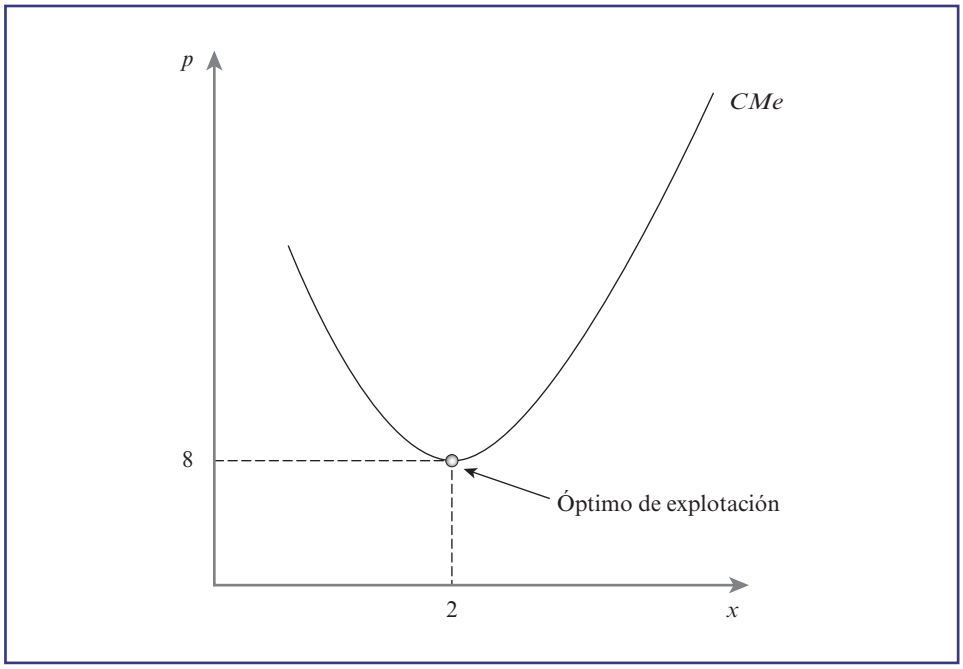
$$\rightarrow 1 = \frac{4}{x^2} \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 2 \text{ (nos quedamos con la parte positiva de la raíz)}$$

Sabemos que el mínimo coste medio se encuentra en $x = 2$, pero para conocer su valor tendremos que sustituir que la producción es igual a 2 en dicha función:

$$CMe(x = 2) = x + 4 + \frac{4}{x} = 2 + 4 + \frac{4}{2} = 8$$

© Ediciones Pirámide



La empresa obtendrá beneficio positivo siempre que el precio de venta sea mayor que 8.

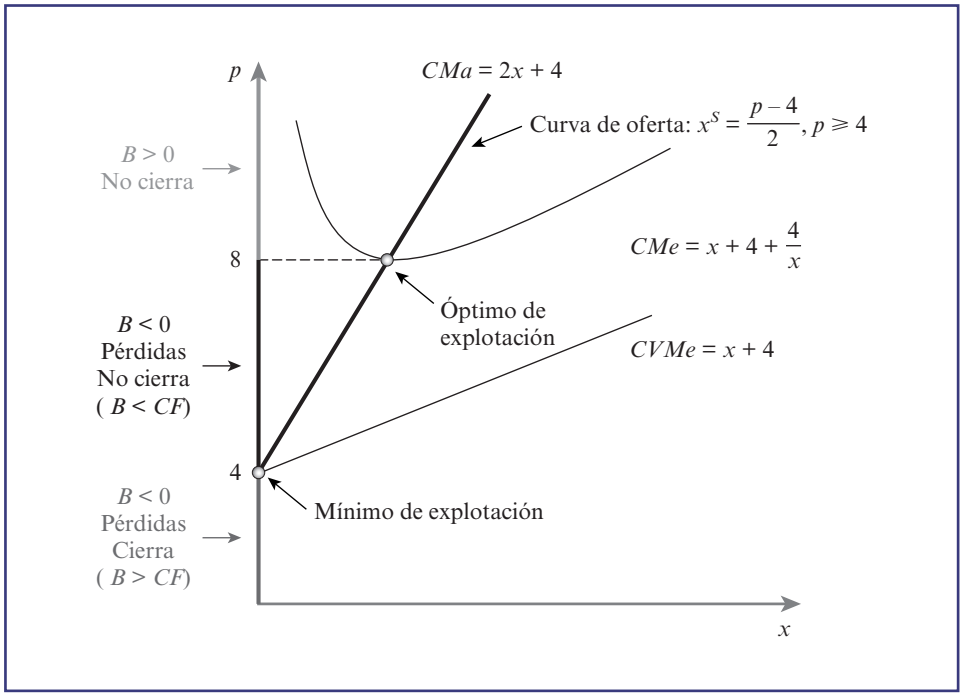
c) Como ya hicimos en el ejercicio anterior, para hallar la curva de oferta utilizaremos la condición de máximo beneficio de las empresas precio-aceptantes:

$$p = CMa \;\rightarrow\; p = 2x + 4 \;\rightarrow\; p - 4 = 2x \;\rightarrow\; x^S = \frac{p-4}{2}$$

Para que la respuesta sea completa, debemos especificar que la oferta existe a partir del mínimo coste variable medio, ya calculado en el apartado *a*), esto es, solo existe para $p \geqslant 4$. Por tanto, la oferta de esta empresa es:

$$x^S = \frac{p-4}{2}, \qquad p \geqslant 4$$

© Ediciones Pirámide

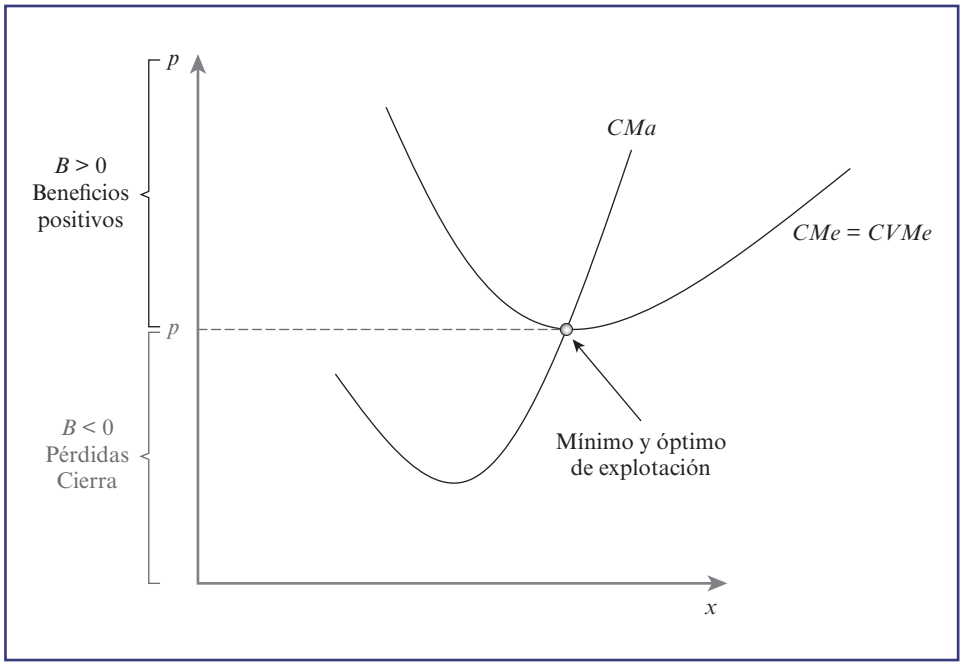


10.3. LA VIABILIDAD ECONÓMICA DE LA EMPRESA A LARGO PLAZO

La viabilidad económica de la empresa a largo plazo es exactamente igual en todo a la de corto plazo, con una salvedad: **en el largo plazo el coste medio y el coste variable medio coinciden,** por lo que también **coincidirán el mínimo y el óptimo de explotación.** Esto, como podemos ver en el gráfico siguiente, implica que desaparece el tramo en el cual la empresa sigue produciendo a pesar de tener pérdidas, lo que supone que, **en el largo plazo, una empresa con pérdidas siempre deja de producir. No es posible que una empresa, en el largo plazo, con pérdidas, siga produciendo.**

La lógica de todo esto es que, en el corto plazo, una empresa que lleve poco tiempo establecida en el mercado, aun teniendo pérdidas, si estas son relativamente pequeñas, decida seguir produciendo. Sin embargo, si a largo plazo una empresa sigue teniendo pérdidas, no tiene sentido seguir produciendo, aun siendo pérdidas pequeñas.

© Ediciones Pirámide



EJERCICIO 3. La viabilidad económica de la empresa a largo plazo

La función de costes de largo plazo de una empresa es $c = 2x^3 - 60x^2 + 800x$. Calcule el precio para el cual el beneficio de la empresa se hace cero.

SOLUCIÓN

En primer lugar, cabe destacar que las únicas diferencias entre corto y largo plazo son que en el largo plazo los costes fijos son cero (por eso la función de costes no tiene término independiente) y que el coste variable medio y coste medio coinciden (por eso en el gráfico de este ejercicio aparecerán solo dos curvas y no tres, como en el corto plazo).

Como el coste variable medio y el coste medio son iguales, también coincidirán el óptimo de explotación y el mínimo de explotación.

El beneficio de la empresa se hace cero en el punto de mínimo coste medio, esto es, en el óptimo de explotación.

© Ediciones Pirámide

Primero calcularemos el coste medio y luego lo minimizaremos:

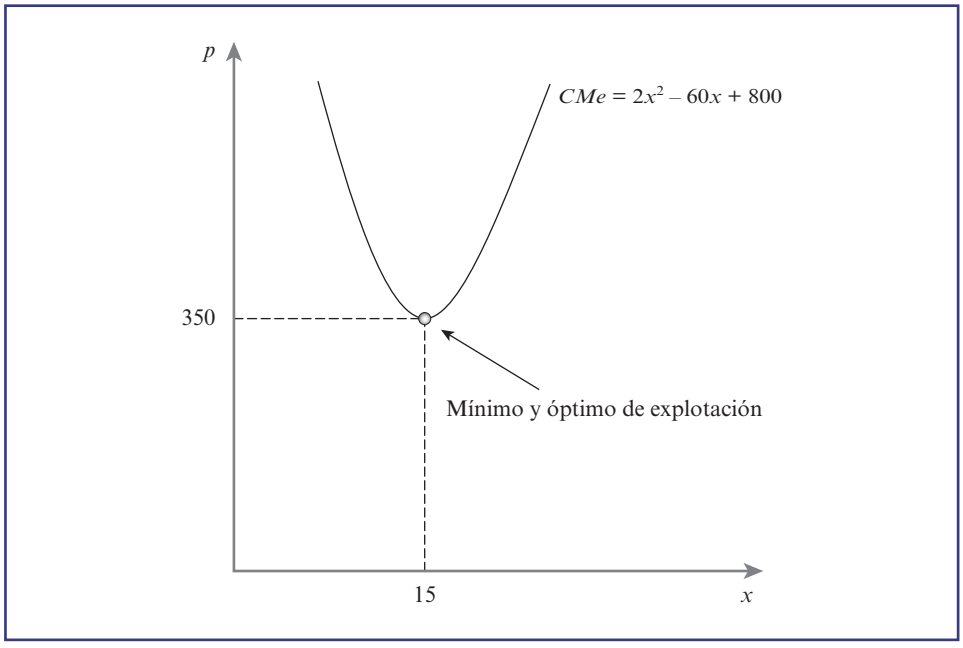
$$CMe = \frac{c}{x} = \frac{2x^3 - 6x^2 + 800x}{x} = 2x^2 - 6x + 800$$

$$\text{mín}\, CMe \;\rightarrow\; \frac{dCMe}{dx} = 0 \;\rightarrow\; 4x - 60 = 0 \;\rightarrow\; x = 15$$

Para hallar el valor de coste medio en su mínimo simplemente sustituimos $x = 15$ en dicha función:

$$CMe(x = 15) = 2x^2 - 6x + 800 = 2 \cdot 15^2 - 60 \cdot 15 + 800 = 350$$

La empresa tendrá beneficio cero si vende a un precio $p = 350$.



10.4. LA CURVA DE OFERTA DE LA EMPRESA COMPETITIVA

La curva de oferta de la empresa competitiva es una función matemática que nos indica la **cantidad de producto que está dispuesta a producir una empresa para cada posible precio de mercado.** Para calcularla necesitamos cumplir una

© Ediciones Pirámide

serie de condiciones, como por ejemplo que la empresa sea viable económicamente hablando o, dicho de otra manera, que no cierre. Para que esto se cumpla, debe ocurrir que **el precio de venta sea mayor o igual que el mínimo del coste variable medio:**

$$p \geqslant \text{mín } CVMe$$

Es decir, es necesario **que el precio se sitúe por encima del mínimo de explotación (o punto de cierre) de la empresa.**

NOTA: *En el largo plazo el coste variable medio y el coste medio coinciden, son iguales, por lo que esta condición es válida tanto para corto como para largo plazo. De hecho, en general, en los capítulos venideros es irrelevante si la empresa opera en el corto o en el largo plazo. Es algo que no afecta en nada a nuestros cálculos.* ***Solo es necesario diferenciar entre corto y largo plazo a la hora de calcular la función de costes de una empresa.***

La otra condición que debe cumplirse a la hora de calcular la curva de oferta de una empresa precio-aceptante es que dicha empresa **debe estar maximizando su beneficio,** esto es:

$$p = CMa$$

EJERCICIO 4. La curva de oferta de la empresa competitiva

Calcule la curva de oferta de una empresa competitiva cuyos costes pueden representarse mediante la siguiente función $c = 2x^3 - 40x^2 + 250x$, especificando el rango de precios para el cual la empresa produce.

SOLUCIÓN

Para calcular la curva de oferta de la empresa competitiva, debemos aplicar la condición de equilibrio, porque la empresa siempre estará maximizando su beneficio cuando ofrezca producto.

$$p = CMa$$

© Ediciones Pirámide

Dejaremos el precio (p) como incógnita y, como siempre, el coste marginal (CMa) será la derivada de la función de costes:

$$p = 6x^2 - 80x + 250, \quad \text{función de oferta}$$

Aunque podemos dejar esta expresión tal cual, lo habitual será que despejemos la producción (x), porque será útil en otros ejercicios que veremos en este capítulo. Normalmente será un despeje sencillo, pero en este caso tenemos una ecuación de segundo grado que requiere un poco más de trabajo. En primer lugar, debemos pasar el precio (p) a la derecha del igual:

$$0 = 6x^2 - 80x + 250 - p$$

A continuación utilizaremos la fórmula que conocemos para resolver ecuaciones de segundo grado:

$$0 = \underbrace{6}_{a}x^2 \underbrace{-80}_{b}x + \underbrace{250 - p}_{c} \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{80 \pm \sqrt{6.400 - 24(250 - p)}}{12} \rightarrow x^S = \frac{80 \pm \sqrt{400 + 24p}}{12}$$

obteniendo así es la curva de oferta (para indicarlo ponemos un superíndice s a la variable x).

Para que una empresa sea viable económicamente hablando, debe cumplir que su precio de venta (p) sea mayor que el mínimo de su coste variable medio ($CVMe$), cosa que demostraremos en el siguiente punto de este mismo capítulo. Recordemos que el coste variable medio se calcula como los costes variables (CV) de la empresa entre la cantidad producida (x) y que, a su vez, los costes variables son los términos de la función de costes que contienen a la variable x.

$$c = 2x^3 - 40x^2 + 250x + \underbrace{0}_{CF}$$

CF: esta empresa no tiene costes fijos porque su función de costes es de largo plazo, lo que a su vez implica que el coste medio (CMe) y el coste variable medio ($CVMe$) coincidan.

$$CMe = CVMe$$

© Ediciones Pirámide

sin mayores complicaciones para el desarrollo del ejercicio.

$$CVMe = \frac{CV}{x} = \frac{2x^3 - 40x^2 + 250x}{x} = 2x^2 - 40x + 250$$

Para minimizarlo simplemente debemos derivarlo e igualarlo a cero:

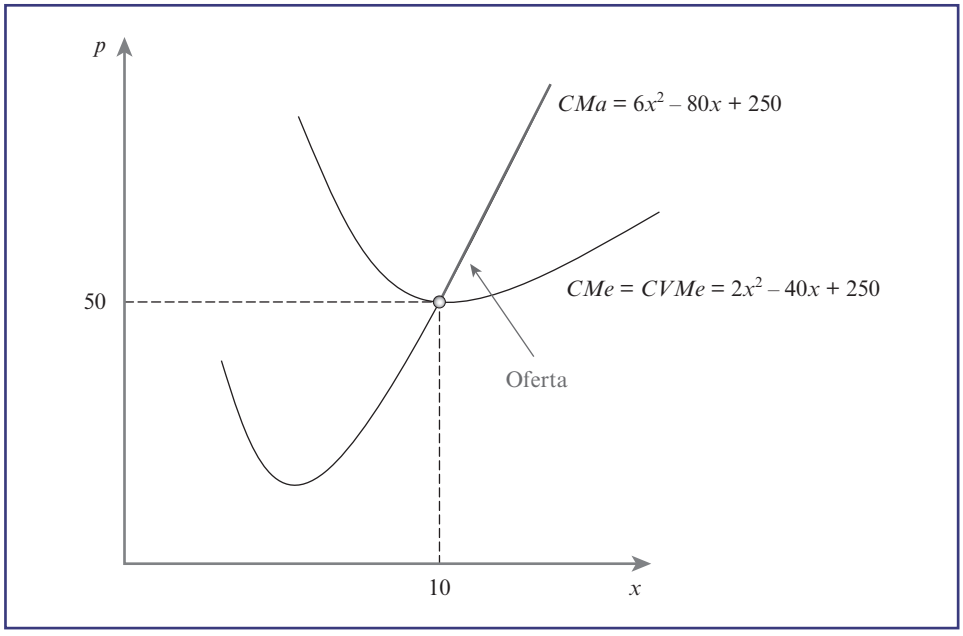
$$\text{mín}\, CVMe = \frac{dCVMe}{dx} = 0 \;\rightarrow\; 4x - 40 = 0 \;\rightarrow\; 4x = 40 \;\rightarrow\; x = 10$$

Sabemos que el mínimo del coste variable medio se alcanza cuando la empresa produce 10 unidades de x, pero el valor de la función en ese punto, como podemos ver en el gráfico siguiente, nos indica el precio a partir del cual la empresa produce:

$$CVMe(x = 10) = 2x^2 - 40x + 250 = 2 \cdot 10^2 - 40 \cdot 10 + 250 = 50$$

Es decir, la empresa solo vende si el precio es 50 o mayor.
Por ello decimos que la curva de oferta de esta empresa es:

$$x^S = \frac{80 + \sqrt{400 + 24p}}{12}, \qquad p \geqslant 50$$



© Ediciones Pirámide

Por ello decimos que la curva de oferta de la empresa precio-aceptante se corresponde con el «tramo creciente del coste marginal a partir del mínimo coste variable medio», o, generalizando, el coste marginal es la curva de oferta de las empresas competitivas.

10.5. LA INDUSTRIA COMPETITIVA CON BARRERAS A LA ENTRADA Y SALIDA

En ciertas situaciones de mercado **es posible que el Estado decida establecer un número de empresas concreto,** pero que aun así dicho mercado siga considerándose de competencia perfecta porque las empresas compiten libremente y en igualdad de condiciones entre sí o, con otras palabras, **ninguna tiene poder de mercado.** Un ejemplo podría ser el del sector de las telecomunicaciones o el de la energía, en el cual unas pocas empresas saben que se van a repartir el mercado entre sí porque **el gobierno impide la entrada de nuevas empresas,** pero a cambio **tampoco pueden abandonar el mercado** cuando les plazca, dado que son actividades consideradas servicio público. Por tanto, a pesar de estas rigideces, son empresas precio-aceptantes que se comportarán como tales.

A la hora de resolver este tipo de problemas seguiremos un proceso concreto y minucioso que detallamos en el siguiente ejercicio.

EJERCICIO 5. La industria competitiva con barreras a la entrada y salida

En una industria competitiva con barreras a la entrada y salida de empresas, existen 20 empresas idénticas, todas ellas con la función de costes $c = 2x^2 + 4x + 3$. Teniendo en cuenta que la función de demanda de los consumidores es $x^D = 100 - 5p$:

a) Calcule el equilibrio de dicho mercado y el beneficio de cada empresa.
b) Si el gobierno permitiese la entrada de una nueva empresa en dicho mercado, con una función de costes $c = 6x$, ¿cuál sería el nuevo equilibrio?

SOLUCIÓN

a) Para resolver este problema vamos a realizar tres pasos. En el primero hallaremos la oferta individual de cada una de las empresas. En el segundo

© Ediciones Pirámide

agregaremos esas ofertas individuales para obtener una oferta representativa de todo el mercado. Y, para terminar, obtendremos el equilibrio.

1. *Ofertas individuales*

Para este paso aplicaremos la condición de máximo beneficio ($p = CMa$) y despejaremos la cantidad producida:

$$p = CMa \;\rightarrow\; p = 4x + 4 \;\rightarrow\; p - 4 = 4x \;\rightarrow\; x_i^S = \frac{p-4}{4}$$

2. *Oferta agregada*

Ahora sumaremos las ofertas individuales de cada una de las empresas mediante un sumatorio. Como todas las 20 empresas son iguales, podemos sencillamente multiplicar por ese número:

$$x^S = \sum_{i=1}^{N} x_i^S = \sum_{i=1}^{20} \frac{p-4}{4} = 20 \cdot \left(\frac{p-4}{4}\right) = 5 \cdot (p-4) = 5p - 20$$

3. *El equilibrio*

Como viene siendo habitual en economía, el equilibrio de un mercado se obtiene cuando la oferta y la demanda se igualan:

$$x^S = x^D \;\rightarrow\; 5p - 20 = 100 - 5p \;\rightarrow\; 10p = 120 \;\rightarrow\; p = 12$$

La demanda nos dirá el número de unidades del bien que los consumidores desean comprar:

$$x^D = 100 - 5p = 10 - 5 \cdot 12 = 40$$

La oferta, que tiene que coincidir con la demanda, nos dirá cuánto van a producir en conjunto las empresas:

$$x^S = 5p - 20 = 5 \cdot 12 - 20 = 40$$

© Ediciones Pirámide

La oferta individual nos dará la producción de cada empresa individual:

$$x_i^S = \frac{p - 4}{4} = \frac{12 - 4}{4} = 2$$

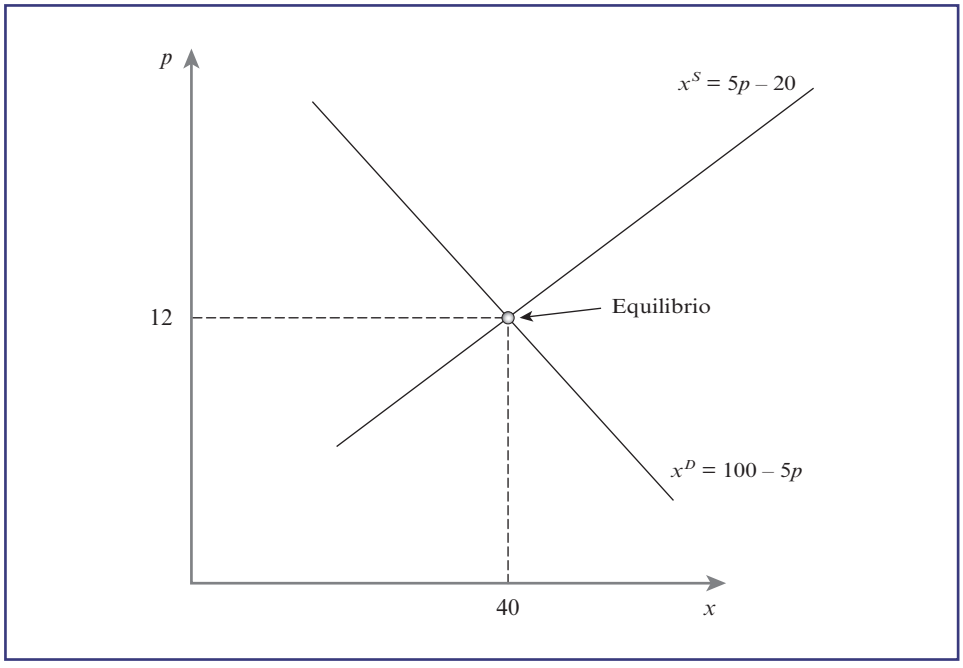
Efectivamente, como hay 20 empresas y cada una produce $x_i^S = 2$, la oferta total es:

$$x^S = 20 \cdot x_i^S = 20 \cdot 2 = 40$$

El beneficio de cada empresa, calculado como ingresos menos gastos, será:

$$B_i = I_i - C_i = p \cdot x_i - (2x_i^2 + 4x_i + 3) = 12 \cdot 2 - (2 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 3) = 5$$

Para representar el equilibrio del mercado situaremos el precio de venta en el eje vertical y la cantidad intercambiada en el eje horizontal. Las curvas (en ese caso, rectas) son las agregadas, su punto de corte (Oferta = Demanda, $x^S = x^D$) nos da el precio y la cantidad intercambiada en el equilibrio.



© Ediciones Pirámide

b) Ahora debemos realizar de nuevo los tres pasos del apartado anterior, pero atendiendo a una nueva empresa distinta a las demás:

1. *Curvas de oferta individuales*

Si llamamos empresas de tipo 1 a las del apartado anterior, y de tipo 2 a la nueva empresa, tendremos:

— Empresas de tipo 1:

$$p = CMa_1 \;\rightarrow\; p = 4x_1 + 4 \;\rightarrow\; p - 4 = 4x_1 \;\rightarrow\; x_1^S = \frac{p-4}{4}$$

— Empresas de tipo 2:

$$p = CMa_2 \;\rightarrow\; p = 6$$

Este es un caso especial en el que no es posible despejar x para obtener su curva de oferta. Simplemente diremos que esta empresa está dispuesta a producir cualquier cantidad a ese precio. Tenemos, por tanto, las siguientes curvas de oferta individual:

$$x_1^S = \begin{cases} 0, & p \leqslant 4 \\ \dfrac{p-4}{4}, & p > 4 \end{cases}$$

$$x_2^S = \begin{cases} 0, & p < 6 \\ (0, \infty), & p = 6 \end{cases}$$

Obsérvese que, en la primera oferta individual, el precio debe ser al menos igual a 4 para que el numerador no resulte negativo. Si el precio fuera menor o igual que 4, sencillamente diríamos que las empresas de tipo 1 no producen nada y cierran. Con la empresa de tipo 2 ocurre algo similar: solo produce para un precio igual a 6 y, si este fuera menor, no produciría nada, esto es, cerraría.

2. *Curva de oferta agregada*

En este caso la curva de oferta tendrá dos tramos diferenciados, uno si el precio es menor que 6, para el cual solo producirán las empresas de tipo 1, y un segundo tramo si el precio es 6, para el cual todas las empresas producen.

© Ediciones Pirámide

Nótese que al haber 20 empresas de tipo 1, la oferta agregada de estas quedará:

$$x_i^S = \sum_{i=1}^{20} x_i^S = 20 \cdot \left(\frac{p-4}{4} \right) = 5 \cdot (p-4) = 5p - 20$$

Y que si el precio fuese 6, quedaría:

$$x_i^S = 5p - 20 = 5 \cdot 6 - 20 = 10$$

Así pues, la oferta agregada quedará:

$$x^S = \begin{cases} 5p - 20, & p < 6 \\ (10, \infty), & p = 6 \end{cases}$$

3. *Equilibrio*

Resolvemos con el principio de oferta igual a demanda, pero la duda surge porque no sabemos en qué tramo se encontrará dicho equilibrio. Si el precio fuese menor que 6, el equilibrio sería:

$$x^S = x^D \;\rightarrow\; 5p - 20 = 100 - 5p \;\rightarrow\; 10p = 120 \;\rightarrow\; p = 12$$

lo cual no tiene sentido partiendo de la premisa de que el precio es menor que 6, por lo que el equilibrio no se sitúa en el primer tramo, sino en el segundo.

Si el precio es igual a 6, la oferta de las empresas de tipo 1 será 10, como hemos calculado previamente. Para este precio, la empresa de tipo 2 está dispuesta a producir cualquier cantidad, por lo que cubrirá la demanda, que es:

$$x^D = 100 - 5p = 100 - 5 \cdot 6 = 70$$

es decir:

$$x_1^S = 10$$

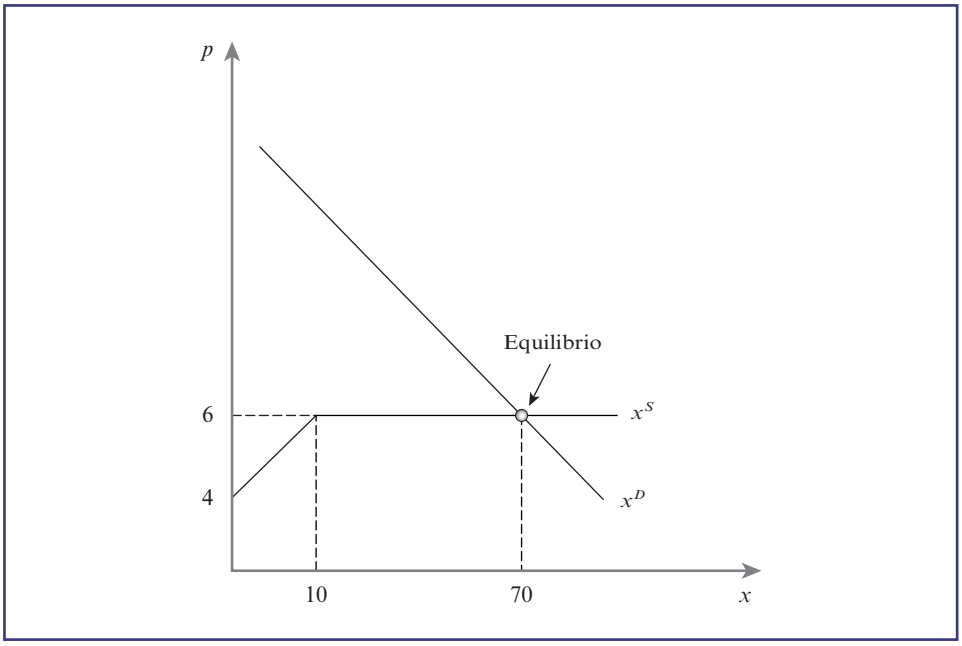
Las unidades que faltan para cubrir la demanda:

$$x_2^S = 60$$

Y la cantidad demandada es:

$$x^D = 70$$

© Ediciones Pirámide



10.6. LA INDUSTRIA COMPETITIVA SIN BARRERAS A LA ENTRADA Y SALIDA

La estructura más habitual de un mercado competitivo es el de la industria sin barreras, a la cual suele llegarse a largo plazo. En ella **las empresas pueden entrar y salir libremente** del mercado, cosa que ocurrirá dependiendo de los beneficios que estén obteniendo, de manera que a priori no conoceremos el número de oferentes establecidos. Por ejemplo, **si en una industria las empresas están obteniendo beneficios, este incentivo provocará la entrada de nuevas empresas** hasta que dichos beneficios desaparezcan, debido al incremento de la competencia. Por otro lado, **si existen pérdidas, algunas empresas se verán obligadas a cerrar** hasta que dichas pérdidas desaparezcan, debido a la reducción de la competencia.

Así pues, **el equilibrio de la industria competitiva sin barreras a la entrada y salida de empresas se alcanza cuando el beneficio se hace cero,** porque en ese punto **las empresas no tienen incentivos ni a entrar ni a salir del mercado.** Como ya sabemos, el punto de beneficio nulo se alcanza cuando el coste medio se hace mínimo, y ese punto se conoce como óptimo de explotación:

$$p = \text{mín } CMe$$

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 6. La industria competitiva sin barreras a la entrada y salida

En un determinado mercado, con función de demanda $x^D = 100 - 2p$, existe un número de empresas indeterminado, todas ellas con la función de costes $c = x^3 - 10x^2 + 40x$.

a) Calcule el número de empresas que operarán en dicho mercado, así como el precio y la cantidad intercambiada en el equilibrio.
b) ¿Qué pasaría si un nuevo grupo de empresas entra en el mercado con una nueva tecnología que les permite producir con la función de costes $c = x^3 - 6x^2 + 18x$?
c) ¿Qué pasaría si se introdujese un impuesto sobre la producción de 2 unidades monetarias por cada unidad producida?

SOLUCIÓN

a) Este problema lo vamos a resolver en seis pasos:

1. *Calculamos el coste medio*

$$CMe = \frac{c}{x} = \frac{x^3 - 10x^2 + 40x}{x} = x^2 - 10x + 40$$

2. *Minimizamos el coste medio*

$$\text{mín}\, CMe \;\rightarrow\; \frac{dCMe}{dx} = 0 \;\rightarrow\; 2x - 10 = 0 \;\rightarrow\; 2x = 10 \;\rightarrow\; x_i^S = 5$$

obtenemos la cantidad de unidades de producto que ofrecerá individualmente cada empresa.

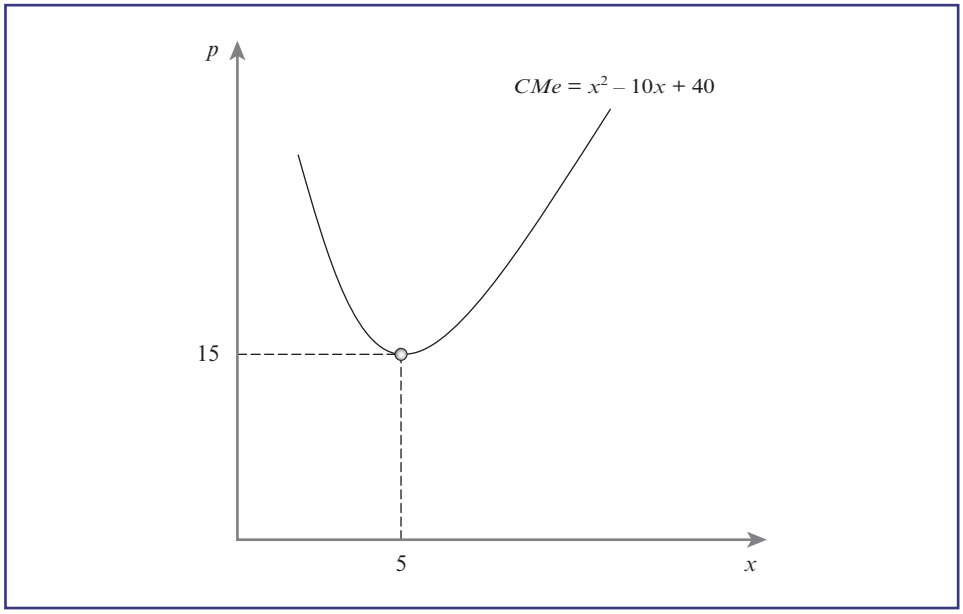
3. *Hallamos el precio*

Como sabemos, el precio se corresponde con el mínimo de coste medio, por lo que debemos sustituir $x = 5$ en el coste medio para saber su valor mínimo.

$$CMe(x = 5) = x^2 - 10x + 40 = 5^2 - 10 \cdot 5 + 40 = 15 \;\rightarrow\; p = 15$$

© Ediciones Pirámide

En el gráfico adjunto podemos ver que el coste medio alcanza su mínimo para un nivel de producción 5, pero su valor mínimo y, por tanto, el precio se observa en el eje vertical y es 15.



4. *Calculamos la demanda*

Sencillamente, sustituyendo el precio obtenido en la función de demanda.

$$x^D = 100 - 2p = 100 - 2 \cdot 15 = 70$$

5. *Calculamos la oferta agregada*

Como sabemos que en el equilibrio de todo mercado oferta y demanda deben coincidir y sabemos que la demanda es de 70 unidades, la oferta total también tiene que ser 70.

$$x^S = 70$$

6. *Hallamos el número de empresas del mercado*

Se puede decir fácilmente que, si en total hay que producir 70 unidades de producto y cada empresa produce individualmente 5 unidades ($x_i^S = 5$), el nú-

© Ediciones Pirámide

mero de empresas (N) tiene que ser 14. Sin embargo, tenemos una fórmula para calcular dicha cifra:

$$N = \frac{x^S}{x_i^S} = \frac{70}{5} = 14$$

b) Ahora deberíamos repetir los cálculos del apartado anterior para este nuevo grupo de empresas.

1. $CMe = \dfrac{c}{x} = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 18x}{x} = x^2 - 6x + 18$

2. $\text{mín}\, CMe \;\rightarrow\; \dfrac{dCMe}{dx} = 0 \;\rightarrow\; 2x - 6 = 0 \;\rightarrow\; 2x = 6 \;\rightarrow\; x_i^S = 3$

3. $CMe(x = 3) = x^2 - 6x + 18 = 3^2 - 6 \cdot 3 + 18 = 9 \;\rightarrow\; p = 9$

Este resultado implica que este nuevo grupo de empresas predominará en este mercado, dado que vende a un precio menor, y las empresas del apartado anterior cerrarían porque no pueden competir con ese nuevo precio de mercado. Por tanto, los pasos finales los realizaremos suponiendo que solo existe este nuevo grupo de empresas.

4. $x^D = 100 - 2p = 100 - 2 \cdot 9 = 82$

5. $x^S = x^D \;\rightarrow\; x^S = 82$

6. $N = \dfrac{x^S}{x_i^S} = \dfrac{82}{3} = 27,\widehat{3}$ empresas

c) Si el gobierno introduce un impuesto de 2 unidades monetarias por cada unidad producida, debemos obtener una nueva función de costes de las empresas que hay en el mercado. Será igual que la función de costes que conocíamos, pero con el impuesto por unidad producida sumando (si fuese una subvención, aparecería restando en la función de costes).

— Nueva función de costes:

$$C = x^3 - 6x^2 + 18x \quad \underbrace{+2x}_{\text{Impuesto}} \quad \rightarrow\; C = x^3 - 6x^2 + 20x$$

© Ediciones Pirámide

Y a continuación debemos calcular de nuevo los seis pasos para obtener el nuevo equilibrio:

1. $CMe = \dfrac{c}{x} = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 20x}{x} = x^2 - 6x + 20$

2. $\text{mín}\, CMe \;\rightarrow\; \dfrac{dCMe}{dx} = 0 \;\rightarrow\; 2x - 6 = 0 \;\rightarrow\; 2x = 6 \;\rightarrow\; x_i^S = 3$

Es importante recalcar aquí que la oferta individual (x_i^S) de cada empresa de una industria competitiva sin barreras no se ve afectada por la introducción de impuestos y subvenciones.

3. $CMe(x = 3) = x^2 - 6x + 20 = 3^2 - 6 \cdot 3 + 20 = 11 \;\rightarrow\; p = 11$

El precio subirá siempre en la cuantía del impuesto, en este caso en 2 unidades monetarias. Si hubiese sido una subvención, el precio se habría reducido en la cuantía de dicha subvención.

4. $x^D = 100 - 2p = 100 - 2 \cdot 11 = 78$

La demanda siempre bajará con la introducción de impuestos. Subirá con subvenciones, aunque la cuantía dependerá de cada caso.

5. $x^S = x^D \;\rightarrow\; x^S = 78$

Con la oferta pasará lo mismo que con la demanda.

6. $N = \dfrac{x^S}{x_i^S} = \dfrac{78}{3} = 26$ empresas

Siempre bajará con los impuestos y subirá con las subvenciones.

© Ediciones Pirámide

11 El monopolio

11.1. INTRODUCCIÓN

Un monopolio es una empresa u organismo que tiene **poder de mercado,** es decir, **capacidad para fijar el precio** que ella desee, dado que no tiene competencia, pues no existen otras empresas u organismos. Como veremos en los distintos ejemplos que componen este capítulo, el monopolio no es deseable para la sociedad, ya que esta se encuentra en una situación de **bienestar social inferior a la de otros tipos de mercados.** Por ello las autoridades económicas velan por la competencia en la mayoría de sectores, evitando los contextos monopolísticos. Precisamente el poder de mercado es una de las características principales que definen una empresa monopolista, que consiste en que el productor puede elegir el precio que más le convenga, con las únicas limitaciones de la demanda y de la tecnología de que dispone.

Como cualquier otro tipo de empresa, el monopolio trata de **maximizar beneficios,** como la diferencia entre sus ingresos y costes ($B = I - C$), idea de la que obtendremos su ecuación de equilibrio. Para maximizar una función de beneficio, simplemente tendremos que derivarla e igualarla a cero:

$$\text{máx } B = I - C \;\rightarrow\; \frac{dB}{dx} = 0$$

En microeconomía, habitualmente utilizamos la expresión «marginal» para referirnos al concepto de derivada, por lo que llamaremos ingreso marginal (*IMa*) a la derivada del ingreso y llamaremos coste marginal (*CMa*) a la derivada de los costes. Por tanto, la derivada del beneficio igualada a cero quedará:

$$IMa - CMa = 0$$

© Ediciones Pirámide

Y despejando esta expresión nos queda la fórmula de equilibrio del monopolio, que nos dará el punto de máximo beneficio, como veremos más adelante en diversos ejemplos:

$$IMa = CMa$$

EJERCICIO 1. El monopolio básico

Una empresa, que opera en régimen de monopolio, que se enfrenta a una demanda de mercado $x^D = 600 - p$, posee una función de costes $c = 2x^2$.

a) Calcule el precio, la cantidad y el beneficio de equilibrio.
b) Represente gráficamente el resultado del apartado anterior.

SOLUCIÓN

a) El monopolio, como cualquier otra empresa, tratará de maximizar su beneficio, para lo cual aplicará su condición de equilibrio:

$$IMa = CMa$$

A continuación procederemos a calcular el coste marginal y el ingreso marginal por separado.

— El coste marginal es la derivada de la función de costes:

$$CMa = \frac{dC}{dx} = 4x$$

— El *IMa* requiere calcular en primer lugar el ingreso, como precio por cantidad: $I = p \cdot x$, pero el monopolio fija el precio en función de la demanda, por lo que tenemos que sustituir la demanda dentro del ingreso. Aunque antes necesitamos obtener la demanda inversa, que es la demanda con el precio despejado a la izquierda del igual:

$$x^D = 600 - p \;\rightarrow\; p = 600 - x$$

© Ediciones Pirámide

Retomando la expresión del ingreso ($I = p \cdot x$), y sustituyendo en ella la demanda, tenemos:

$$I = (600 - x)x = 600x - x^2$$

— El ingreso marginal será la derivada del ingreso:

$$IMa = \frac{dI}{dx} = 600 - 2x$$

Ya podemos aplicar la condición de equilibrio:

$$IMa = CMa \;\rightarrow\; 600 - 2x = 4x \;\rightarrow\; 600 = 6x \;\rightarrow\; x = 100$$

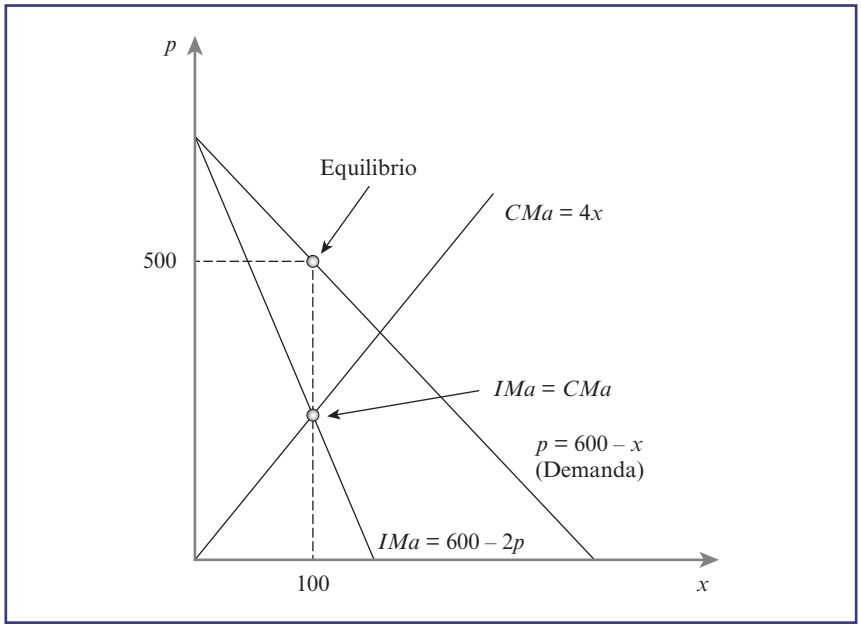
Este resultado indica que el monopolio maximiza el beneficio produciendo 100 unidades del bien. Para calcular el precio sustituiremos este resultado en la demanda:

$$p = 600 - x = 600 - 100 = 500$$

El beneficio se calcula como la diferencia entre ingresos y costes, siendo los ingresos el precio por la cantidad, y los costes, su función de costes:

$$B = I - C = p \cdot x - 2x^2 = 500 \cdot 100 - 2(100)^2 = 30.000$$

b)



© Ediciones Pirámide

El gráfico tendrá siempre tres curvas (habitualmente rectas), que son coste marginal, ingreso marginal y demanda.

Obsérvese que el precio de equilibrio no se encuentra donde el ingreso marginal y el coste marginal se cortan (ese punto nos da solo la cantidad), sino justo encima, en la vertical, sobre la curva de demanda.

11.2. EL MONOPOLIO Y LA ELASTICIDAD

En este punto vamos a demostrar la relación que existe entre la solución de equilibrio del monopolio y la elasticidad-precio de la demanda. Para ello debemos observar primero las empresas competitivas, que poseen una curva de oferta que nos indica el número de unidades de un bien que deben fabricar para maximizar su beneficio en función de la demanda de los consumidores, mientras que **los monopolios no poseen curva de oferta,** ya que lo que hacen es situar su punto de equilibrio sobre la propia curva de demanda. Una de las principales peculiaridades de esta situación es que dicho punto de máximo beneficio **se situará siempre sobre el tramo elástico de la demanda,** es decir, donde el valor absoluto de la elasticidad sea estrictamente mayor que uno.

Existe una relación directa entre el equilibrio del monopolio y el valor de la elasticidad de la demanda, que proviene de la propia condición de máximo beneficio y que vamos a demostrar en las próximas líneas. Como ya hemos comentado previamente, el monopolio puede fijar el precio que desee, es decir, para él el precio de venta es una variable de decisión, que elige en función de la demanda. Podemos obtener una condición de equilibrio en función de la elasticidad si en lugar de escribir el ingreso marginal (*IMa*) al derivar la función de beneficio desarrollamos la expresión de la siguiente manera:

$$B = I - C \;\rightarrow\; B = px - C$$

Como hemos dicho, el precio depende de la producción, al igual que la función de costes. Tenemos que hacer por tanto la derivada de un producto ($p \cdot x$) menos la derivada de la función de costes, por lo que al maximizar tenemos:

$$\text{máx } B \;\rightarrow\; \frac{dB}{dx} = 0 \;\rightarrow\; \frac{dp}{dx}x + p - CMa = 0$$

Recordemos que la derivada de un producto es la derivada del primer término por el segundo sin derivar [$(dp/dx)x$], más el primero sin derivar por la derivada del segundo (p). Ahora pasamos el coste marginal sumando a la derecha del igual:

© Ediciones Pirámide

$$\frac{dp}{dx}x + p = CMa$$

Podemos multiplicar y dividir por el precio el término de la izquierda, puesto que es lo mismo que multiplicar por uno, de manera que nos queda lo siguiente:

$$\frac{dp}{dx}x\frac{p}{p} + p = CMa$$

Por otro lado, la elasticidad-precio de la demanda se puede calcular con la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \frac{dx}{dp}\frac{p}{x}$$

Se trata de una parte de la expresión que hemos obtenido, pero a la inversa ($1/\varepsilon$), esto es, cambiando numeradores por denominadores. Si sustituimos la elasticidad en la derivada que obtuvimos en el paso previo, nos queda lo siguiente:

$$\frac{1}{\varepsilon}p + p = CMa$$

Por fin, para terminar, sacamos factor común el precio para obtener la fórmula que buscábamos con esta demostración.

$$p\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) = CMa$$

Además, dado que la elasticidad precio de la demanda siempre es negativa, se suele cambiar el signo de la suma y poner la elasticidad en valor absoluto en la fórmula, de modo que la expresión más habitual es la que tenemos a continuación:

$$p\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) = CMa$$

© Ediciones Pirámide

Para concluir, cabe destacar un resultado. Mediante la expresión anteriormente mencionada podremos comprobar que **cuanto mayor sea la elasticidad de la demanda, menor será el precio que pagará el consumidor** y viceversa.

EJERCICIO 2. El monopolio básico y la elasticidad

Suponga un monopolio con una función de costes $c = 5x$ que se enfrenta a una demanda con elasticidad-precio en valor absoluto igual a 2.

a) Calcule el precio de equilibrio.
b) ¿Cómo cambiaría el precio anteriormente calculado si la elasticidad aumentase a 4?

Solución

a) Si no conocemos la expresión de la función de demanda del mercado pero sí conocemos su elasticidad, podemos utilizar esta condición de equilibrio para resolver el problema:

$$p\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) = CMa$$

La parte izquierda del igual es equivalente al ingreso marginal pero expresado en función de la elasticidad.

Sustituyendo los datos que tenemos nos queda lo siguiente:

$$p\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 5 \;\rightarrow\; p \cdot \frac{1}{2} = 5 \;\rightarrow\; p = 10$$

b) Como sabemos, existe una relación inversa entre elasticidad y precio, de modo que un incremento de la elasticidad reducirá el precio de venta. Podemos comprobarlo simplemente aplicando la condición de máximo beneficio que ya aplicamos en el apartado anterior:

$$p\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = CMa \;\rightarrow\; p\left(1 - \frac{1}{4}\right) = 5 \;\rightarrow\; p \cdot \frac{3}{4} = 5 \;\rightarrow\; p = \frac{20}{3} = 6,\widehat{6}$$

© Ediciones Pirámide

11.3. EL MONOPOLIO *VERSUS* COMPETENCIA PERFECTA

Las situaciones de monopolio no son deseables en general para los mercados, ya que **provocan una pérdida irrecuperable de bienestar** si las comparamos con las situaciones de competencia perfecta. Concretamente podremos observar que **el excedente total de la sociedad será menor.** Aunque el excedente del productor será mayor en la solución de monopolio, el del consumidor será mucho menor que en competencia, de modo que el total, que es la suma de ambos, será menor.

Además, como vamos a comprobar a continuación, **una empresa monopolista produce siempre una cantidad menor y a mayor precio** que la competencia perfecta.

EJERCICIO 3. Monopolio *versus* competencia

Supongamos un mercado en el que opera una única empresa que se enfrenta a una demanda $x^D = 1.000 - 2p$. Esta empresa posee una función de costes con la siguiente expresión: $c = 50x$.

a) Calcule la solución de equilibrio si esta empresa se comporta como un monopolio.
b) Calcule la solución de equilibrio si esta empresa se comporta como una empresa competitiva o, lo que es lo mismo, precio-aceptante.
c) Calcule la pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por la situación de monopolio en este mercado.

SOLUCIÓN

a) La condición de máximo beneficio de monopolio es:

$$IMa = CMa$$

Así que vamos a proceder calculando el coste marginal y el ingreso marginal en primer lugar.

$$CMa = \frac{dC}{dx} = 50$$

© Ediciones Pirámide

Para calcular el ingreso ($I = p \cdot x$), como en otras ocasiones, debemos recordar que hay que sustituir la demanda inversa en el precio. Así que tomamos la demanda y la despejamos:

$$x^D = 1.000 - 2p \;\rightarrow\; 2p = 1.000 - x \;\rightarrow\; p = 500 - \frac{1}{2}x$$

Ahora la sustituimos en el ingreso y tenemos:

$$I = \left(500 - \frac{1}{2}x\right)x = 500x - \frac{1}{2}x^2$$

Por último, el ingreso marginal es la derivada del ingreso:

$$IMa = \frac{dI}{dx} = 500 - x$$

Ya podemos aplicar la fórmula:

$$IMa = CMa \;\rightarrow\; 500 - x = 50 \;\rightarrow\; x = 450$$

que es la cantidad que debe producir el monopolio para maximizar su beneficio.

Para calcular el precio sustituimos la cantidad en la demanda:

$$p = 500 - \frac{1}{2}x = 500 - \frac{1}{2} \cdot 450 = 275$$

Para calcular una solución completa, calcularemos los beneficios, además del precio y de la cantidad:

$$B = I - C = p \cdot x - 50x = 275 \cdot 450 - 50 \cdot 450 = 50.625$$

b) La condición de máximo beneficio de la empresa competitiva es:

$$p = CMa$$

Ya tenemos calculado el precio, que es la curva inversa de demanda, y también el coste marginal, así que podemos sustituir:

$$p = CMa \;\rightarrow\; 500 - \frac{1}{2}x = 50 \;\rightarrow\; 450 = \frac{1}{2}x \;\rightarrow\; x = 900$$

© Ediciones Pirámide

Ahora calcularemos el precio:

$$p = 500 - \frac{1}{2}x = 500 - \frac{1}{2} \cdot 900 = 50$$

Y para terminar, el beneficio:

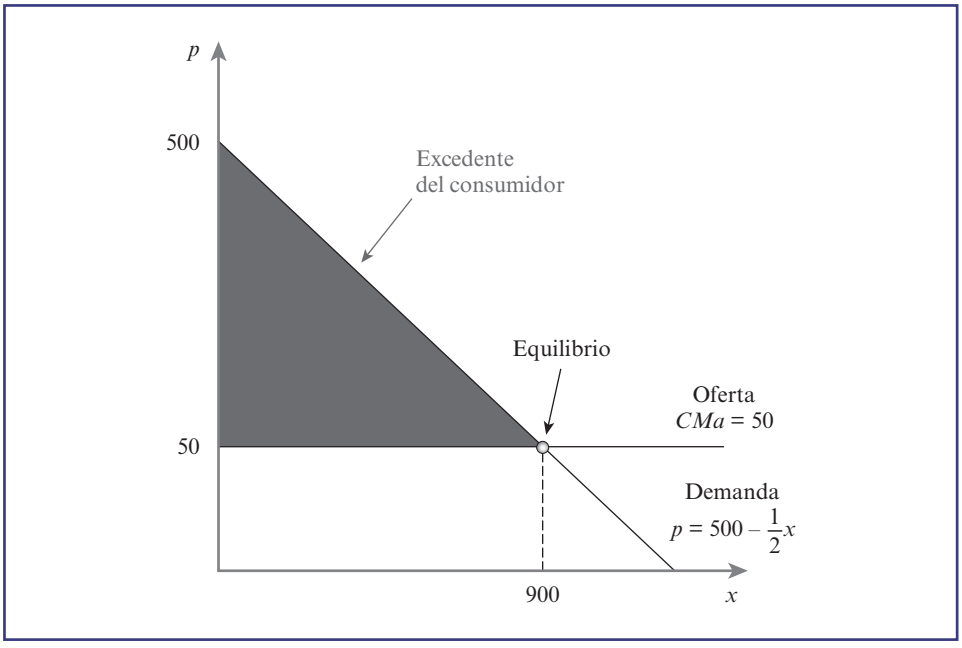
$$B = I - C = p \cdot x - 50x = 50 \cdot 900 - 50 \cdot 900 = 0$$

Es destacable un resultado que se comprueba siempre. La empresa monopilista siempre vende más caro y menos cantidad y obtiene mayor beneficio que la empresa de la competencia perfecta.

Evidentemente, no parece una situación deseable para la sociedad, pero la verdadera demostración de ello la haremos con el cálculo de los excedentes y la pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el monopolio.

Por ello, en el siguiente apartado tendremos las correspondientes presentaciones gráficas.

c) Competencia:



El excedente del consumidor es el área del triángulo que queda por debajo de la demanda y por encima del precio.

© Ediciones Pirámide

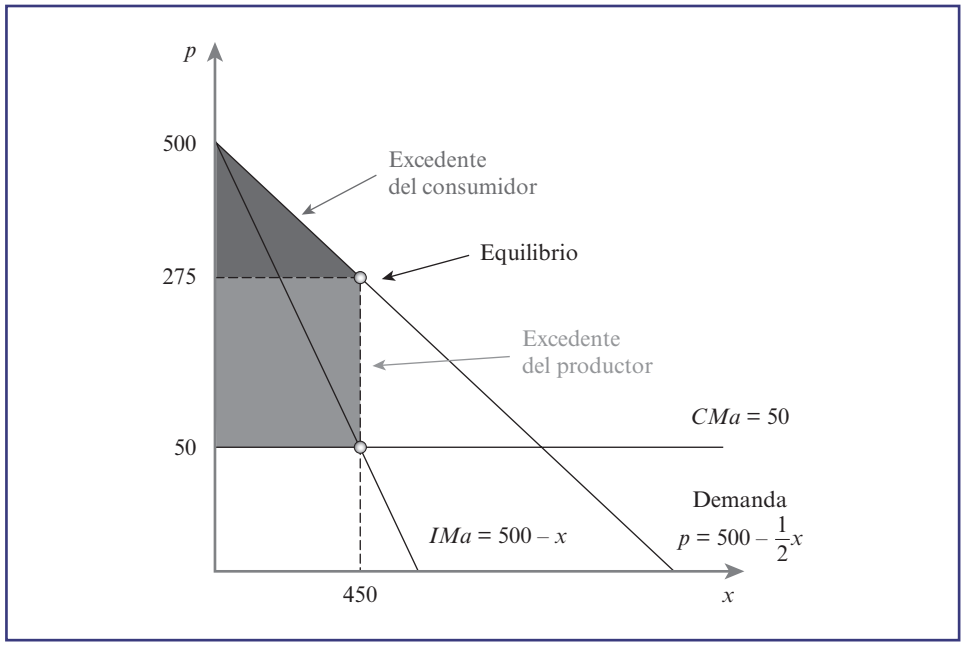
$$\text{Excedente del consumidor} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{900 \cdot 450}{2} = 202.500$$

El excedente del productor sería el área que queda por debajo del precio y por encima del coste marginal. En este caso dicha área es inexistente.

Alternativamente, el excedente del productor se puede calcular como la suma de los beneficios y los costes fijos, que también es cero.

$$\text{Excedente total o social} = 202 \cdot 500 + 0 = 202.500$$

Monopolio:



Análogamente a competencia:

$$\text{Excedente del consumidor} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{450 \cdot 225}{2} = 50.625$$

$$\text{Excedente del productor} = B + CF = 101.250$$

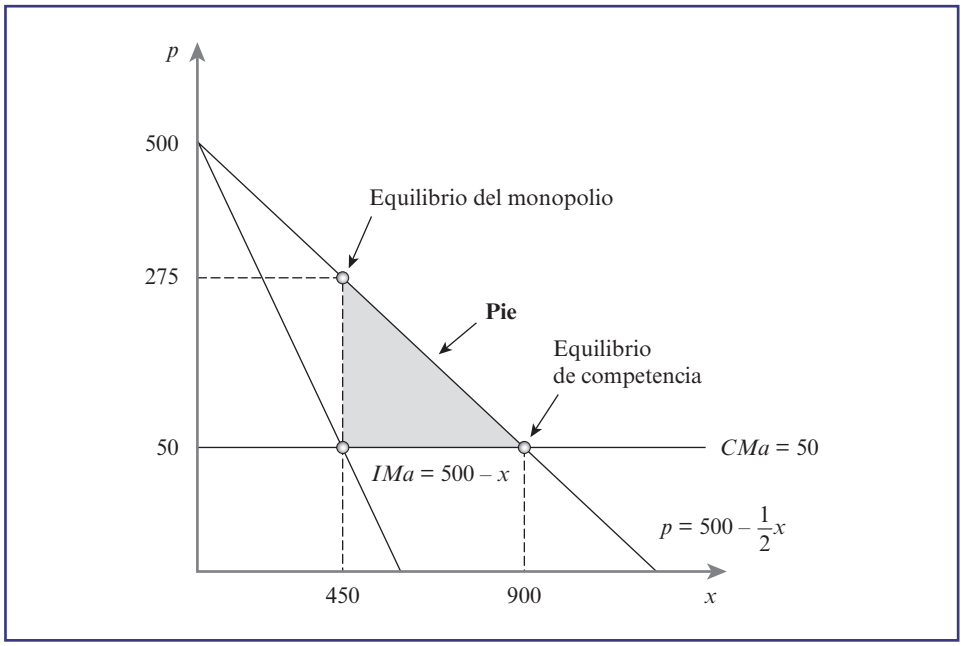
$$\text{Excedente total o social} = 50.625 + 101.250 = 151.875$$

© Ediciones Pirámide

Como vemos, se ha producido una pérdida de bienestar en la sociedad, es decir, una pérdida irrecuperable de eficiencia (*PIE*) que podemos calcular como la diferencia entre ambos excedentes sociales:

$$PIE = 202.500 - 151.875 = 50.625$$

Para una mejor comprensión, vamos a representar en un mismo gráfico los dos equilibrios y vamos a identificar el área de excedente que se pierde si comparamos monopolio con competencia:



El área marcada en el gráfico, que se corresponde con la pérdida irrecuperable de eficiencia, forma parte del excedente social de la competencia, pero que en monopolio no existe, se pierde.

11.4. MONOPOLIO DISCRIMINADOR DE PRECIOS DE PRIMER GRADO

La ausencia de competencia confiere al monopolio un poder especial a la hora de fijar el precio de venta, hasta el punto de que **es posible que decida cobrar precios distintos a cada consumidor.** Este es el caso del monopolio discrimi-

© Ediciones Pirámide

nador. Algunos ejemplos cotidianos podrían ser los descuentos para estudiantes en las entradas de cine o el precio especial del abono transporte para jubilados.

En este primer tipo de discriminación vamos a estudiar el también conocido como monopolio de discriminación perfecta, llamado así porque su solución no es indeseable para la sociedad, como la de otros monopolios, sino que **su excedente social o total coincide con el competitivo.**

La teoría que subyace a este curioso caso se basa en la idea **de cobrar a cada individuo lo máximo que esté dispuesto a pagar,** de modo que todo **el excedente lo obtiene el productor y el del consumidor es cero.** Un ejemplo de esta situación podría ser el de un evento benéfico en el que cada asistente tiene libertad para pagar el precio que debe por la entrada en función de su disposición. Por tanto, aunque sobre el papel puede parecer un tipo de comportamiento de mercado posible, en la práctica es inviable, dado que los consumidores siempre tendrán incentivos a mentir para pagar un precio menor.

Su solución de equilibrio (o de máximo beneficio) es la misma que obtuvimos para competencia perfecta. La empresa no querrá vender el producto por debajo de su coste de fabricación, esto es, el coste marginal. Así que el precio más bajo que estará dispuesto a cobrar será dicho precio. Los individuos que no estén dispuestos a pagarlo no podrán acceder al bien, mientras que el resto de individuos pagará un precio mayor o igual al coste marginal en función de su disposición a pagar.

$$p = CMa$$

EJERCICIO 4. Monopolio discriminador de precios de primer grado

Suponga un mercado dominado por una única empresa con función de costes $c = x^2 + 8$. Se enfrenta a una curva de demanda $p = 50 - (1/2)x$. El monopolista decide realizar una discriminación perfecta de precios.

a) ¿Cuál será el precio más bajo que la empresa aceptará por su producto? ¿Y el más alto?
b) ¿Cuál es el excedente del consumidor? ¿y del productor?

Solución

a) Este monopolio discriminador también es conocido como de discriminación perfecta, porque su condición de equilibrio es la misma que la de competencia perfecta:

© Ediciones Pirámide

$$p = CMa$$

Para calcular su solución de máximo beneficio simplemente deberemos sustituir la demanda del mercado en el precio y la derivada de la función de costes en el coste marginal:

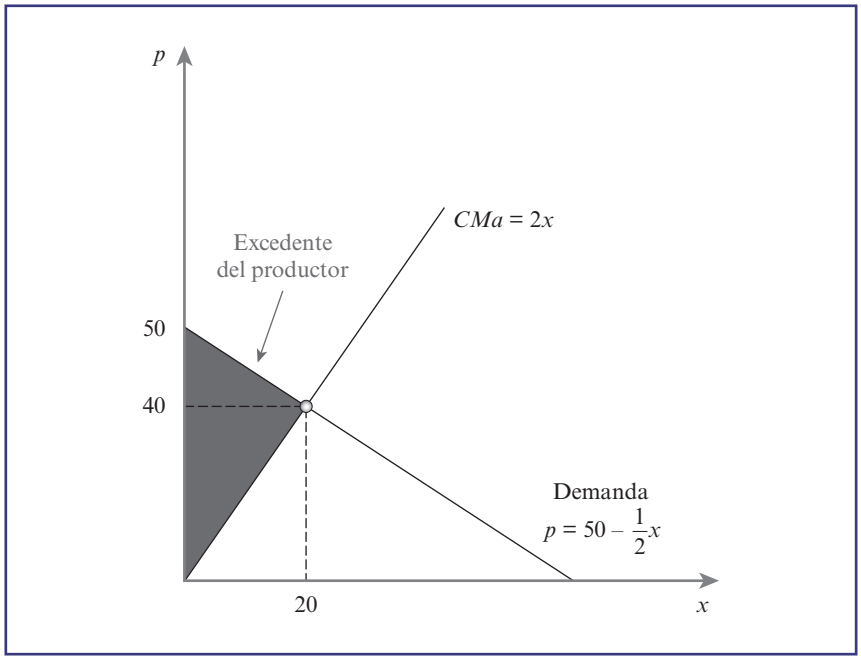
$$p = CMa \;\rightarrow\; 50 - \frac{1}{2}x = 2x \;\rightarrow\; 100 - x = 4x \;\rightarrow\; 100 = 5x \;\rightarrow\; x = 20$$

Esta será la cantidad que el monopolio producirá. Para averiguar el precio de equilibrio bastará con sustituir la cantidad en la demanda:

$$p = 50 - \frac{1}{2}x = 50 - \frac{1}{2} \cdot 20 = 40$$

Debe quedar claro que el precio obtenido será el precio más barato que el monopolio discriminador de precios de primer grado aceptará, ya que cobra a cada consumidor lo máximo que esté dispuesto a pagar. Concretamente, el precio máximo se puede ver fácilmente en el gráfico como el punto de corte de la demanda con el eje vertical: $p = 50$.

b)



© Ediciones Pirámide

En este caso, el productor se queda con el excedente del consumidor, por lo que es cero. Así que el excedente del productor coincidirá con el total, de modo que será la suma del área de los dos triángulos marcados.

$$= \frac{b \cdot h}{2} = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100$$
$$= \frac{b \cdot h}{2} = \frac{20 \cdot 40}{2} = 400$$

Total = 500

11.5. MONOPOLIO DISCRIMINADOR DE PRECIOS DE TERCER GRADO

Para definir este tipo de discriminación primero debemos suponer que existen **grupos de consumidores distintos con demandas separables** (para simplificar, supondremos solo dos grupos de consumidores distintos), que no pueden revender el producto entre ellos. El productor **cobrará un precio distinto a cada demanda,** de modo que tendremos dos precios distintos, p_1 y p_2. Además, como ya sabemos, el grupo de consumidores **con mayor elasticidad pagará un precio menor y viceversa.**

La condición de máximo beneficio será la misma que la del monopolio básico, pero en lugar de existir una sola ecuación, tendremos dos ecuaciones, una para cada grupo de consumidores, de tal manera que habrá un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. La gran diferencia con otros ejemplos es que aparecerá un mismo coste marginal en las dos ecuaciones, pero dos ingresos marginales distintos, puesto que los ingresos que la empresa obtiene no son los mismos, sino que dependerá de a quién le venda el producto.

$$IMa_1 = CMa$$
$$IMa_2 = CMa$$

Hay multitud de ejemplos cotidianos en los que se realiza discriminación de precios de tercer grado, cobrando un precio distinto a diferentes tipos de personas por criterios variados, como por ejemplo entradas de cine con precio reducido para estudiantes, billetes de transporte público para jubilados, etc.

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 5. Monopolio discriminador de precios de tercer grado

En un mercado existen dos demandas separadas con las siguientes expresiones:

$$c = 20x$$
$$x_1^D = 100 - 2p_1$$
$$x_2^D = 120 - 2p_2$$

Por otro lado, existe una única empresa monopolista que puede realizar discriminación de precios entre ambas demandas.

a) Calcule los precios a los que venderá el producto en cada mercado, así como las cantidades producidas y los beneficios de la empresa.
b) Calcule los excedentes de los dos grupos de consumidores y del productor.

SOLUCIÓN

a) Este monopolio discriminador puede fijar precios distintos para cada grupo de consumidores. Para ello utiliza la siguiente condición de máximo beneficio:

$$IMa_1 = CMa$$
$$IMa_2 = CMa$$

Vamos a comenzar calculando el coste marginal:

$$CMa = \frac{dC}{dx} = 20$$

(si el coste marginal contuviese la variable x, habría que sustituirla por $x_1 + x_2$).

Ahora, como tenemos dos tipos de individuos distintos, contamos con dos ingresos distintos, uno para cada precio, así que calcularemos cada uno por separado. Primero obtendremos la función de ingreso, para posteriormente derivarla y hallar el ingreso marginal.

© Ediciones Pirámide

Grupo de consumidores 1

$I_1 = p_1 \cdot x_1$, en p_1 tenemos que sustituir la demanda del grupo 1. Pero antes hay que despejar p, obteniendo así la demanda inversa:

$$x_1^D = 100 - 2p_1 \;\rightarrow\; 2p_1 = 100 - x_1 \;\rightarrow\; p_1 = 50 - \frac{1}{2}x$$

La función de ingreso queda:

$$I_1 = \left(50 - \frac{1}{2}x_1\right) \cdot x_1 = 50x_1 - \frac{1}{2}x_1^2$$

Ahora derivamos para obtener el ingreso marginal:

$$IMa_1 = \frac{dI_1}{dx_1} = 50 - x_1$$

Grupo de consumidores 2

Repetimos el mismo proceso:

$I_2 = p_2 \cdot x_2$, la función de ingreso.

$$x_2^D = 120 - 2p_2$$

despejamos p_2 para obtener la demanda inversa:

$$2p_2 = 120 - x_2 \;\rightarrow\; p_2 = 60 - \frac{1}{2}x_2$$

Sustituimos y nos queda:

$$I_2 = \left(60 - \frac{1}{2}x_2\right) \cdot x_2 = 60x_2 - \frac{1}{2}x_2^2$$

© Ediciones Pirámide

Para terminar, derivamos para obtener el ingreso marginal:

$$IMa_2 = \frac{dI_2}{dx_2} = 60 - x_2$$

Ya podemos sustituir todo en la condición de equilibrio, que nos dará un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} IMa_1 = CMa \\ IMa_2 = CMa \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 50 - x_1 = 20 \\ 60 - x_2 = 20 \end{cases}$$

El sistema a veces es más complicado, en cuyo caso recomendaríamos resolverlo por igualación ($IMa_1 = IMa_2$). Sin embargo, en este caso es tan sencillo que se puede resolver cada ecuación por separado:

$$\begin{aligned} 50 - x_1 = 20 &\rightarrow x_1 = 30 \\ 60 - x_2 = 20 &\rightarrow x_2 = 40 \end{aligned}$$

Ya tenemos el número de unidades de producto que el monopolio venderá a cada grupo de consumidores. Pero para dar una respuesta completa, deberemos obtener también:

— La producción total:

$$x = x_1 + x_2 = 30 + 40 = 70$$

— El precio de venta, mediante la demanda:

$$p_1 = 50 - \frac{1}{2} x_1 = 50 - \frac{1}{2} \cdot 30 = 35$$

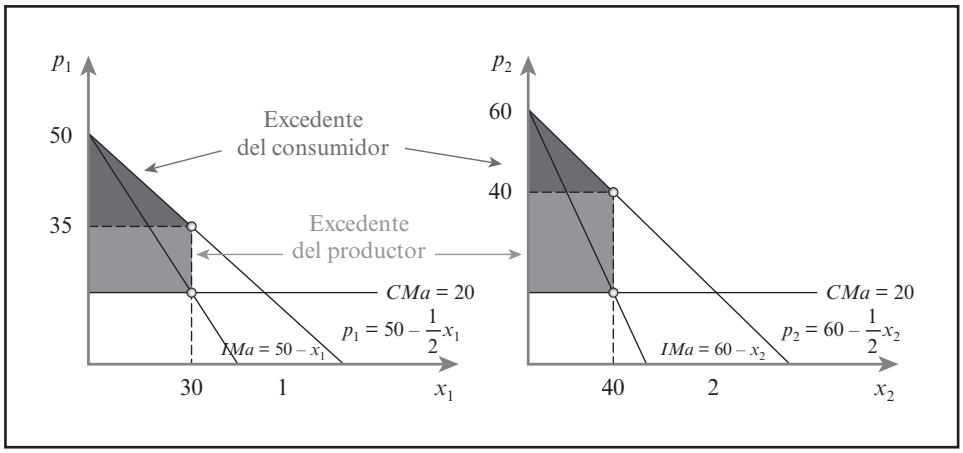
$$p_2 = 60 - \frac{1}{2} x_2 = 60 - \frac{1}{2} \cdot 40 = 40$$

— El beneficio de la empresa: $B = I - C$, pero este monopolio recibe dos ingresos distintos (I_1, I_2):

$$B = I_1 + I_2 - C = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 - 20x = 35 \cdot 30 + 40 \cdot 40 = 20 \cdot 70 = 1.250$$

© Ediciones Pirámide

b) Para representar gráficamente esta situación vamos a hacer dos gráficos separados, uno para cada grupo de consumidores. Cada gráfico tendrá siempre tres curvas, esto es, coste marginal, ingreso marginal y demanda.



El excedente del primer grupo de consumidores se corresponde con el área coloreada del gráfico de la izquierda, es decir, el área por debajo de la demanda y por encima del precio. Se puede calcular como el área de un triángulo:

$$\text{Excedente del consumidor 1} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{30 \cdot 15}{2} = 225$$

siendo b la base y h la altura del triángulo.

Para el segundo grupo podemos hacer lo mismo con el gráfico de la derecha:

$$\text{Excedente del consumidor 2} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{40 \cdot 20}{2} = 400$$

Por último, el excedente del productor se puede calcular simplemente como el beneficio más los costes fijos (que son cero en este ejercicio).

$$\text{Excedente del productor} = B + CF = 1.250 + 0 = 1.250$$

Y el excedente total, que es la suma de todos:

$$\text{Excedente total} = 250 + 400 + 1.250 = 1.875$$

© Ediciones Pirámide

11.6. MONOPOLIO DISCRIMINADOR DE PRECIOS DE TERCER GRADO Y LA ELASTICIDAD

Al igual que con el monopolio básico, **existe una relación entre el punto de equilibrio y la elasticidad-precio de la demanda.** El sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas del punto anterior se puede modificar tal como cambiamos en su momento el del monopolio básico para escribir el ingreso marginal como una función de la elasticidad (véase el punto 11.2). La gran diferencia es que este monopolio puede discriminar precios, por lo que en su expresión de máximo beneficio encontraremos **dos precios distintos y dos elasticidades distintas,** que se corresponderán con las de los distintos grupos de consumidores. Dicha expresión quedará de la siguiente manera:

$$p_1\left(1-\frac{1}{|\varepsilon_1|}\right)=CMa$$

$$p_2\left(1-\frac{1}{|\varepsilon_2|}\right)=CMa$$

La aplicación práctica no será muy distinta a la del punto anterior, pero a continuación tenemos un ejemplo que nos dará una idea más exacta del proceso de resolución del problema.

EJERCICIO 6. Monopolio discriminador de precios de tercer grado y la elasticidad

Supongamos que un monopolista puede realizar discriminación de precios de tercer grado entre dos demandas, pero de ellas solo conoce el valor absoluto de su elasticidad, que es 2 y 4 respectivamente.

a) ¿Podemos saber qué precio cobrará a cada grupo de individuos?
b) Si supiéramos que su función de costes es $c = 15x$, ¿cambiaría su respuesta?

SOLUCIÓN

a) Habitualmente para resolver este problema utilizaremos la siguiente condición de máximo beneficio:

© Ediciones Pirámide

$$IMa_1 = CMa$$
$$IMa_2 = CMa$$

Pero para usarla necesitaríamos conocer las funciones de demanda. Sin embargo, existe otra expresión equivalente a la anterior con las elasticidades:

$$p_1\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_1|}\right) = CMa$$

$$p_2\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_2|}\right) = CMa$$

Si sustituimos los datos conocidos tenemos:

$$\begin{cases} p_1\left(1 - \frac{1}{2}\right) = CMa \\ p_2\left(1 - \frac{1}{4}\right) = CMa \end{cases}$$

Y, por igualación:

$$p_1\left(1 - \frac{1}{2}\right) = p_2\left(1 - \frac{1}{4}\right) \rightarrow p_1 \cdot \frac{1}{2} = p_2 \cdot \frac{3}{4} \rightarrow p_1 = \frac{6}{4} p_2 \rightarrow p_1 = \frac{3}{2} p_2$$

o, lo que es lo mismo,

$$p_2 = \frac{2}{3} p_1$$

Conocemos la proporción que existiría entre ambos precios, pero sin conocer la función de costes es imposible dar una respuesta más precisa.

b) Al conocer la función de costes podremos sustituir de forma similar:

$$\begin{cases} p_1\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 15 \rightarrow p_1 \cdot \frac{1}{2} = 15 \rightarrow p_1 = 30 \\ p_2\left(1 - \frac{1}{4}\right) = 15 \rightarrow p_2 \cdot \frac{3}{4} = 15 \rightarrow p_2 = 20 \end{cases}$$

© Ediciones Pirámide

Siempre ocurre que paga un precio mayor el grupo de consumidores con menor elasticidad.

11.7. LA TARIFA EN DOS PARTES (DISCRIMINADOR DE PRECIOS DE SEGUNDO GRADO)

Hemos dejado para el final este tipo de monopolio discriminador de precios por ser quizá el menos habitual de todos. Aunque existen diferentes tipos de discriminación de segundo grado, conocidas en general como **fijación no lineal de precios,** elegimos la de tarifa en dos partes por ser el caso más ampliamente estudiado dentro de una variedad de ejemplos.

Un discriminador de precios de segundo grado es aquel que **cobra precios distintos a cada consumidor en función de la cantidad que compre** de un cierto bien (descuentos por volumen), en función de la compra de otros productos relacionados (paquetes que incluyen varios productos distintos por un precio reducido), etc. Pero el que vamos a estudiar, el de la tarifa en dos partes, es aquel que **cobra una tarifa o cuota (T) de acceso y luego un precio extra por cada uso.** Por ejemplo, dentro de este grupo podemos encontrar tarifas de telefonía en las que se paga una cuota fija mensual más un variable por cada llamada realizada, el caso de un club de tenis que cobra una tarifa anual por ser socio y un precio adicional por el alquiler de las pistas o el caso de un parque de atracciones que cobra una entrada de acceso a las instalaciones y un precio adicional por el uso de cada atracción.

Para analizar en profundidad este caso, supondremos que hay dos consumidores distintos. El monopolio establecerá un precio de venta idéntico para ambos consumidores, de modo que ambos obtendrían un excedente positivo, que proviene de la diferencia entre el precio que pagan y lo que están dispuestos a pagar. Uno de los dos individuos tendrá mayor demanda que el otro, pero el productor, para no perder clientes, intentará **establecer una tarifa o cuota de uso que ambos estén dispuestos a pagar,** porque si fija una tarifa demasiado alta, podría perder al individuo de menor demanda. Así que cobrará una **tarifa igual al excedente del consumidor con menor demanda** para asegurarse de que dicho consumidor estará dispuesto a pagarla. Y el individuo de mayor demanda estará totalmente dispuesto a pagarla, ya que sale ganando porque su excedente es mayor que la tarifa.

Finalmente, teniendo en cuenta todo lo comentado, el monopolio tratará de maximizar su beneficio, **tomando el precio como variable de decisión.** Escribiremos su función de beneficio de la siguiente manera:

$$B = 2T + (p - CMa)(x_1 + x_2)$$

© Ediciones Pirámide

Como podemos observar, el beneficio es igual a la suma de las tarifas que paga cada uno de los dos consumidores más el margen de beneficio (precio menos coste marginal) por cada unidad producida (la suma de las unidades que consume cada consumidor).

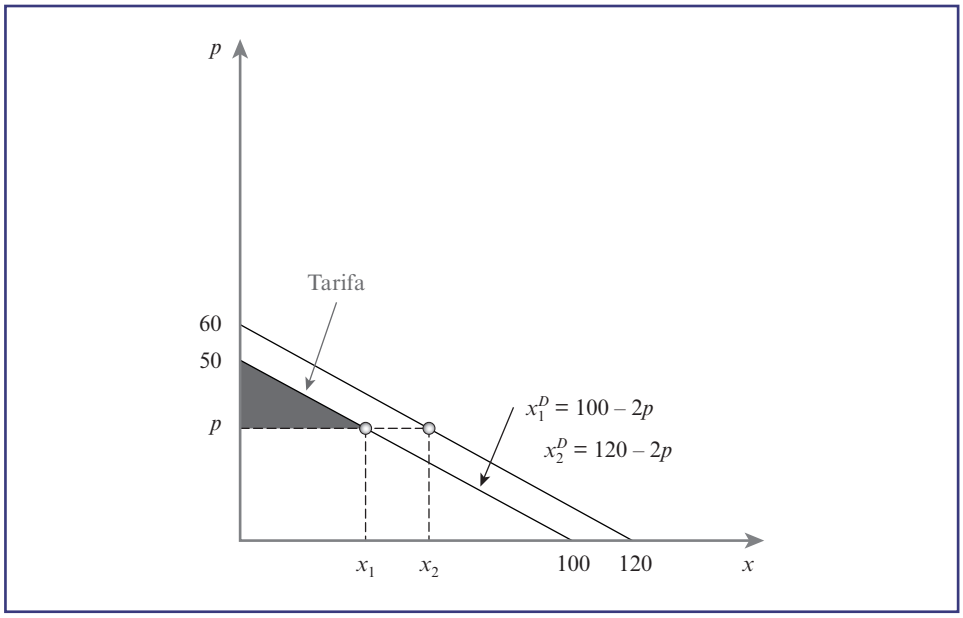
EJERCICIO 7. La tarifa en dos partes (discriminador de precios de segundo grado)

Un monopolio discriminador de precios de segundo grado posee una función de costes $c = 20x$ y se enfrenta a dos consumidores distintos con funciones de demanda $x_1^D = 100 - 2p$ y $x_2^D = 120 - 2p$ respectivamente. Tiene la posibilidad de cobrar una tarifa de acceso al servicio más un precio por cada uso que se haga de él.

a) ¿Cuál será el precio que cobrará por cada uso de este servicio?
b) ¿Cuál será el valor de la tarifa de acceso?

SOLUCIÓN

a) Para este ejercicio conviene hacer en primer lugar la representación gráfica para visualizar mejor la tarifa, que se corresponderá con el área del excedente del consumidor con menor demanda.



© Ediciones Pirámide

$$T = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{x_1 \cdot (50 - p)}{2}$$

Ahora sustituimos x_1 por la demanda, de modo que nos quede la tarifa en función del precio:

$$T = \frac{(100 - 2p)(50 - p)}{2} = \frac{5.000 - 100p - 100p + 2p^2}{2}$$

Ahora que ya tenemos la tarifa a pagar, podemos sustituirla en la función de beneficio del monopolio de tarifa en dos partes. Sustituiremos las demandas en x_1 y x_2:

$$\begin{aligned} B &= 2T + (p - CMa)(x_1 + x_2) = \\ &= 2 \cdot \frac{5.000 - 200p + 2p^2}{2} + (p - 20)(100 - 2p + 120 - 2p) = \\ &= 5.000 - 200p + 2p^2 + (p - 20)(220 - 4p) = \\ &= 5.000 - 200p + 2p^2 + 220p - 4p^2 - 4.400 + 80p = \\ &= 600 + 100p - 2p^2 \end{aligned}$$

Nótese que la única variable de la que depende la función de beneficio es el precio. Para terminar, maximizamos el beneficio igualando la derivada a cero:

$$\text{máx } B \;\rightarrow\; \frac{dB}{dx} = 0 \;\rightarrow\; 100 - 4p = 0 \;\rightarrow\; 100 = 4p \;\rightarrow\; p = 25$$

b) Sabiendo el precio, podremos ya conocer la tarifa y las cantidades vendidas a cada consumidor:

$$T = \frac{5.000 - 200p + 2p^2}{2} = \frac{5.000 - 200 \cdot 25 + 2 \cdot 25^2}{2} = 625$$

$$x_1^D = 100 - 2p = 100 - 2 \cdot 25 = 50$$

$$x_2^D = 120 - 2p = 120 - 2 \cdot 25 = 70$$

© Ediciones Pirámide

11.8. EL MONOPOLIO MULTIPLANTA

El último caso de monopolio que vamos a estudiar en este capítulo es el de monopolio multiplanta. Este tipo de empresa tiene poder de mercado y puede fijar el precio en función de una única demanda. Pero este productor posee **dos fábricas distintas con diferentes funciones de costes,** por lo que a la hora de maximizar sus beneficios nos encontraremos nuevamente con un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, similar al discriminador de precios de tercer grado, con la salvedad de que tendremos dos costes marginales distintos, pero **un solo ingreso marginal,** dado que el precio de venta será único a pesar de que el coste de fabricación pueda ser distinto.

$$IMa = CMa_1$$
$$IMa = CMa_2$$

Como veremos en el próximo capítulo, este tipo de situación de mercado tendrá la misma solución que la del caso conocido como colusión o cártel, que es un tipo de oligopolio en el cual dos empresas acuerdan trabajar conjuntamente para maximizar su beneficio conjunto. Aunque en teoría son mercados distintos, en la práctica su condición de máximo beneficio será la misma.

EJERCICIO 8. Monopolio multiplanta

Un monopolista posee dos fábricas distintas con funciones de costes $c_1 = (1/2)x_1^2$ y $c_2 = 5x_2$, respectivamente. Además, sabemos que se enfrenta a una demanda de mercado definida por $x^D = 100 - p$.

a) Calcule las cantidades y precios de equilibrio
b) Represente gráficamente y calcule el excedente del consumidor y del productor.

SOLUCIÓN

a) La condición de equilibrio del monopolio multiplanta es:

$$IMa = CMa_1$$
$$IMa = CMa_2$$

© Ediciones Pirámide

Así que calcularemos los costes marginales por separado para cada fábrica y posteriormente la función de ingreso para obtener el ingreso marginal.

$$CMa_1 = \frac{dC_1}{dx_1} = x_1$$

$$CMa_2 = \frac{dC_2}{dx_2} = x_2$$

$I = p \cdot x$; como en otras ocasiones, sustituiremos la demanda inversa en el precio:

$$x^D = 100 - p \;\rightarrow\; p = 100 - x$$
$$I = (100 - x)x = 100x - x^2$$

$$IMa = \frac{dI}{dx} = 100 - 2x$$

pero el monopolio toma como variable decisión las cantidades que producirá en cada fábrica, por lo que tenemos que sustituir $x = x_1 + x_2$, de modo que el ingreso marginal nos queda:

$$IMa = 100 - 2(x_1 + x_2) = 100 - 2x_1 - 2x_2$$

Ya tenemos todo lo que necesitamos para sustituir en las ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{cases} IMa = CMa \\ IMa = CMa \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 100 - 2x_1 - 2x_2 = x_1 \\ 100 - 2x_1 - 2x_2 = 5 \end{cases}$$

En general, la forma más sencilla de resolver estos sistemas es por igualación. Así que nos queda: $x_1 = 5$, solución que podemos sustituir, por ejemplo, en la segunda ecuación, para terminar de resolver:

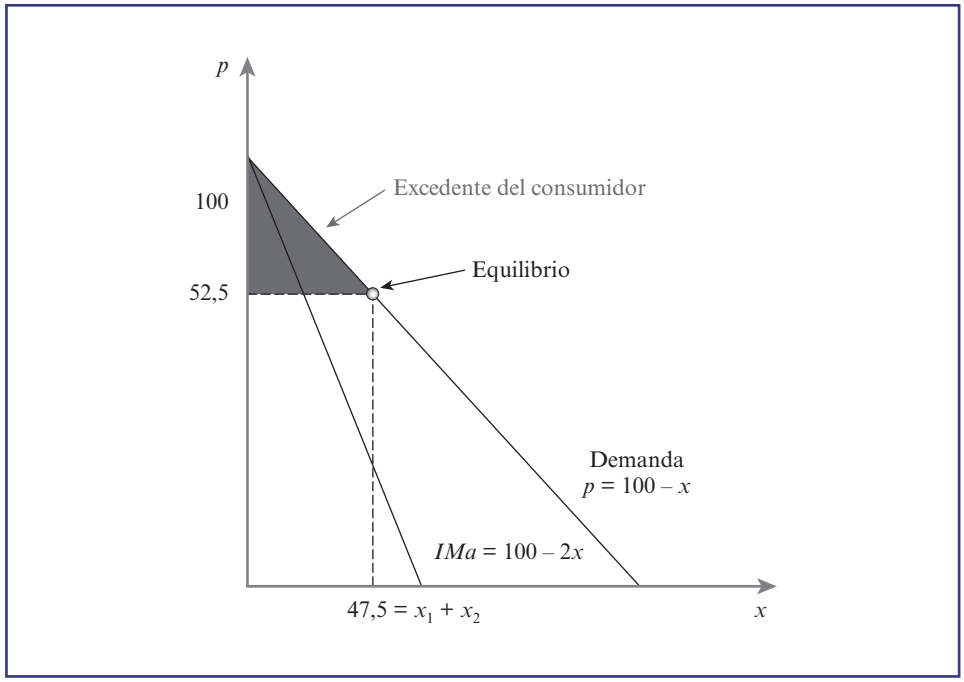
$$100 - 2x_1 - 2x_2 = 5 \;\rightarrow\; 100 - 2 \cdot 5 - 2x_2 = 5 \;\rightarrow\; 85 = 2x_2 \;\rightarrow\; x_2 = 42{,}5$$

© Ediciones Pirámide

Y el precio de equilibrio, a partir de la demanda:

$$p = 100 - x = 100 - (x_1 + x_2) = 100 - (5 + 42{,}5) = 52{,}5$$

b) Para esta representación gráfica no utilizaremos los costes marginales, porque complican la resolución sin aportar nada a la misma.



El excedente del consumidor, como siempre, será el área encerrada entre la demanda y el precio, que es el área de un triángulo rectángulo.

$$\text{Excedente del consumidor} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{47{,}5 \cdot 47{,}5}{2} = 1.128{,}125$$

El excedente del productor sencillamente se puede calcular como beneficio más costes fijos (que son cero):

© Ediciones Pirámide

$$\text{Excedente del productor} = B + CF = I - C + 0 = p \cdot x - \underbrace{\frac{1}{2}x_1^2}_{C_1} \underbrace{-5x_2}_{C_2} =$$

$$= 52{,}5 \cdot 47{,}5 - \frac{1}{2} \cdot 5^2 - 5 \cdot 42{,}5 = 2.243{,}75$$

Para terminar, podemos calcular el excedente total o social como la suma de ambos excedentes:

$$\text{Excedente total} = 1.128{,}125 + 2.243{,}75 = 3.371{,}875$$

© Ediciones Pirámide

12 El oligopolio

12.1. INTRODUCCIÓN

Un oligopolio es un grupo de dos o más empresas u organismos que, ejerciendo una posición dominante en un mercado para distribuirse, pueden **competir entre ellas o llegar a algún tipo de acuerdo.** Es por eso que existen muchos tipos de oligopolio y, en este capítulo, vamos a tratar los más importantes. Para simplificar el análisis estudiaremos los **duopolios, formados por solo dos empresas,** lo que facilitará el análisis sin perder precisión en los resultados.

Como veremos, algunos duopolios competirán en cuanto al precio que fijan **(duopolio de Bertrand),** otros competirán en cuanto a la cantidad **(duopolio de Cournot),** otros llegarán a acuerdos (**cártel**), etc. Incluso estudiaremos casos en los que el problema se resuelve de forma simultánea por parte de ambas empresas junto a otros casos en los que una empresa llega primero y la otra llega después **(duopolio de Stackelberg y liderazgo en precios),** es decir, de forma secuencial.

12.2. CÁRTEL

Imaginemos un mercado formado por solo dos empresas que deciden llegar al acuerdo de trabajar en equipo para **maximizar el beneficio conjunto.** Ese es el caso de **colusión** o cártel que vamos a estudiar en este punto, cuyo resultado, curiosamente, será exactamente el mismo que el de un monopolio multiplanta porque, aunque teóricamente provienen de situaciones de mercado distintas, a efectos prácticos tienen el mismo objetivo, que no es otro que el de maximizar el beneficio conjunto de dos fábricas distintas.

Por ello, la condición de equilibrio ya es conocida para nosotros y proviene del equilibrio del monopolio básico, pero con dos ecuaciones y dos incógnitas, ya que ahora tendremos dos empresas (o fábricas) en lugar de una:

© Ediciones Pirámide

$$IMa = CMa_1$$
$$IMa = CMa_2$$

Cabe destacar que **ambos costes marginales coincidirán en el equilibrio** ($CMa_1 = CMa_2$) y que las cantidades producidas por cada empresa sumarán el total de unidades producidas en la economía ($x = x_1 + x_2$).

EJERCICIO 1. El cártel

En un mercado operan dos empresas con funciones de costes $c_1 = 10x_1$ y $c_2 = x_2^2$ respectivamente. Dichas empresas llegan al acuerdo de trabajar en equipo para maximizar su beneficio conjunto, es decir, forman un cártel. Estas dos empresas se enfrentan a un mercado cuya demanda es $x^D = 30 - p$. Calcule el beneficio que obtendrían conjuntamente, así como las cantidades y el precio de equilibrio resultante.

Solución

La condición de máximo beneficio de este duopolio es:

$$IMa = CMa_1$$
$$IMa = CMa_2$$

Para resolver el problema, en primer lugar calcularemos por separado los costes marginales y el ingreso marginal. Recordemos que los costes marginales son la derivada de la función de costes de cada empresa:

$$CMa_1 = \frac{dC_1}{dx_1} = 10$$

$$CMa_2 = \frac{dC_2}{dx_2} = 2x_2$$

Antes de poder calcular el ingreso marginal, tenemos que obtener la función de ingreso (I), que calcularemos como precio por cantidad. Como ya hemos visto en capítulos anteriores, sustituiremos el precio por la demanda. Como la

© Ediciones Pirámide

demanda no está despejada como la necesitamos, lo que vamos a hacer ahora es despejar el precio:

$$x^D = 30 - p \;\rightarrow\; p = 30 - x$$

Ahora ya podemos calcular el ingreso:

$$I = p \cdot x = (30 - x)x = 30x - x^2$$

Y, por fin, el ingreso marginal:

$$IMa = \frac{dI}{dx} = 30 - 2x$$

Las variables de estudio en el cártel son las cantidades producidas por cada empresa (x_1, x_2), por lo que deberemos sustituir la x del ingreso marginal de manera que $x = x_1 + x_2$:

$$IMa = 30 - 2x = 30 - 2(x_1 + x_2) = 30 - 2x_1 - 2x_2$$

Ahora que ya hemos calculado los costes marginales y el ingreso marginal, podemos formar un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas gracias a la condición de equilibrio:

$$\begin{cases} IMa = CMa_1 \\ IMa = CMa_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 30 - 2x_1 - 2x_2 = 10 \\ 30 - 2x_1 - 2x_2 = 2x_2 \end{cases}$$

Se suele resolver por igualación:

$$10 = 2x_2 \;\rightarrow\; x_2 = 5$$

Si sustituimos lo que va a producir la segunda empresa en, por ejemplo, la primera ecuación, obtenemos:

$$30 - 2x_1 - 2 \cdot 5 = 10 \;\rightarrow\; 10 = 2x_1 \;\rightarrow\; x_1 = 5$$

De modo que, casualmente, ambas empresas producirán lo mismo, 5 unidades. La cantidad total producida será:

$$x = x_1 + x_2 = 5 + 5 = 10$$

© Ediciones Pirámide

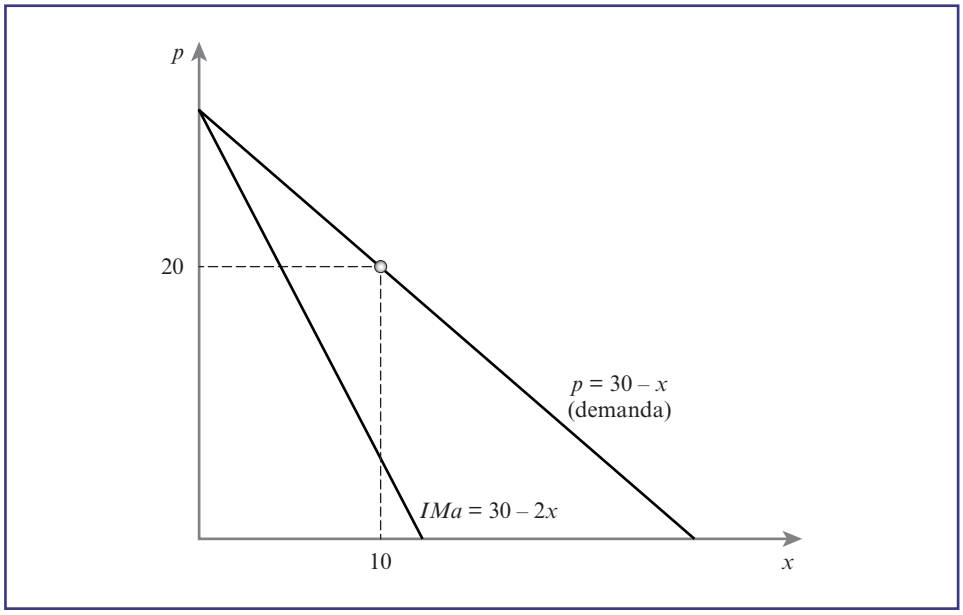
Y el precio de venta nos lo dirá la demanda:

$$p = 30 - x = 30 - 10 = 20$$

Por último, el beneficio tendrá unos ingresos totales y dos costes distintos, es decir:

$$B = I - C_1 - C_2 = p \cdot x - 10x_1 - x_2^2 = 20 \cdot 10 - 10 \cdot 5 - 5^2 = 125$$

Gráficamente tenemos:



12.3. EL DUOPOLIO DE BERTRAND

En el duopolio de Bertrand ambas empresas **compiten en cuanto al precio** que deben fijar, llegando a una situación en la que las dos bajarán el precio de venta lo máximo posible para intentar conseguir la mayor cantidad de clientes que puedan, lo que provocará que su precio se iguale al coste marginal. Por tanto, resultará que la solución de equilibrio de este modelo será exactamente la misma que la de **competencia perfecta,** más concretamente la de la industria competitiva con barreras a la entrada.

© Ediciones Pirámide

Así pues, este tipo de problema ya lo conocemos del capítulo de la competencia perfecta (capítulo 10), al igual que nos sucedió con el cártel en el punto anterior. Estas dos empresas tratarán de maximizar su beneficio igualando el precio a su coste marginal, de modo que tengamos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, con el precio de venta dado e idéntico para ambos productores:

$$\begin{aligned} p &= CMa_1 \\ p &= CMa_2 \end{aligned}$$

Sin embargo, a la hora de resolver el problema, no utilizaremos dicha expresión de forma rigurosa, sino que seguiremos un proceso de cálculo muy concreto compuesto de tres pasos, que cubrirán todos los resultados relevantes posibles.

EJERCICIO 2. El duopolio de Bertrand

Dos empresas compiten en precios en un mercado oligopolístico. Sus funciones de costes son idénticas, concretamente se pueden definir mediante

$$c_i = x_i^2 + 3x_i$$

Se sabe que la función de demanda de mercado viene definida por $x^D = 7 - p$. Calcule el equilibrio del mercado y represente gráficamente la solución obtenida.

Solución

Primer paso: cálculo de las ofertas individuales

En primer lugar calcularemos la función de oferta de cada empresa. Para ello utilizaremos la condición de máximo beneficio de competencia perfecta: $p = CMa$.

— Empresa 1:

$$p = CMa \;\rightarrow\; p = 2x_1 + 3$$

Dejaremos el precio como incógnita y despejaremos:

$$x_1 \;\rightarrow\; p - 3 = 2x_1 \;\rightarrow\; x_1^s = \frac{p-3}{2} \;\rightarrow$$

Debemos especificar que, para que la oferta no sea negativa, el precio debe ser tres o más: $p \geq 3$

© Ediciones Pirámide

— Empresa 2: las dos empresas son idénticas, por lo que, por simetría, tendrán la misma función de oferta:

$$x_2^s = \frac{p-3}{2}; \quad p \geqslant 3$$

Segundo paso: cálculo de la oferta agregada

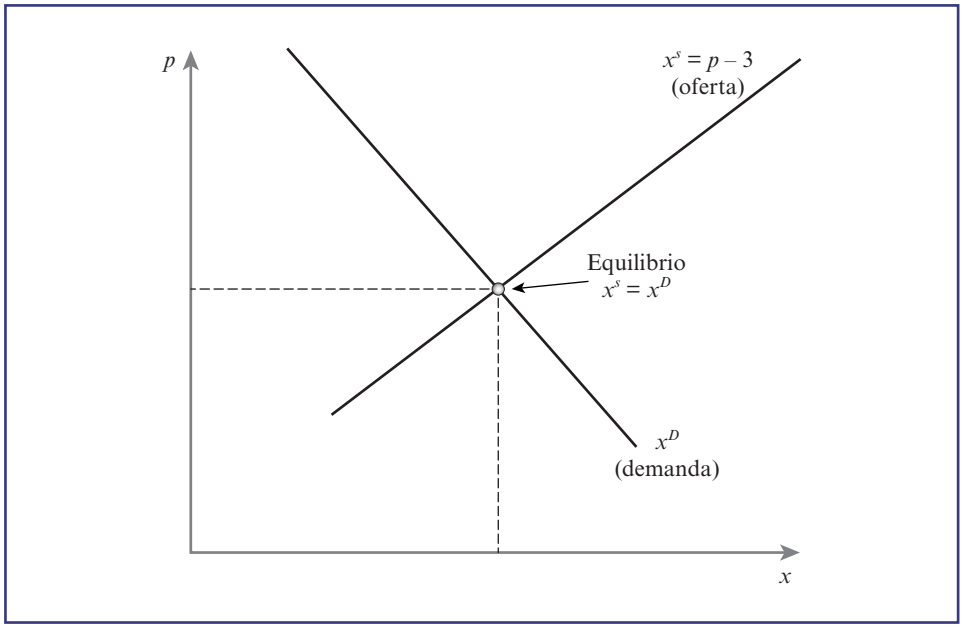
Ahora vamos a sumar las ofertas individuales para obtener la oferta agregada o de mercado, que posteriormente necesitaremos para calcular el equilibrio.

$$x^s = x_1^s + x_2^s = \frac{p-3}{2} + \frac{p-3}{2} = \frac{2p-6}{2} = p-3; \quad p \geqslant 3$$

Tercer paso: equilibrio

Resolvemos el equilibrio mediante el clásico Oferta = Demanda:

$$x^s = x^D \;\rightarrow\; p-3 = 7-p \;\rightarrow\; 2p = 10 \;\rightarrow\; p = 5$$



© Ediciones Pirámide

Y conociendo el precio obtenemos las cantidades de equilibrio:

$$x_1^s = \frac{p-3}{2} = \frac{5-3}{2} = 1$$
$$x_2^s = \frac{p-3}{2} = \frac{5-3}{2} = 1$$
$$x^D = 7 - p = 7 - 5 = 2$$

12.4. EL DUOPOLIO DE COURNOT

En este tipo de oligopolio existirán dos empresas que **compiten entre sí,** pero no en cuanto al precio que fijan, como podríamos pensar, sino **en cuanto a la cantidad que deciden producir.** Por eso este duopolio es conocido también como **fijador de cantidades.** Dicha decisión se tomará de forma **simultánea** por parte de ambas empresas, sin saber lo que va a hacer la otra, por lo que deberán realizar una **conjetura,** llamada **función de reacción,** de lo que pueda hacer su rival. Esto significa que la producción de cada una dependerá de las hipotéticas posibles cosas que pueda hacer la otra.

Para resolver este problema no utilizaremos una condición de equilibrio concreta, como hemos usado en otros capítulos, sino que realizaremos un proceso compuesto de cinco pasos. En el primero obtendremos la función de beneficio de la primera empresa, y en el segundo la maximizaremos para obtener la ya mencionada función de reacción de la empresa «uno» a lo que haga la empresa «dos». En los pasos tres y cuatro haremos lo mismo, pero para la empresa dos, obteniendo así una segunda función de reacción. En el quinto y último paso resolveremos el sistema de ecuaciones formado por ambas curvas de respuesta.

EJERCICIO 3. El duopolio de Cournot

En un mercado hay dos empresas que compiten en cantidades. Cada una responderá a lo que haga la otra eligiendo la cantidad que maximice sus beneficios. La primera empresa posee la función de costes $c_1 = 10x_1$, mientras que la segunda empresa tiene la función de costes $c_2 = 10x_2$. Además, la demanda del mercado viene definida por la siguiente expresión:

$$p = 90 - \frac{1}{2}x$$

Calcule las funciones de reacción de ambas empresas, así como el precio y las cantidades producidas en el equilibrio. Justifique sus respuestas mediante el análisis gráfico.

© Ediciones Pirámide

SOLUCIÓN

Este problema lo vamos a resolver en un proceso compuesto por cinco largos pasos.

1. *Función de beneficio de la primera empresa*

$$B_1 = I_1 - C_1 = p \cdot x_1 - 10x_1$$

Ahora, en el precio, sustituimos la demanda:

$$B_1 = \left(90 - \frac{1}{2}x\right)x_1 - 10x_1$$

y ahora sustituimos la cantidad total producida por la producción de cada empresa ($x = x_1 + x_2$):

$$B_1 = \left[90 - \frac{1}{2}(x_1 + x_2)\right]x_1 - 10x_1 = \left(90 - \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2\right)x_1 - 10x_1 =$$

$$= 90x_1 - \frac{1}{2}x_1^2 - \frac{1}{2}x_2x_1 - 10x_1 = 80x_1 - \frac{1}{2}x_1^2 - \frac{1}{2}x_2x_1$$

y ya tenemos la función de beneficio de la primera empresa.

2. *Maximización del beneficio de la primera empresa*

Para este paso tenemos que aplicar nuestros conocimientos básicos de optimización, es decir, tenemos que derivar el beneficio tomando x_1 como su variable de decisión e igualar a cero:

$$\text{máx } B_1 \;\rightarrow\; \frac{dB_1}{dx_1} = 0 \;\rightarrow\; 80 - x_1 - \frac{1}{2}x_2 = 0$$

A continuación despejaremos x_1 para obtener la función de reacción de la empresa 1 ($FR1$):

$$x_1 = 80 - \frac{1}{2}x_2$$

© Ediciones Pirámide

3. *Función de beneficio de la segunda empresa*

Como ambas empresas son iguales, por simetría la función de beneficio de la segunda empresa será igual que la de la primera, pero cambiando los subíndices:

$$B_2 = 80x_2 - \frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{2}x_1x_2$$

4. *Función de reacción de la segunda empresa*

Al igual que en el tercer paso, por simetría tenemos la función de reacción (*FR*2):

$$x_2 = 80 - \frac{1}{2}x_1$$

5. *Equilibrio*

Para terminar de resolver este problema formaremos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas compuesto de la función de reacción de cada empresa. En este caso, como las empresas son iguales, podemos deducir $x_1 = x_2$ y resolver rápidamente basándonos en ello. Pero en general las empresas no tienen por qué ser iguales, por lo que será más habitual y recomendable sustituir la segunda ecuación en la primera:

$$\begin{cases} (FR1)x_1 = 80 - \frac{1}{2}x_2 \\ (FR2)x_2 = 80 - \frac{1}{2}x_1 \end{cases} \rightarrow x_1 = 80 - \frac{1}{2}\left(80 - \frac{1}{2}x_1\right) \rightarrow x_1 = 80 - 40 + \frac{1}{4}x_1 \rightarrow$$

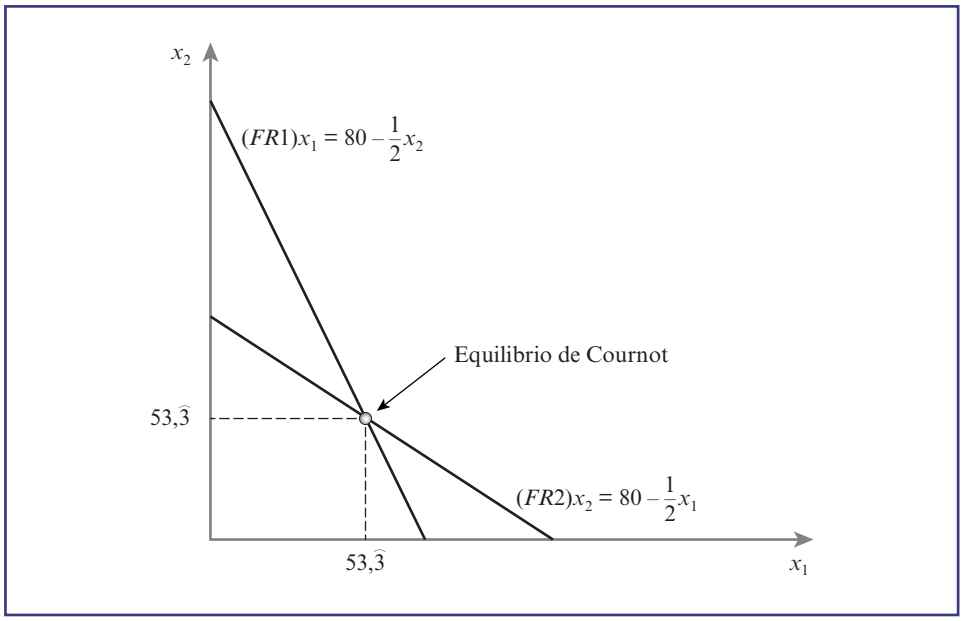
$$\rightarrow x_1 - \frac{1}{4}x_1 = 40 \rightarrow \frac{3}{4}x_1 = 40 \rightarrow x_1 = \frac{160}{3} \rightarrow x_1 = 53,\widehat{3}$$

Ahora sustituiríamos este resultado en la segunda ecuación para comprobar lo que ya adelantamos previamente, que $x_1 = x_2$ porque las empresas son iguales:

$$x_2 = 80 - \frac{1}{2}x_1 = 80 - \frac{1}{2} \cdot 53,\widehat{3} = 53,\widehat{3}$$

© Ediciones Pirámide

Obsérvese que la representación gráfica de este tipo de problema no es la habitual de otros capítulos. No tendremos el precio en los ejes, sino las cantidades producidas.



Además, representaremos las funciones de reacción de las empresas, que serán siempre dos sencillas líneas rectas cuyo punto de corte nos indicará el equilibrio del mercado.

Para terminar, nos falta calcular el precio y la cantidad total producida:

$$x = x_1 + x_2 = 53,\hat{3} + 53,\hat{3} = 106,\hat{6}$$

$$p = 90 - \frac{1}{2}x = 90 - \frac{1}{2} \cdot 106,\hat{6} = 36,\hat{6}$$

12.5. EL DUOPOLIO DE STACKELBERG

Este es otro tipo de mercado en el que las empresas **compiten en cantidades,** pero, a diferencia del duopolio de Cournot, este modelo no ocurre de forma simultánea, sino **secuencial,** lo que quiere decir que una empresa llega primero al mercado, se posiciona y, posteriormente, una segunda empresa llega al mercado sabiendo lo que ha hecho la primera. La empresa que llega primero, tam-

© Ediciones Pirámide

bién conocida como **líder,** obtiene una ventaja respecto a la segunda, también conocida como **seguidora,** que sale desfavorecida en este contexto. Es decir, si comparamos las soluciones del duopolio de Cournot y el de Stackelberg, podemos observar que **la empresa líder sale ganando,** esto es, **producirá mayor cantidad y tendrá mayores beneficios,** mientras que **la empresa seguidora sale perdiendo** en Stackelberg con respecto a Cournot, esto es, **producirá una menor cantidad y tendrá menores beneficios.**

La razón es que **la empresa líder actúa conociendo la función de respuesta de la empresa seguidora** (que será la misma que habría obtenido en Cournot) y maximiza su propio beneficio sabiendo esto. Es como si la líder actuase como un monopolio eligiendo la cantidad que debe producir, sabiendo lo que hará la segunda como respuesta a su decisión. El proceso de cálculo para resolver este problema tampoco dependerá de una condición de máximo beneficio concreta, sino que llevaremos a cabo un proceso compuesto de cuatro pasos. En el primero de ellos obtendremos la función de reacción de la empresa seguidora. En el segundo obtendremos la función de beneficio de la empresa líder. En el tercer paso procederemos a sustituir la función de reacción de la seguidora en la función de beneficio de la líder, para a continuación maximizar esta última. Y, por fin, en el cuarto paso obtendremos las cantidades y precio de equilibrio.

EJERCICIO 4. El duopolio de Stackelberg

Con los datos del ejercicio 3, suponga que la empresa 2 actúa como líder en dicho mercado. Calcule el nuevo equilibrio y represente gráficamente.

Solución

En este problema vamos a poder comprobar cómo la empresa líder mejora respecto a su misma situación de Cournot, mientras que la seguidora empeora.

Esta resolución conllevará la realización de cuatro pasos concretos que, en el caso de haber resuelto previamente Cournot, resultarán bastante cortos.

1. *Función de reacción de la empresa seguidora*

Podemos tomarla directamente del ejercicio 3:

$$x_1 = 80 - \frac{1}{2}x_2$$

© Ediciones Pirámide

2. *Función de beneficio de la empresa líder*

Al igual que en el primer paso, es un dato que podremos tomar del ejercicio anterior:

$$B_2 = 80x_2 - \frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{2}x_1x_2$$

3. *Maximización del beneficio de la empresa líder*

En este paso sustituiremos en primer lugar la función de reacción de la seguidora dentro del beneficio de la líder, de modo que tendremos:

$$B_2 = 80x_2 - \frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{2}\left(80 - \frac{1}{2}x_2\right)x_2 = 80x_2 - \frac{1}{2}x_2^2 - 40x_2 - \frac{1}{4}x_2^2 =$$

$$= 40x_2 - \frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{4}x_2^2$$

Y, a continuación, derivamos e igualamos a cero para maximizar:

$$\text{máx } B_2 \;\rightarrow\; \frac{dB_2}{dx_2} = 0 \;\rightarrow\; 40 - x_2 + \frac{1}{2}x_2 = 0 \;\rightarrow\; 80 - 2x_2 + x_2 = 0 \;\rightarrow\; x_2 = 80$$

4. *Equilibrio*

Como ya conocemos la producción de la empresa líder, podemos sustituirla en la función de reacción de la seguidora para averiguar la producción de esta última:

$$x_1 = 80 - \frac{1}{2}x_2 = 80 - \frac{1}{2}\cdot 80 = 40$$

La cantidad total producida será:

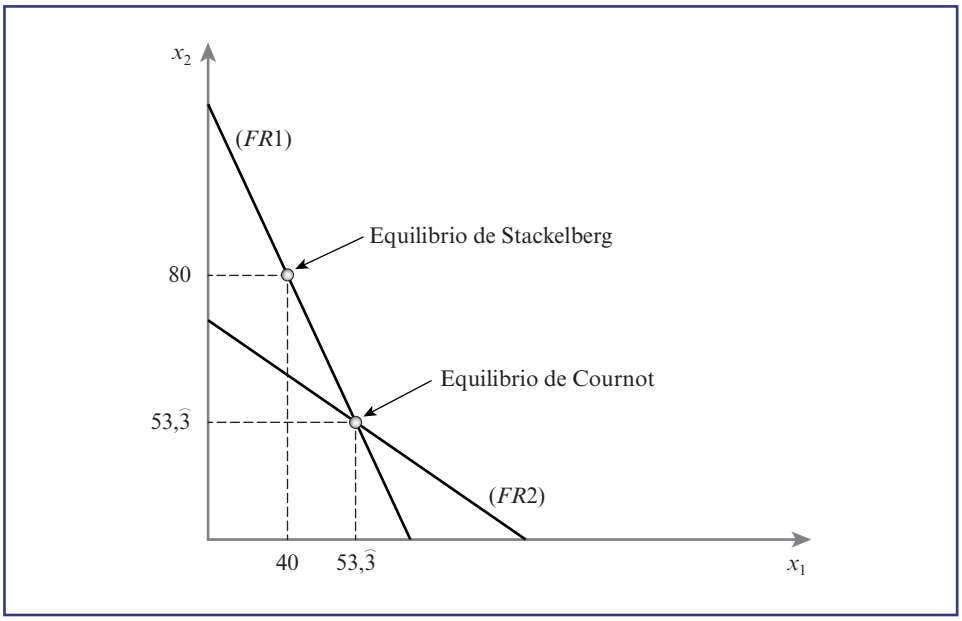
$$x = x_1 + x_2 = 40 + 80 = 120$$

© Ediciones Pirámide

Y el precio de venta nos lo dará la curva de demanda:

$$p = 90 - \frac{1}{2}x = 90 - \frac{1}{2} \cdot 120 = 30$$

La representación gráfica es la misma que la del dupolio de Cournot, con la diferencia de que el equilibrio de Stackelberg se sitúa siempre sobre la función de reacción de la empresa seguidora.



12.6. EL LIDERAZGO EN PRECIOS

En este caso, el nombre del modelo nos da bastantes pistas sobre lo que nos vamos a encontrar. Imaginemos un mercado como el de Stackelberg, con una empresa que llega primero, la **empresa líder,** lo que le otorgará una ventaja económica que se traducirá en **mayor cantidad producida y mayores beneficios** junto a una empresa que llega a posteriori, la **empresa seguidora,** que obtendrá **menores beneficios y una menor cuota de mercado** que si la llegada fuese simultánea. Obviamente, la diferencia crucial de este modelo es que las empresas **compiten en precios,** aunque la solución en este caso no será la misma que la de competencia perfecta por no ser un juego simultáneo, sino **secuencial.**

© Ediciones Pirámide

La empresa líder conoce lo que hará la empresa seguidora, por lo que tratará de maximizar su beneficio teniendo en cuenta la oferta de la empresa que llega al mercado después. Obviamente, el precio de venta debe ser el mismo por parte de las dos empresas, porque si una de ellas vendiese más caro, no vendería nada. Así que la empresa líder fija el precio teniendo esto en cuenta y la seguidora, igualmente, para maximizar su beneficio, toma dicho precio como dado. Por otro lado, la empresa líder actuará como monopolista en su parte del mercado, que llamaremos «demanda residual» y que aprenderemos a calcular en el ejercicio que tenemos a continuación.

El proceso de resolución de este problema constará de cuatro pasos. En el primer paso hallaremos la curva de oferta de la empresa seguidora. En el segundo calcularemos la demanda residual de la empresa líder. En el tercero maximizaremos el beneficio de la líder. Y, por último, en el cuarto paso calcularemos el precio de equilibrio.

EJERCICIO 5. El liderazgo en precios

Supongamos un mercado en el que dos empresas compiten en precios. La primera empresa, que actúa como líder, posee la función de costes $c_1 = x_1$, mientras que la segunda empresa actúa como seguidora con la función de costes $c_2 = 1/2x_2^2$. Además, se sabe que la función de demanda tiene la forma $x^D = 50 - p$.

Calcule el equilibrio de este mercado.

Solución

En este modelo secuencial la empresa que llega primero (líder) y la que llega después (seguidora) compiten en precios. Realmente el precio lo determinará la empresa líder, ya que lo decide en función de lo que hará la empresa seguidora, mientras que esta última lo tomará como dado.

1. *Oferta de la empresa seguidora*

Para calcularla, utilizaremos la condición de máximo beneficio de competencia perfecta:

$$p = CMa_2$$

Despejando p como incógnita y sustituyendo la derivada de la función de costes en el coste marginal:

$$p = x_2$$

© Ediciones Pirámide

Y, despejando x_2:

$$x_2^s = p$$

tenemos la oferta de la empuesta seguidora (hay que recordar que solo existe para cantidades positivas; por tanto, $p \geqslant 0$).

2. *Demanda residual de la empresa líder*

En este paso vamos a restar de la demanda total la parte que corresponderá a la empresa seguidora, es decir, su oferta:

$$x_1^D = x^D - x_2^s = 50 - p - p = 50 - 2p$$

Y despejamos el precio para obtener la demanda inversa:

$$x_1^D = 50 - 2p \;\rightarrow\; 2p = 50 - x_1 \;\rightarrow\; p = 25 - \frac{1}{2}x_1$$

3. *Maximización del beneficio de la empresa líder*

En este paso vamos a tomar la función de beneficio de la empresa líder y vamos a sustituir la demanda residual en el precio:

$$B_1 = I_1 - C_1 = p \cdot x_1 - x_1 = \left(25 - \frac{1}{2}x_1\right)x_1 - x_1 = 25x_1 - \frac{1}{2}x_1^2 - x_1 = 24x_1 - \frac{1}{2}x_1^2$$

Para terminar, maximizamos el beneficio, para lo cual derivamos e igualamos a cero:

$$\text{máx } B_1 \;\rightarrow\; \frac{dB_1}{dx_1} = 0 \;\rightarrow\; 24 - x_1 = 0 \;\rightarrow\; x_1 = 24$$

4. *Equilibrio*

Conociendo la producción de la empresa líder, podemos deducir el precio de venta a partir de la demanda residual de dicha empresa:

$$p = 25 - \frac{1}{2}x_1 = 25 - \frac{1}{2} \cdot 24 = 13$$

© Ediciones Pirámide

Y también podemos ahora obtener la producción de la empresa seguidora:

$$x_2^s = p \rightarrow x_2^s = 13$$

12.7. EL DILEMA DEL PRISIONERO

En el último punto de este capítulo hemos querido hacer una pequeña introducción a la **teoría de juegos,** en la que se basan la mayoría de los oligopolios que se estudian habitualmente en microeconomía, utilizando para ello uno de sus ejemplos más famosos, el del dilema del prisionero. No es el objetivo de este libro profundizar en este tema, pero hemos creído interesante aprender al menos lo que es un **equilibrio de Nash** y sus amplias aplicaciones en el campo económico.

Un equilibrio de Nash es una solución a un problema (conocido, en este contexto, como «juego») en el que **dos o más agentes tratan de maximizar sus ganancias en función de las posibles alternativas que puedan elegir los rivales. Puede haber varios equilibrios de Nash** en un mismo problema, es decir, varias soluciones posibles, pero **dicho equilibrio existirá siempre,** lo cual es un avance respecto a los antiguos modelos de teoría de juegos que en ocasiones no tenían solución.

En el dilema del prisionero supondremos que hay dos presos esperando a ser interrogados. Dependiendo de lo que digan durante el interrogatorio, los años que irán a prisión varían. Pueden tratar de llegar a un acuerdo sobre lo que van a decir antes de entrar en la sala de interrogatorios, pero, una vez dentro, ya no pueden comunicarse, porque cada uno entra en una sala distinta. Por ejemplo, si acuerdan no confesar el crimen, ambos irían un par de años a la cárcel. Sin embargo, si ambos delatan al otro compañero, irían seis años a la cárcel cada uno. Lo interesante ocurre cuando uno de ellos guarda silencio pero el otro delata al compañero. En ese caso, el que ha delatado al otro preso va solo un año a la cárcel por colaborar con la justicia, pero el otro, que ha callado, irá 10 años a la cárcel, cargando con toda la culpa del crimen. Analizando esos resultados, que representaremos mediante lo que se conoce como una matriz de pagos, parece que la mejor opción para ambos sería la de guardar silencio, ya que la pena sería solo de dos años para cada uno. Sin embargo, ese no será el equilibrio de Nash, ya que ambos tienen incentivos para traicionar al otro, dado que irían solo un año a la cárcel por delatarlo. Así que la solución del problema no es la que podríamos esperar, sino que se traicionarán mutuamente tratando de obtener un solo año de cárcel, lo que les llevará a pasar seis años entre rejas. Pero claro, la opción de callar es aún peor, porque si el otro te traiciona, vas diez años a la cárcel.

En el ejercicio que tenemos a continuación vamos a explicar con detalle la representación de los datos en su correspondiente matriz de pagos, así como el procedimiento para la obtención del equilibrio de Nash de este juego.

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 6. El dilema del prisionero

Supongamos el juego del dilema del prisionero, para el cual tenemos la siguiente matriz de pagos, que representa el número de años que irá cada uno a la cárcel en función de sus declaraciones en el interrogatorio al que van a ser sometidos. El resultado aparece en negativo porque es un castigo para los jugadores.

		Prisionero B	
		No delata	**Delata**
Prisionero A	**No delata**	(–2, –2)	(–10, –1)
	Delata	(–1, –10)	(–6, –6)

El primer valor de cada paréntesis representa el pago que recibe el prisionero A, mientras que el segundo valor representa el pago del prisionero B. Determine los equilibrios de Nash de este juego y explique por qué la solución obtenida no se corresponde con la que maximizaría el pago conjunto.

SOLUCIÓN

Para calcular los equilibrios de Nash de un juego, tenemos que analizar cada decisión que pueden tomar los agentes en función de lo que haga el otro.

Para empezar nos vamos a poner en la piel del prisionero A, y vamos marcar en la matriz de pagos la mejor decisión que este puede tomar, subrayando el pago que recibiría.

Prisionero A

El primer prisionero se plantea qué debería hacer como respuesta a lo que haga el otro prisionero. Por ejemplo, si el jugador B decidiese hipotéticamente no delatar, el jugador A podría no declarar para ir dos años a la cárcel o delatar para ir solo uno. Si, por el contrario, el jugador B decidiese delatar, el prisionero A podría no delatar, en cuyo caso iría diez años a la cárcel, o podría delatar para ir solo seis. En cualquier caso, vemos que el jugador A siempre debería delatar al otro, porque esta opción le proporciona siempre un mejor pago. Este hecho se conoce como estrategia dominante.

© Ediciones Pirámide

Prisionero B

Le ocurrirá exactamente lo mismo; su estrategia dominante será delatar.

Equilibrios de Nash

En este juego, el equilibrio de Nash es único, y se corresponde con el vector que poseen ambos valores subrayados:

$$(\text{Delata}, \text{Delata}) = (-6, -6)$$

		B	
		No delata	**Delata**
A	**No delata**	(–2, –2)	(–10, <u>–1</u>)
	Delata	(<u>–1</u>, –10)	(<u>–6</u>, <u>–6</u>)

© Ediciones Pirámide

BLOQUE CUARTO

Ampliaciones a la microeconomía intermedia

13 La incertidumbre

13.1. INTRODUCCIÓN

En el mundo real, la mayoría de los resultados de nuestras decisiones son inciertos. Estos resultados, que se verán alterados por lo que llamaremos **«condiciones futuras», dependen de probabilidades.** Los ejemplos más cotidianos son los juegos de azar, como la lotería o las apuestas deportivas, el mundo de las inversiones financieras o los seguros ante accidentes y catástrofes. Imaginemos que queremos salir a la calle a pasear pero tenemos incertidumbre sobre la temperatura que nos vamos a encontrar. Nuestra duda radica en si debemos llevar abrigo o no. Nos encontramos, por tanto, con dos «condiciones futuras», esto es, *frío, no frío,* y un conjunto de acciones disponibles por parte del individuo: *abrigo, no abrigo*. El resultado final será la combinación de nuestras decisiones con las «condiciones futuras». En este capítulo vamos a estudiar el comportamiento de los individuos ante estas situaciones de incertidumbre, con una serie de conceptos que definiremos a continuación.

El primero de esos conceptos es el de **valor esperado** (VE), que nos dirá el **valor promedio de una serie de resultados inciertos.** Por ejemplo, si disponemos de una renta de 100 unidades monetarias y podemos gastar dicha renta en una lotería que, con probabilidad del 10% supondría una ganancia de 900 unidades monetarias, podríamos calcular su valor esperado mediante la siguiente fórmula:

$$VE = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$$

siendo p la probabilidad de cada suceso; x, el valor económico de dichos sucesos; i, cada uno de esos sucesos, y n, el número total de esos sucesos. En nuestro

© Ediciones Pirámide

ejemplo, hay dos sucesos posibles ($n = 2$). El primero es que no toque la lotería ($x_1 = 0$), con probabilidad del 90% ($p_1 = 0{,}9$). El segundo, que sí toque la lotería ($x_2 = 900$), con probabilidad del 10% ($p_2 = 0{,}1$). Aplicando estos datos a la fórmula anterior, obtendríamos:

$$VE = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = \sum_{i=1}^{2} p_i x_i = p_1 x_1 + p_2 x_2 = 0{,}9 \cdot 0 + 0{,}1 \cdot 900 = 90$$

Este es un ejemplo de lotería que no merece la pena jugar, porque el individuo invierte 100 unidades monetarias para ganar, de media, 90. Podemos reescribir el sumatorio de la fórmula anterior y generalizarlo para dos estados del mundo escribiendo lo siguiente:

$$VE = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

En caso de haber más estados del mundo, bastaría con ir sumando términos.

Vamos ahora a introducir las **preferencias** del consumidor en este análisis. Se suele decir que, en general, los individuos son **aversos al riesgo.** Esto quiere decir que, **ante una renta alta, pero incierta, prefieren una renta más baja pero segura.** Sin embargo, también existen individuos **amantes del riesgo,** es decir, **prefieren arriesgar por una renta alta pero incierta a quedarse con una renta baja pero segura.** Este es el caso de todo individuo que juega a la lotería o juegos de azar en general. Son juegos en los que el valor esperado es negativo, esto es, juegos en los que solo cabe perder, pero el mero riesgo les reporta, de algún modo, satisfacción. El individuo racional sería el **neutral al riesgo,** es decir, el que **se basa en el valor esperado,** que es un valor objetivo, para tomar sus decisiones. En el ejercicio que veremos después, comprobaremos mediante ejemplos cómo se comportan estos individuos ante distintas situaciones.

Relacionado con lo anterior, podemos hablar de la **utilidad esperada** (*UE*). **Es el valor promedio de la utilidad de un individuo ante distintas** «condiciones futuras». Se calcula de forma análoga al valor esperado:

$$UE = \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i)$$

Simplificando a dos estados del mundo, podríamos escribir:

$$UE = p_1 U(x_1) + p_2 U(x_2)$$

© Ediciones Pirámide

Por último, vamos a definir el concepto de **equivalente cierto** (*EC*), que **es la renta segura que habría que darle a un individuo para que su satisfacción fuese la misma que arriesgando la renta que posee.** Dicho de otra manera, **es la renta que hace que se igualen su utilidad y su utilidad esperada.**

$$U(EC) = UE$$

Como suele ser habitual, un ejemplo práctico como el que tenemos a continuación ayudará a asimilar estos conceptos.

EJERCICIO 1. El valor esperado, utilidad esperada y equivalente cierto

Un individuo posee una riqueza de 800 unidades monetarias ($x = 800$). Existe una lotería en la que, pagando 100 unidades monetarias, con una probabilidad del 5%, ganaría 1.000 unidades monetarias.

a) ¿Cuál es el valor esperado de esta lotería?
b) Si su función de utilidad fuese $U = \sqrt{x}$, ¿qué tipo de individuo sería? ¿Cuál sería su equivalente cierto?
c) Si su función de utilidad fuese $U = x$, ¿qué tipo de individuo sería? ¿Cuál sería su equivalente cierto? ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por un seguro que cubriese las pérdidas?
d) Si su función de utilidad fuese $U = x^2$, ¿qué tipo de individuo sería? ¿Cuál sería su equivalente cierto? ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por un seguro que cubriese las pérdidas?

Solución

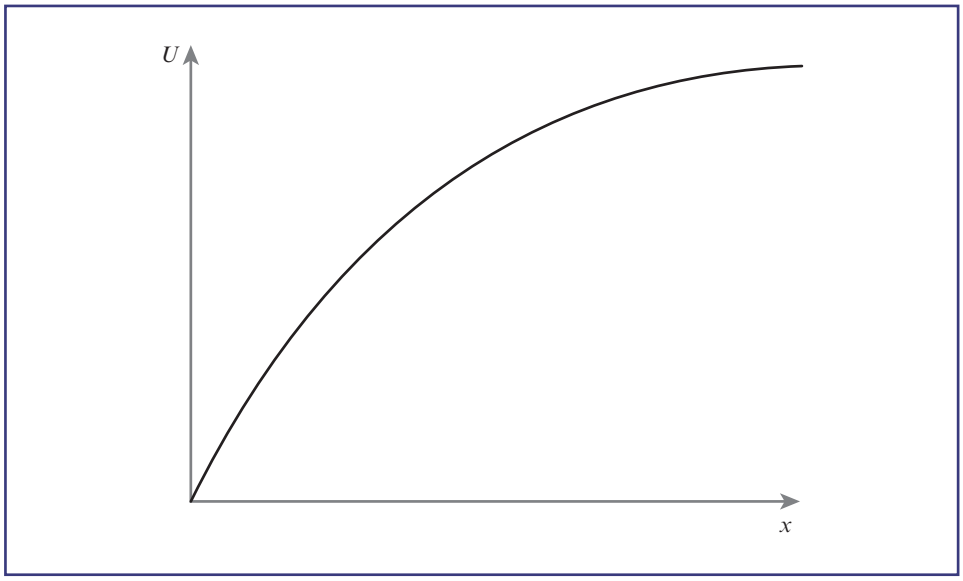
a) El valor esperado es una media ponderada de la riqueza que tendrá el individuo en las distintas «condiciones futuras». Con una probabilidad del 5% ($p_1 = 0{,}05$), su riqueza quedará en 1.700 unidades monetarias. Recordemos que posee 800 unidades monetarias inicialmente, gasta 100 en la lotería y gana 1.000 si le toca ($x_1 = 1.700$). Sin embargo, con una probabilidad del 95% ($p_2 = 0{,}95$), su riqueza se reducirá hasta 700 unidades monetarias ($x_2 = 700$). Aplicando la fórmula que hemos aprendido previamente, obtenemos:

$$VE = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = \sum_{i=1}^{2} p_i x_i = p_1 x_1 + p_2 x_2 = 0{,}05 \cdot 1.700 + 0{,}95 \cdot 700 = 750$$

© Ediciones Pirámide

De media, el valor de su riqueza será de 750 unidades monetarias si juega esa lotería. Un individuo racional no jugaría dicha lotería porque el valor cierto de su riqueza es de 800 unidades monetarias si no juega y de 750 si juega.

b) Podemos representar gráficamente la función de utilidad de un individuo situando la riqueza en el eje horizontal y la propia utilidad en el eje vertical, de modo que nos quedase lo siguiente:



Este tipo de funciones de utilidad, las que gráficamente visualizamos como curvas cóncavas, se corresponden con individuos aversos al riesgo. Veamos por qué. Su utilidad esperada sería:

$$UE = \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i) = p_1 U(x_1) + p_2 U(x_2) = 0{,}05\sqrt{1.700} + 0{,}95\sqrt{700} \approx 27{,}19$$

Sin embargo, si calculamos su utilidad cierta, que es aquella que se corresponde con su renta segura, obtendríamos:

$$U = \sqrt{x} = \sqrt{800} \approx 28{,}28$$

Como podemos ver, la satisfacción que obtendría este individuo sería mayor en el caso de no jugar dicha lotería, por lo que no jugaría.

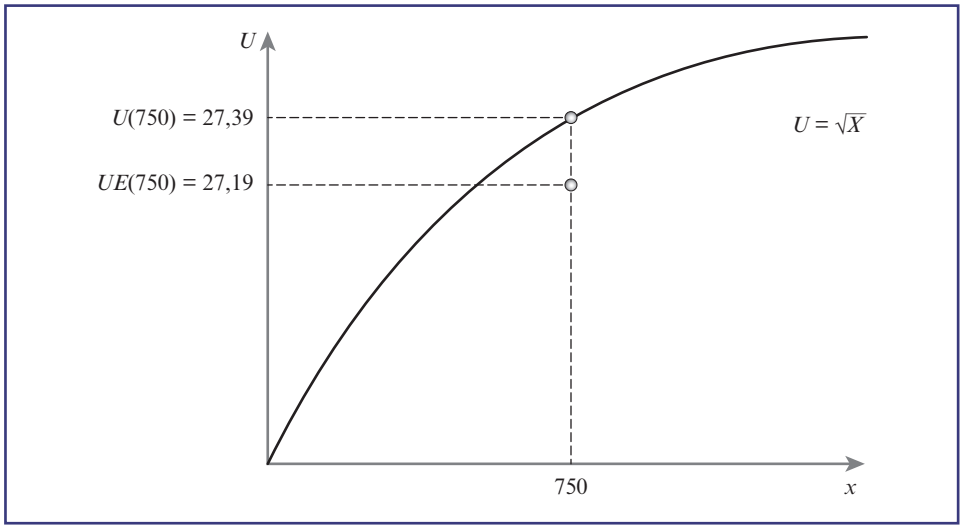
© Ediciones Pirámide

El equivalente cierto de esta lotería se correspondería con la renta cierta que le daría la misma satisfacción que la renta incierta de la lotería. Es decir, aquella que cumple que la utilidad se iguala a la utilidad esperada:

$$U(EC) = UE$$
$$\sqrt{x} = 27{,}19 \;\rightarrow\; x \approx 739{,}3$$

Lo que esto quiere decir es que este individuo preferiría quedarse con 739,3 unidades monetarias seguras antes que jugar a esta lotería, que de media le pagaría 750 unidades monetarias, es decir, una cantidad mayor, lo cual no es racional, porque es un individuo averso al riesgo.

Gráficamente podemos observar que este individuo es averso al riesgo en el siguiente gráfico. La utilidad que obtiene de la renta segura de 750 [$U(750) = \sqrt{750} \approx 27{,}39$] es mayor que la utilidad que obtiene de una misma renta incierta, pero cuyo valor esperado es también 750 [$UE(750) \approx 27{,}19$].



c) Las utilidades lineales, como las de este apartado, indican individuos neutrales al riesgo o, lo que es lo mismo, racionales. Si calculamos la utilidad esperada de esta lotería para este individuo, obtenemos:

$$UE = \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i) = p_1 U(x_1) + p_2 U(x_2) = 0{,}05 \cdot 1.700 + 0{,}95 \cdot 700 = 750$$

Por su parte, la utilidad que obtendría de una renta cierta de 750 unidades monetarias coincidiría con el valor esperado de la lotería:

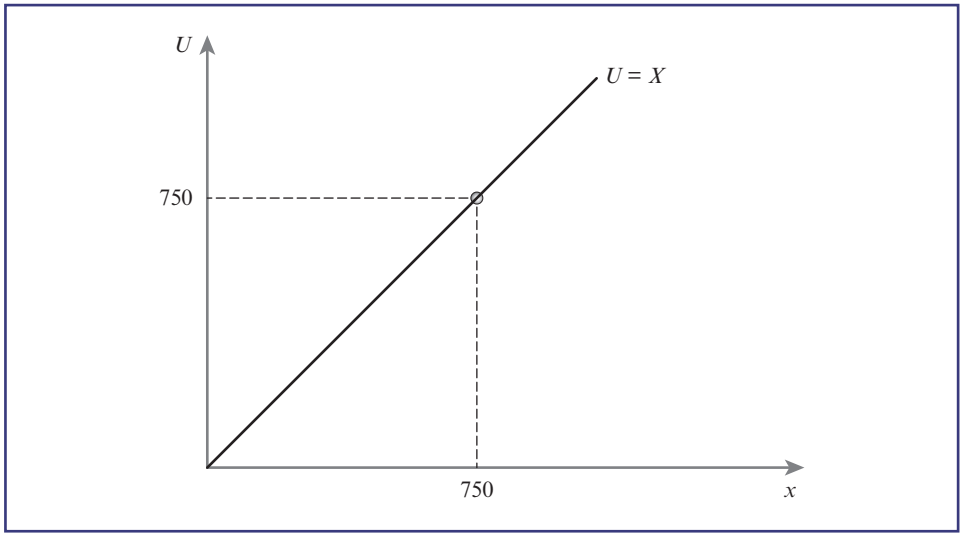
$$U = x = 750$$

© Ediciones Pirámide

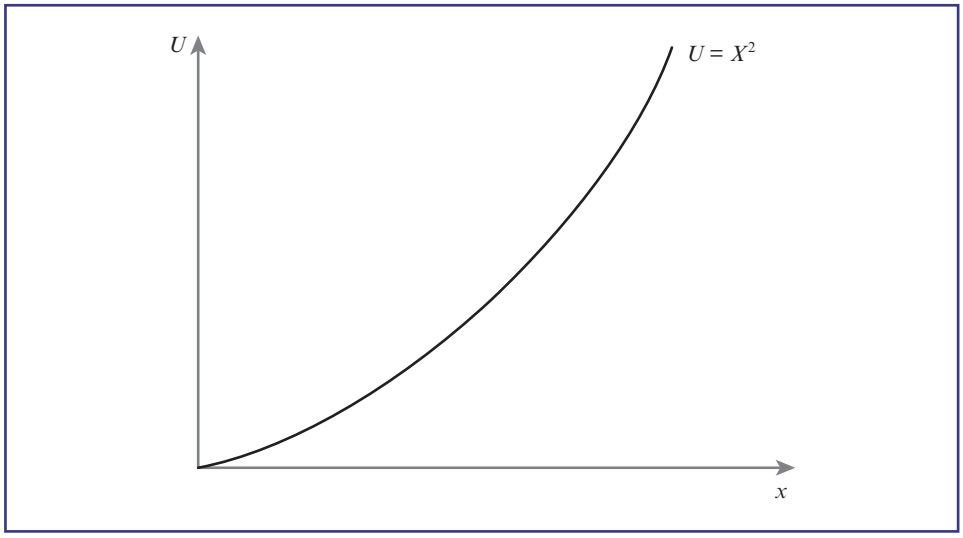
El equivalente cierto de esta lotería para este individuo coincidirá con el valor esperado:

$$U(EC) = UE \rightarrow x = 750$$

La representación gráfica sería la siguiente:



d) Llegamos al caso del individuo amante del riesgo. Gráficamente es fácil de identificar porque se corresponde con curvas convexas:



© Ediciones Pirámide

Pero para demostrar que esto es cierto, recurriremos a los cálculos numéricos. En primer lugar, calculemos la utilidad esperada de esta lotería para este individuo:

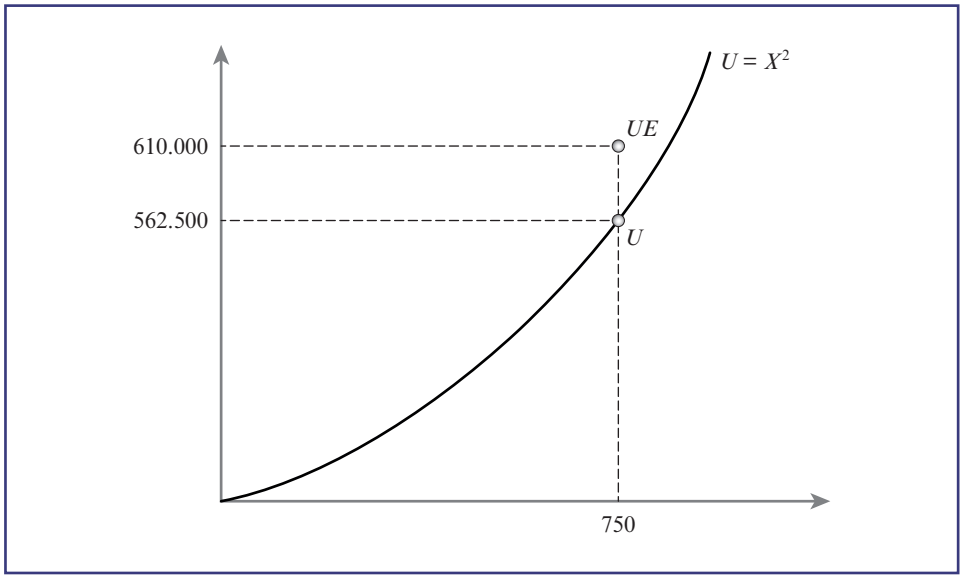
$$UE = \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i) = p_1 U(x_1) + p_2 U(x_2) = 0{,}05 \cdot 1.700^2 + 0{,}95 \cdot 700^2 = 610.000$$

NOTA: *recordemos que los valores numéricos de la utilidad no tienen interpretación económica en cuanto a su valor cardinal, solo en cuanto a su valor ordinal. Es decir, una utilidad, cuanto mayor sea, mayor satisfacción representa, pero el valor numérico en sí no significa nada.*

Sin embargo, la utilidad que este individuo obtendría de una renta cierta de 750 unidades monetarias sería:

$$U = x^2 = (750)^2 = 562.500$$

cuyo resultado es menor que la utilidad esperada, demostrando que a este individuo le da más satisfacción arriesgarse por una renta incierta de 750 unidades monetarias que quedarse directamente con dicha renta.



El equivalente cierto para este individuo sería:

$$U(EC) = UE \;\rightarrow\; x^2 = 610.000 \;\rightarrow\; x \approx 781$$

© Ediciones Pirámide

Lo que significa que si le diésemos 781 unidades monetarias, su satisfacción sería la misma que obtendría con una lotería que le diese de media 750 unidades monetarias. Él prefiere el riesgo porque le reporta satisfacción.

13.2. LOS SEGUROS

Es posible que un individuo quiera evitar el riesgo de los distintos estados de la naturaleza contratando algún seguro. En el mundo real solemos asegurar nuestras viviendas, automóviles o incluso nuestras inversiones, es algo de lo más cotidiano. En este punto, basándonos en lo que aprendimos en el punto anterior, vamos a aprender a **calcular si merece la pena contratar un seguro que cubra las posibles pérdidas** de nuestra riqueza y cuánto estaríamos dispuestos a pagar por dichos seguros.

EJERCICIO 2. Los seguros

Un individuo, con preferencias representables por la función de utilidad $U = 2\sqrt{x}$, posee un vehículo valorado en 30.000 unidades monetarias. Tiene una probabilidad del 2% de sufrir un accidente que dejaría el vehículo convertido en chatarra, cuyo valor sería de 2.000 unidades monetarias. Tiene la posibilidad de contratar un seguro con un coste de 1.000 unidades monetarias que cubriría todas las posibles pérdidas.

a) ¿Contrataría dicho seguro?
b) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar, como máximo, por dicho seguro?

SOLUCIÓN

a) Vamos a comenzar calculando cuál sería su utilidad esperada en caso de no contratar el seguro. Tendría una probabilidad del 98% ($p_1 = 0{,}98$) de no sufrir accidente alguno, en cuyo caso el valor de su riqueza sería 30.000 unidades monetarias ($x_1 = 30.000$), que es el valor del vehículo. Por otro lado, la probabilidad de sufrir un accidente que deje su vehículo con un valor residual de 2.000 unidades monetarias ($x_2 = 2.000$) es del 2% ($p_2 = 0{,}02$). Por tanto, su utilidad esperada quedaría:

$$UE = \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i) = p_1 U(x_1) + p_2 U(x_2) = 0{,}98 \cdot 2\sqrt{30.000} + 0{,}02 \cdot 2\sqrt{2.000} \approx 341{,}27$$

© Ediciones Pirámide

Si contratase el seguro, de coste 1.000 unidades monetarias, su riqueza se quedaría en 29.000 unidades monetarias ($x = 29.000$), sufra o no sufra el accidente, ya que el seguro le cubre en caso de sufrirlo compensando el valor de la pérdida. Sería por tanto una renta cierta. Habría que calcular la utilidad que le reportaría esta situación:

$$U = 2\sqrt{x} = 2\sqrt{29.000} \approx 340,59$$

Vemos que la utilidad que obtendría si contratase el seguro sería menor que si no lo contratase, por lo que en estas condiciones no lo contrataría.

b) Para que le mereciese la pena contratar el seguro, la satisfacción que tendría que reportarle debería ser, al menos, la misma que si no lo contratase. Es decir, que su utilidad sea, como mínimo:

$$U = 2\sqrt{x} = 341,27$$

Debemos despejar la riqueza segura (x) que le daría esa utilidad:

$$2\sqrt{x} = 341,27 \rightarrow \sqrt{x} = 170,64 \rightarrow x \approx 29.116,3$$

Lo máximo que estaría dispuesto a pagar por el seguro sería una cifra que le dejase una renta de al menos 29.116,3 unidades monetarias. Como el valor del vehículo es de 30.000 unidades monetarias, la diferencia entre ambos valores sería lo que podría llegar a pagar por el seguro:

$$30.000 - 29.116,3 \approx 883,7$$

13.3. EL VALOR DE LA INFORMACIÓN PERFECTA

La incertidumbre acerca de los distintos estados de la naturaleza provoca que los resultados obtenidos sean inciertos y, por tanto, tomemos nuestras decisiones en base a probabilidades y valores esperados. Sin embargo, si pudiéramos pagar por saber lo que va a pasar, seguramente lo haríamos siempre que fuese una cifra que no nos parezca demasiado elevada. En esto es justo en lo que consiste este punto, **calcular el valor de la información perfecta,** o sea, **cuánto estaríamos dispuestos a pagar por saber lo que va a pasar.**

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 3. El valor de la información perfecta

Un individuo posee como riqueza 450 unidades monetarias. Su función de utilidad es $U = \sqrt{x}$, siendo x el valor de su riqueza. Su ordenador se ha estropeado y el coste de la reparación depende de lo complicada que esta sea. Con una probabilidad del 30%, el coste sería de 200 unidades monetarias, pero con una probabilidad del 70% el coste sería de 450 unidades monetarias. El coste de comprar un nuevo ordenador sería de 400 unidades monetarias.

a) ¿Decidirá este individuo reparar el ordenador?
b) ¿Cuál sería el valor de la información perfecta en este caso?

SOLUCIÓN

a) En primer lugar, vamos a calcular cuál sería su utilidad esperada en caso de decidir repararlo. Con una probabilidad del 30% ($p_1 = 0{,}3$), el coste de la reparación le dejaría con una riqueza de 250 unidades monetarias ($x_1 = 250$). Con una probabilidad del 70% ($p_2 = 0{,}7$), la avería sería grave y le dejaría con una riqueza de 0 unidades monetarias ($x_2 = 0$), dado que el coste de la reparación sería el mismo que el valor de su riqueza. Por consiguiente, su utilidad esperada quedaría:

$$UE = \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i) = p_1 U(x_1) + p_2 U(x_2) = 0{,}3 \cdot \sqrt{250} + 0{,}7 \cdot \sqrt{0} \approx 4{,}74$$

Sin embargo, tiene la posibilidad de no arreglar el ordenador y comprar directamente uno nuevo, con lo que su utilidad sería segura y quedaría de la siguiente manera:

$$U = \sqrt{x} = \sqrt{50} \approx 7{,}07$$

Como la utilidad de arreglarlo es menor que la de no arreglarlo, este individuo decidirá no arreglar el ordenador y comprarse directamente uno nuevo.

b) Ahora bien, si pudiese pagar por conocer el coste de la reparación antes de decidir si arregla o no el ordenador, ¿cuánto estaría dispuesto a pagar por dicha información? Llamemos M a ese valor. Si lo pudiéramos pagar, nuestra utilidad esperada de la reparación quedaría:

$$UE = \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i) = p_1 U(x_1 - M) + p_2 U(x_2 - M) = 0{,}3 \cdot \sqrt{250 - M} + 0{,}7 \cdot \sqrt{0 - M}$$

© Ediciones Pirámide

¿Cuánto podría llegar a ser el valor de esa renta M que estaría dispuesto a pagar por conocer el coste de la reparación? Un valor que me diese, al menos, la misma satisfacción que obtendría si no reparase el ordenador, es decir, un valor que me proporcionase al menos una utilidad esperada de 7,07. Si igualamos la utilidad esperada a 7,07 y despejamos M, podremos conocer el valor de la información perfecta:

$$0{,}3\cdot\sqrt{250-M}+0{,}7\cdot\sqrt{0-M}=7{,}07 \;\rightarrow\; [0{,}3\cdot\sqrt{250-M}+0{,}7\cdot\sqrt{-M}\,]^2=7{,}07^2 \;\rightarrow$$
$$0{,}09\cdot(250-M)+0{,}42\cdot(250-M)(-M)+0{,}49(-M)=50 \;\rightarrow\; M\approx 251{,}12$$

NOTA: *recordemos que el desarrollo del cuadrado de una suma es*

$$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$$

lo que significa que este individuo estaría dispuesto a pagar hasta 251,12 unidades monetarias por conocer el coste de la reparación antes de realizarla.

© Ediciones Pirámide

14 El equilibrio general competitivo

14.1. LA ECONOMÍA DE INTERCAMBIO PURO

En este capítulo, vamos a tratar de aunar todos los conocimientos adquiridos a lo largo del resto del libro. Trataremos las decisiones del consumidor y del productor en un contexto competitivo, es decir, ante la **presencia de otros consumidores o productores que puedan afectar a sus decisiones óptimas.**

En una economía de intercambio puro, para simplificar, supondremos que solamente existen **dos individuos,** A y B, que llegan a este mundo **con una dotación inicial de bienes.** Llamaremos $(\overline{x_A}, \overline{y_A})$ a la dotación de bienes x e y, respectivamente, del individuo A, y llamaremos $(\overline{x_B}, \overline{y_B})$ a la dotación de bienes x e y, respectivamente, del individuo B. Si lo pensamos, esta interpretación no dista mucho de la realidad. Hay personas que nacen en familias acomodadas con una gran dotación inicial a su disposición y hay otros individuos que se encuentran en situaciones poco ventajosas en ese sentido. De esta manera, **tendremos una dotación total de bienes** $(\overline{x}, \overline{y})$ **que será la suma de ambas cantidades,** de modo que podemos escribir lo siguiente:

$$\overline{x_A} + \overline{x_B} = \overline{x}$$
$$\overline{y_A} + \overline{y_B} = \overline{y}$$

Por ejemplo, imaginemos que en una economía de intercambio puro existen dos individuos. El primero de ellos (individuo A) posee 7 unidades de x y el segundo de ellos (individuo B) posee 3 unidades de x. En cuanto al bien y, poseen 6 y 2 unidades respectivamente. Podríamos escribir que sus dotaciones iniciales son:

$$(\overline{x_A}, \overline{y_A}) = (7, 6)$$
$$(\overline{x_B}, \overline{y_B}) = (3, 2)$$

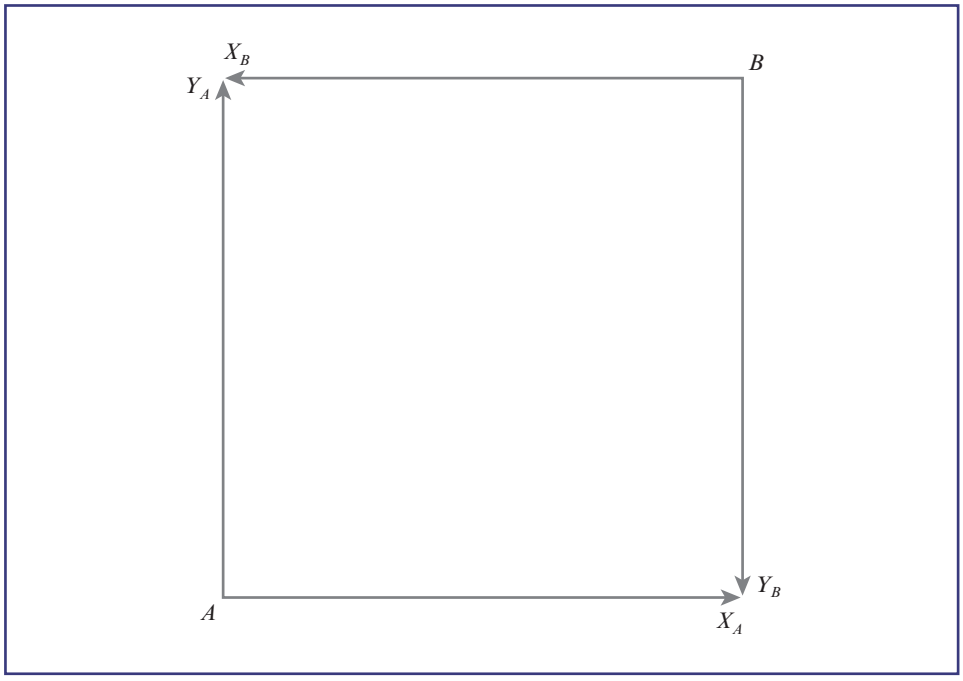
© Ediciones Pirámide

También podríamos calcular la dotación total de cada bien:

$$\overline{x_A} + \overline{x_B} = \bar{x} \;\rightarrow\; 7 + 3 = \bar{x} \;\rightarrow\; \bar{x} = 10$$
$$\overline{y_A} + \overline{y_B} = \bar{y} \;\rightarrow\; 6 + 2 = \bar{y} \;\rightarrow\; \bar{y} = 8$$

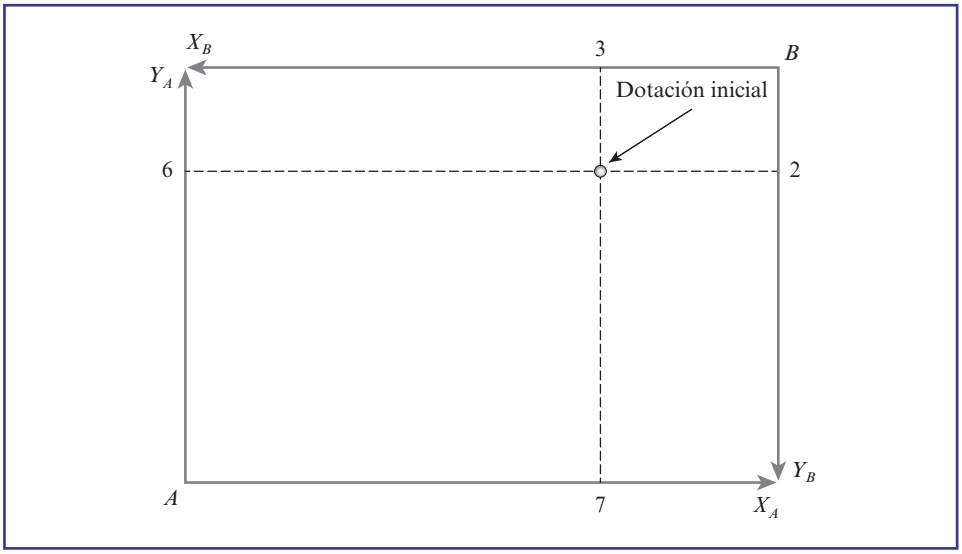
Existe un instrumento gráfico, llamado **caja de Edgeworth**, **que nos va a permitir representar las dotaciones de bienes de la economía** y, además, **representar preferencias y restricciones presupuestarias,** lo cual será de gran utilidad para resolver el problema de optimización al que nos enfrentaremos.

Gracias a la caja de Edgeworth representaremos en los ejes habituales al individuo *A*, de manera que el eje vertical de la izquierda (véase gráfico a continuación) representará la cantidad de unidades de *y* que le corresponden y el eje horizontal de abajo representará las de *x*. El individuo *B* se representará en los ejes opuestos y bocabajo, esto es, el eje vertical de la derecha se corresponderá con sus unidades de *y*, mientras que el eje horizontal de arriba lo hará con las de *x*. Tenemos a continuación una representación de esta caja de Edgeworth:

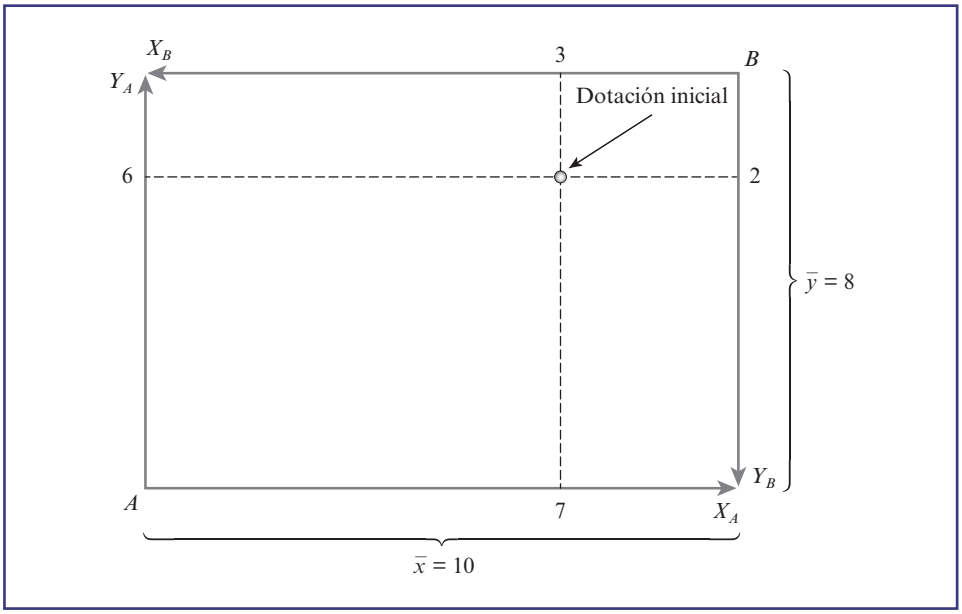


Ahora que ya conocemos el funcionamiento básico de la caja de Edgeworth, podemos proceder a representar las dotaciones iniciales que propusimos en el ejemplo previo:

© Ediciones Pirámide



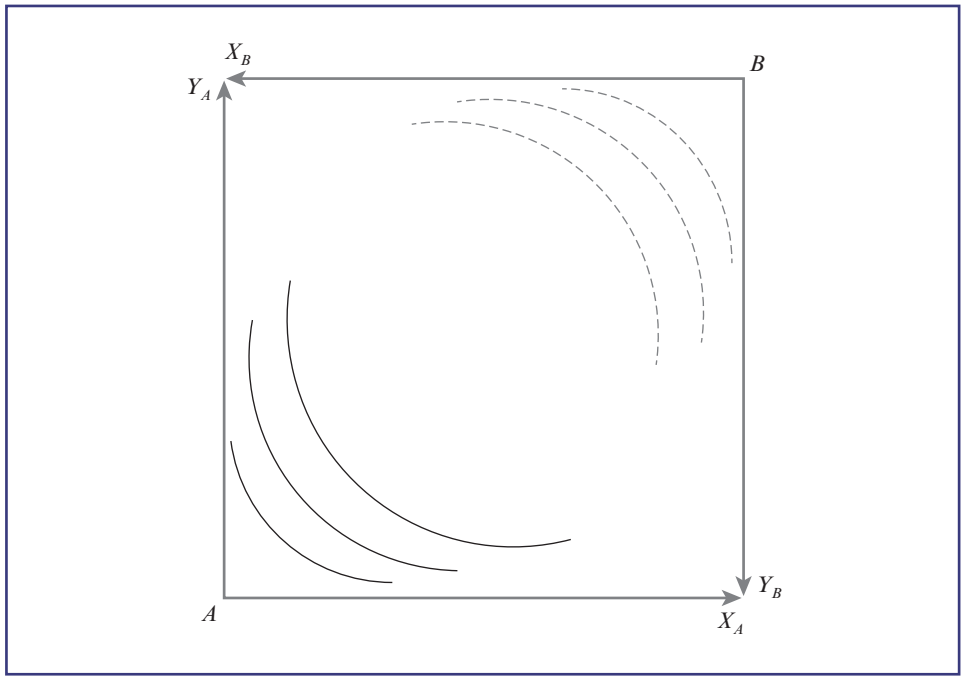
Nótese que la altura total de la caja se corresponderá con la dotación total de unidades del bien y, que es la suma de las dotaciones iniciales de dicho bien para cada individuo, y que la anchura de la caja se corresponderá con la dotación total de unidades de x, calculada como la suma de las dotaciones iniciales de ese bien para cada individuo:



© Ediciones Pirámide

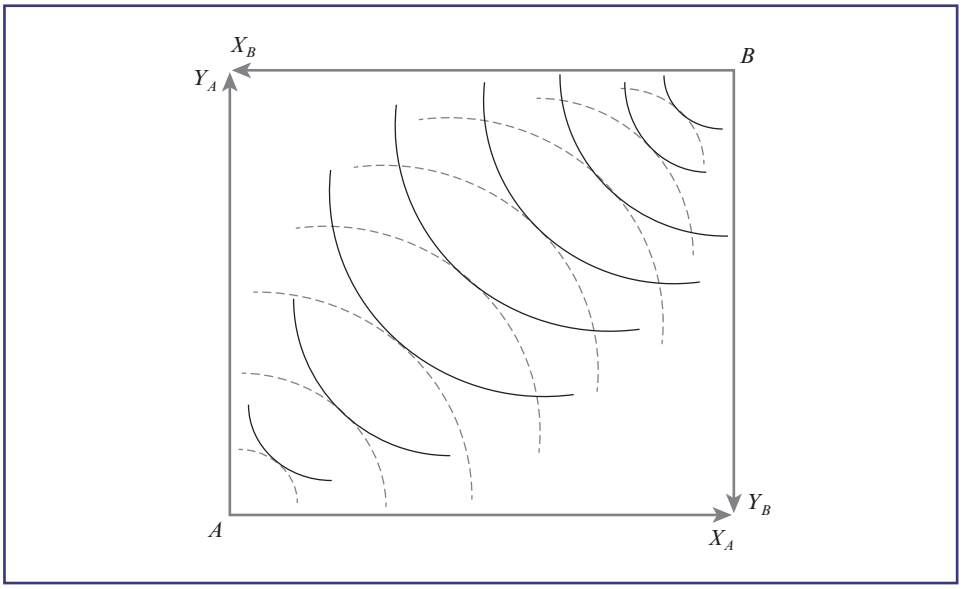
Recordemos que estamos ante una economía de **intercambio puro.** Esto quiere decir que **no existe la producción de bienes,** las únicas cantidades que existen son las de las dotaciones iniciales, y no se pueden crear más. Por tanto, los individuos solo pueden intercambiarlas entre sí. Y **lo harán de forma que maximicen su satisfacción, dada su restricción presupuestaria.** Como sabemos de los capítulos 5 y 6, la máxima satisfacción se alcanza buscando la curva de indiferencia más alejada posible del origen. Cada curva de indiferencia representa un nivel de satisfacción, que va aumentando a medida que nos alejamos del origen de coordenadas.

En el gráfico siguiente podemos ver representadas algunas curvas de indiferencia para cada individuo:

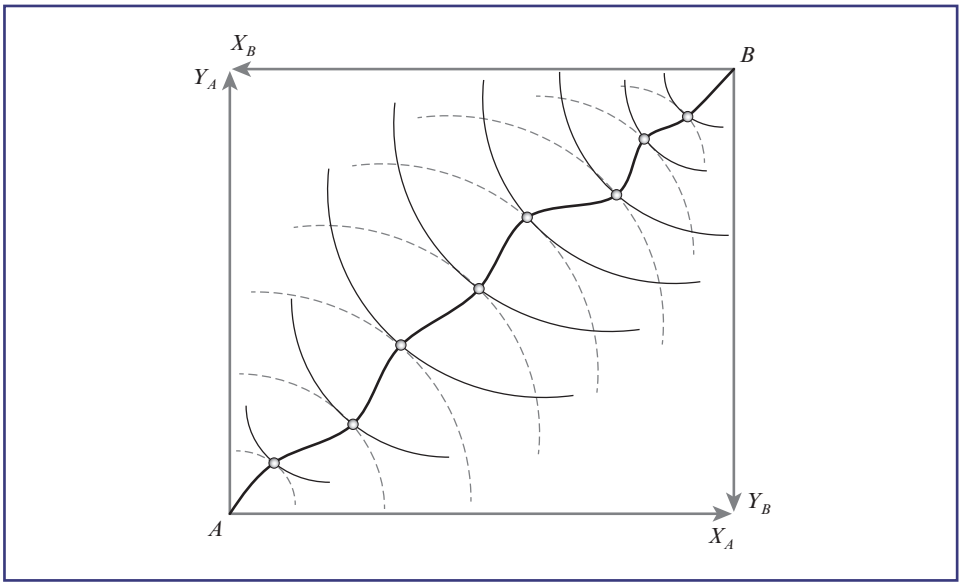


Si continuamos dibujando curvas de indiferencia (se pueden dibujar infinitas), encontraremos que **para cada curva de indiferencia del individuo A existe una curva de indiferencia del individuo B que hace tangencia,** es decir, toca en un solo punto con ella. La importancia de cada uno de esos infinitos puntos de tangencia se traduce en que, **dado un nivel de satisfacción concreto** (curva de indiferencia concreta), **el otro individuo puede alcanzar su curva de indiferencia más alejada posible en ese punto.**

© Ediciones Pirámide



Dicho con otras palabras, **cada uno de esos puntos de tangencia es un posible punto de equilibrio porque representa la máxima satisfacción posible de un individuo, dada la satisfacción del otro.** Si unimos todos esos puntos con una línea, obtenemos un concepto llamado **curva de contrato,** que podemos calcular usando la idea de **tangencia entre dos curvas, donde las pendientes se igualan**.



© Ediciones Pirámide

Y, como las pendientes de las curvas de indiferencia se calculan mediante la relación marginal de sustitución (*RMS*), podemos escribir la siguiente condición de equilibrio:

$$RMS_A = RMS_B$$

siendo RMS_A la relación marginal de sustitución del individuo *A* y RMS_B la relación marginal de sustitución del individuo *B*. En conclusión, **la curva de contrato es la línea que une todos aquellos puntos que pueden ser equilibrio general, dado que son eficientes u óptimos de Pareto.**

Por otro lado, dicho equilibrio tiene que ser acorde con el poder adquisitivo de cada individuo, esto es, con su restricción presupuestaria. **El presupuesto de cada consumidor dependerá de su riqueza** y, recordemos, **lo único que poseen estos individuos es su dotación inicial,** por lo que cuando escribamos su restricción presupuestaria haremos una pequeña modificación y, en lugar de utilizar *R* para simbolizar su renta, utilizaremos $p_x\overline{x_A} + p_y\overline{y_A}$ para el individuo *A* y $p_x\overline{x_B} + p_y\overline{y_B}$ para el individuo *B*. Estas expresiones representan el valor económico de sus dotaciones iniciales, puesto que son el precio de cada bien multiplicado por la cantidad que poseen inicialmente de dicho bien. Por tanto, podemos escribir la restricción presupuestaria de este problema, para cada consumidor *A* y *B*, como podemos ver a continuación:

$$p_x x_A + p_y y_A = p_x\overline{x_A} + p_y\overline{y_A}$$
$$p_x x_B + p_y y_B = p_x\overline{x_B} + p_y\overline{y_B}$$

Teniendo todo esto en cuenta, nos encontraremos que existirá **un único punto de equilibrio** que cumpla estas condiciones**, en el cual cada individuo alcanzará su máxima satisfacción posible dada su restricción presupuestaria.** Como cada consumidor tratará de maximizar su satisfacción individualmente y sabemos que la condición para que ello ocurra para cada individuo *A* y *B* es $RMS = p_x/p_y$ (capítulo 6), podemos ampliar la condición de equilibrio general a:

$$RMS_A = RMS_B = \frac{p_x}{p_y}$$

Lo habitual será que la dotación inicial no se encuentre sobre la curva de contrato, sino en algún otro punto de la caja, de modo que no será punto de equilibrio. Sin embargo, **si la dotación inicial se encontrase sobre la curva de contrato, dicha dotación será también el equilibrio general competitivo.**

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO 1. La economía de intercambio puro

En una economía de intercambio puro existen dos individuos, A y B, cada uno de ellos con una función de utilidad

$$U_A = x_A^{1/3} y_A^{2/3} \quad \text{y} \quad U_B = x_B^{2/3} y_B^{1/3}$$

Se sabe que la dotación inicial del individuo A es 2 unidades de x y 4 unidades de y, mientras que para el individuo B son 6 y 2 respectivamente.

a) Calcule la curva de contrato de esta economía.
b) Calcule los precios relativos de equilibrio.
c) Calcule el equilibrio general competitivo.

SOLUCIÓN

a) Antes de centrarnos en la curva de contrato en sí, debemos establecer adecuadamente las dimensiones de la caja de Edgeworth. Recordemos que el eje horizontal representará la cantidad total de unidades de x de la economía y que el eje vertical representará las de y. Los individuos de este problema poseen unas dotaciones iniciales de bienes tales que:

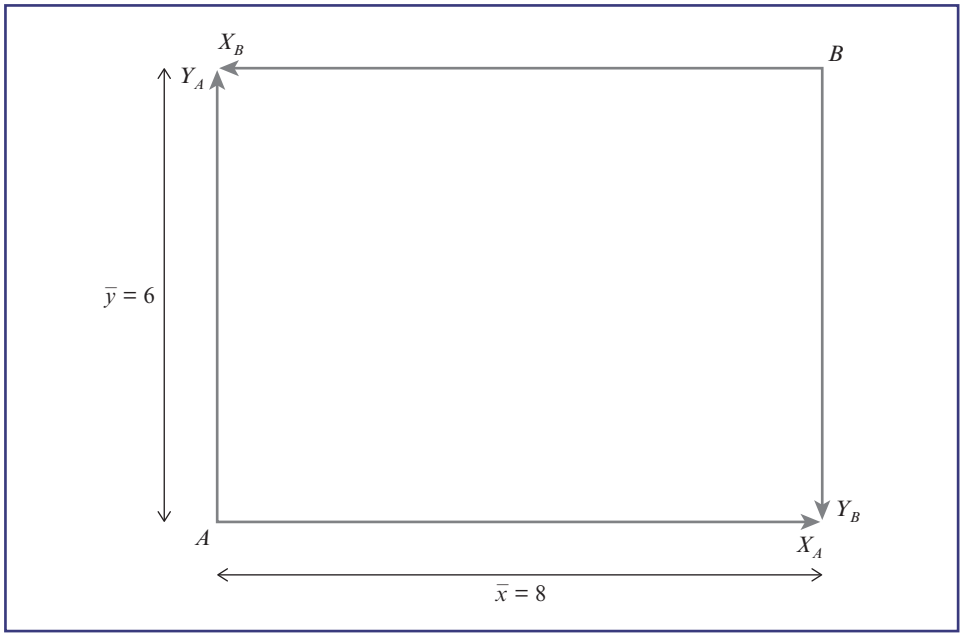
$$(\overline{x_A}, \overline{y_A}) = (2, 4)$$
$$(\overline{x_B}, \overline{y_B}) = (6, 2)$$

Por tanto, las cantidades totales son:

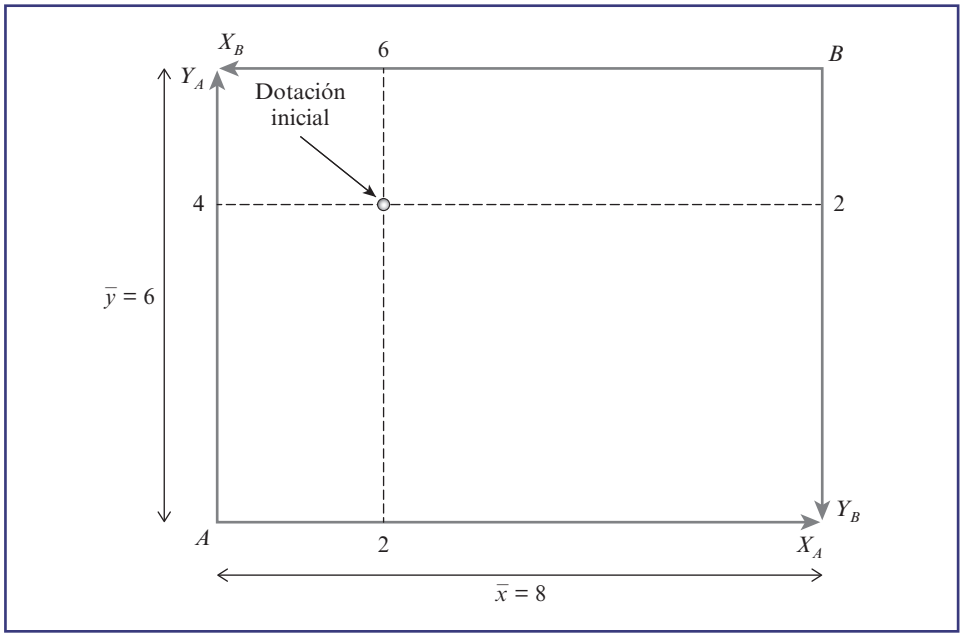
$$\overline{x_A} + \overline{x_B} = \overline{x} \;\rightarrow\; 2 + 6 = \overline{x} \;\rightarrow\; \overline{x} = 8$$
$$\overline{y_A} + \overline{y_B} = \overline{y} \;\rightarrow\; 4 + 2 = \overline{y} \;\rightarrow\; \overline{y} = 6$$

De tal manera que la caja de Edgeworth tendrá las siguientes proporciones:

© Ediciones Pirámide



Además, es posible también representar la dotación inicial de los consumidores como un punto concreto de la caja:



© Ediciones Pirámide

La curva de contrato es la línea que une todos los puntos eficientes u óptimos de Pareto de la economía. Nos interesa porque uno de esos puntos será el del equilibrio general competitivo. Se calcula buscando la máxima satisfacción posible de un individuo dada la satisfacción del otro. Dicho con otras palabras, para cada curva de indiferencia de un individuo buscamos la curva de indiferencia más alejada posible del otro, lo que nos dará una serie de puntos de tangencia entre dichas curvas que conforman lo que se conoce como curva de contrato. Como sabemos, en el punto donde dos curvas hacen tangencia igualan sus pendientes, por lo que la condición de óptimo de Pareto es:

$$RMS_A = RMS_B$$

Calcularemos ambas relaciones marginales de sustitución como el cociente de sus respectivas utilidades marginales:

$$\frac{UMa_A(x)}{UMa_A(y)} = \frac{UMa_B(x)}{UMa_B(y)}$$

La utilidad marginal se calcula como la derivada parcial de la función de utilidad, de modo que operando obtenemos:

$$\frac{\frac{1}{3}x_A^{(1/3)-1}y_A^{2/3}}{\frac{2}{3}x_A^{1/3}y_A^{(2/3)-1}} = \frac{\frac{2}{3}x_B^{(2/3)-1}y_B^{1/3}}{\frac{1}{3}x_B^{2/3}y_B^{(1/3)-1}} \rightarrow \frac{x_A^{-2/3}y_A^{2/3}}{2x_A^{1/3}y_A^{-1/3}} = \frac{2x_B^{-1/3}y_B^{1/3}}{x_B^{2/3}y_B^{-2/3}} \rightarrow \frac{y_A}{2x_A} = \frac{2y_B}{x_B}$$

Hemos llegado a una igualdad que tiene cuatro variables (x_A, y_A, x_B, y_B), algo no muy manejable. Por ello vamos a realizar una sencilla sustitución que nos dejará una expresión con tan solo dos variables. Sabemos que en esta economía las cantidades de bienes x e y están predeterminadas. Concretamente existen en total 8 unidades de x ($\bar{x} = 8$) y 6 unidades de y ($\bar{y} = 6$). Los individuos poseen unas dotaciones iniciales de bienes que pueden intercambiar, pero al final la suma total de las cantidades que posean será 8 y 6 respectivamente. Por tanto, podemos escribir lo siguiente:

$$x_A + x_B = 8$$
$$y_A + y_B = 6$$

Y, despejando:

$$x_B = 8 - x_A$$
$$y_B = 6 - y_A$$

© Ediciones Pirámide

Ahora podemos sustituir estas expresiones en la igualdad de cuatro incógnitas que teníamos previamente para obtener lo siguiente:

$$\frac{y_A}{2x_A} = \frac{2y_B}{x_B} \rightarrow \frac{y_A}{2x_A} = \frac{2(6 - y_A)}{8 - x_A}$$

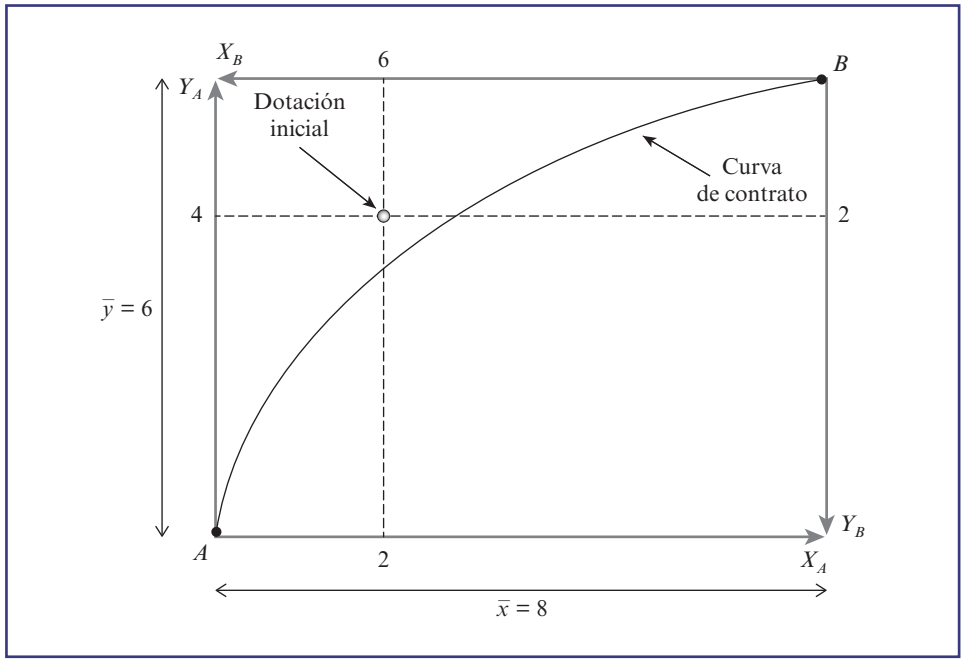
A continuación, podemos despejar la variable y_A para obtener finalmente la curva de contrato:

$$\frac{y_A}{2x_A} = \frac{2(6 - y_A)}{8 - x_A} \rightarrow y_A(8 - x_A) = 4x_A(6 - y_A) \rightarrow$$

$$8y_A - y_A x_A = 24x_A - 4y_A x_A \rightarrow$$

$$8y_A + 3y_A x_A = 24x_A \rightarrow y_A(8 + 3x_A) = 24x_A \rightarrow y_A = \frac{24x_A}{8 + 3x_A}$$

Podemos representar dicha curva en la caja de Edgeworth para obtener lo siguiente:



© Ediciones Pirámide

NOTA: *una pequeña advertencia sobre las curvas de contrato. Pueden adoptar prácticamente cualquier aspecto, pueden ser rectas o curvas, pueden salir de los orígenes de coordenadas o no. Lo que hemos de tener en cuenta es que disponemos de una función matemática que debemos utilizar para representarla correctamente. En ocasiones nos veremos obligados a dibujar este tipo de gráficos a mano. Si tenemos una hoja cuadriculada, es más sencilla, ya que cada unidad puede representar un cuadrado de la hoja. Si es una hoja en blanco, recomendamos utilizar una regla de tal modo que cada centímetro represente una unidad. Por ejemplo, en los gráficos de este ejercicio podríamos haber hecho una caja con forma rectangular de dimensiones 8 × 6 cm, que son las dotaciones totales de bienes. Por otro lado, para dibujar la curva lo idóneo sería dar distintos valores a* x_A *e ir dibujando los correspondientes puntos. Por ejemplo, unos valores adecuados para ello serían:* $x_A = 0$, $x_A = 8$, $x_A = 4$. *Estos valores son: el menor posible, el máximo posible y el valor medio, que nos darán valores de* y_A *que nos permitirán representar esos tres puntos, suficientes para hacernos una idea del aspecto de la curva de contrato.*

b) Para calcular los precios relativos (p_x/p_y) del equilibrio general competitivo, debemos en primer lugar resolver el problema de optimización de cada uno de los consumidores, lo cual aprendimos a hacer en el capítulo 6. Recordemos que es un proceso que realizamos en tres pasos (aunque para este problema bastará con realizar los dos primeros) y que ahora debemos hacer para cada uno de los consumidores. Resumiendo, necesitamos conocer las funciones de demanda de cada uno de los individuos.

INDIVIDUO A

1.º Cálculo de la senda de expansión. Aplicando su condición de máxima satisfacción:

$$RMS_A = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{UMa_A(x)}{UMa_A(y)} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{\frac{1}{3}x_A^{(1/3)-1}y_A^{2/3}}{\frac{2}{3}x_A^{1/3}y_A^{(2/3)-1}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{x_A^{-2/3}y_A^{2/3}}{2x_A^{1/3}y_A^{-1/3}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{y_A}{2x_A} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow y_A = \frac{2p_x}{p_y}x_A$$

2.º Cálculo de las funciones de demanda. Sustituyendo la senda de expansión en la restricción presupuestaria que, en intercambio puro, no tendrá la renta (R) como parámetro, sino que la riqueza del individuo provendrá de sus dotaciones iniciales, por lo que $R = p_x\overline{x_A} + p_y\overline{y_A}$:

© Ediciones Pirámide

$$p_x x_A + p_y y_A = p_x \overline{x_A} + p_y \overline{y_A}$$

Sustituyendo las dotaciones iniciales y la senda de expansión, obtenemos:

$$p_x x_A + p_y \frac{2p_x}{p_y} x_A = p_x \cdot 2 + p_y \cdot 4$$

Hemos llegado a una expresión con una sola incógnita (x_A), que debemos despejar para obtener la función de demanda del bien x para el individuo A (x_A^D):

$$p_x x_A + 2p_x x_A = 2p_x + 4p_y \;\rightarrow\; 3p_x x_A = 2p_x + 4p_y \;\rightarrow\; x_A^D = \frac{2p_x + 4p_y}{3p_x}$$

Para obtener la función de demanda del bien y para el individuo A (y_A^D), debemos sustituir la de x en la senda de expansión:

$$y_A = \frac{2p_x}{p_y} x_A \;\rightarrow\; y_A = \frac{2p_x}{p_y} \frac{2p_x + 4p_y}{3p_x} \;\rightarrow\; y_A^D = \frac{4p_x + 8p_y}{3p_y}$$

INDIVIDUO B

A continuación, seguiremos los mismos pasos para el otro consumidor.

1.º Cálculo de la senda de expansión. Aplicando su condición de máxima satisfacción:

$$RMS_B = \frac{p_x}{p_y} \;\rightarrow\; \frac{UMa_B(x)}{UMa_B(y)} = \frac{p_x}{p_y} \;\rightarrow\; \frac{\frac{2}{3} x_B^{(2/3)-1} y_B^{1/3}}{\frac{1}{3} x_B^{2/3} y_B^{(1/3)-1}} = \frac{p_x}{p_y} \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; \frac{2x_B^{-1/3} y_B^{1/3}}{x_B^{2/3} y_B^{-2/3}} = \frac{p_x}{p_y} \;\rightarrow\; \frac{2y_B}{x_B} = \frac{p_x}{p_y} \;\rightarrow\; y_B = \frac{p_x}{2p_y} x_B$$

2.º Cálculo de las funciones de demanda. Sustituyendo la senda de expansión en la restricción presupuestaria que, en intercambio puro, no tendrá la renta (R) como parámetro, sino que la riqueza del individuo provendrá de sus dotaciones iniciales, por lo que $R = p_x \overline{x_B} + p_y \overline{y_B}$:

© Ediciones Pirámide

$$p_x x_B + p_y y_B = p_x \overline{x_B} + p_y \overline{y_B}$$

Sustituyendo las dotaciones iniciales y la senda de expansión, obtenemos:

$$p_x x_B + p_y \frac{p_x}{2p_y} x_B = p_x \cdot 6 + p_y \cdot 2$$

Hemos llegado a una expresión con una sola incógnita (x_B), que debemos despejar para obtener la función de demanda del bien x para el individuo B (x_B^D):

$$p_x x_B + \frac{p_x}{2} x_B = 6p_x + 2p_y \;\rightarrow\; x_B\left(p_x + \frac{p_x}{2}\right) = 6p_x + 2p_y \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; x_B\left(\frac{3p_x}{2}\right) = 6p_x + 2p_y \;\rightarrow\; x_B^D = \frac{12p_x + 4p_y}{3p_x}$$

Para obtener la función de demanda del bien y para el individuo B (y_B^D), debemos sustituir la de x en su senda de expansión:

$$y_B = \frac{p_x}{2p_y} x_B \;\rightarrow\; y_B = \frac{p_x}{2p_y} \frac{12p_x + 4p_y}{3p_x} \;\rightarrow\; y_B^D = \frac{12p_x + 4p_y}{6p_y} \;\rightarrow\; y_B^D = \frac{6p_x + 2p_y}{3p_y}$$

Llegamos a la recta final del problema, en la que debemos construir un sistema de ecuaciones formado por las dotaciones totales de bienes y las funciones de demanda que acabamos de obtener. El sistema que debemos resolver parte de la siguiente idea:

$$\begin{cases} x_A + x_B = 8 \\ y_A + y_B = 6 \end{cases}$$

Tendremos dos ecuaciones con dos incógnitas (p_x,p_y). Nuestro objetivo principal será despejar el precio relativo de los bienes (p_x/p_y). Sustituyendo las funciones de demanda obtenemos:

$$\begin{cases} x_A + x_B = 8 \\ y_A + y_B = 6 \end{cases} \;\rightarrow\; \begin{cases} \dfrac{2p_x + 4p_y}{3p_x} + \dfrac{12p_x + 4p_y}{3p_x} = 8 \\ \dfrac{4p_x + 8p_y}{3p_y} + \dfrac{6p_x + 2p_y}{3p_y} = 6 \end{cases}$$

© Ediciones Pirámide

Tomando la primera ecuación:

$$\frac{2p_x + 4p_y}{3p_x} + \frac{12p_x + 4p_y}{3p_x} = 8 \;\rightarrow\; \frac{14p_x + 8p_y}{3p_x} = 8 \;\rightarrow\; 14p_x + 8p_y = 24p_x \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; 8p_y = 10p_x \;\rightarrow\; \frac{p_x}{p_y} = \frac{8}{10} \;\rightarrow\; \frac{p_x}{p_y} = \frac{4}{5}$$

c) En este último apartado nos piden calcular las cantidades finales de equilibrio de cada uno de los consumidores. **Si la dotación inicial hubiese pertenecido a la curva de contrato, ese habría sido el equilibrio general competitivo.** Sin embargo, dicha dotación se encontraba fuera de la curva, por lo que el equilibrio será otro punto, que calcularemos a continuación sustituyendo el precio relativo de los bienes en las funciones de demanda. Una pequeña advertencia es que podemos escribir $p_x/p_y = 4/5$ o, invirtiendo las fracciones, $p_y/p_x = 5/4$, lo cual será muy útil, como veremos en los siguientes cálculos:

$$x_A^D = \frac{2p_x + 4p_y}{3p_x} = \frac{2}{3} + \frac{4p_y}{3p_x} = \frac{2}{3} + \frac{4}{3}\frac{5}{4} = \frac{2}{3} + \frac{20}{12} = \frac{8+20}{12} = \frac{28}{12} \approx 2{,}33$$

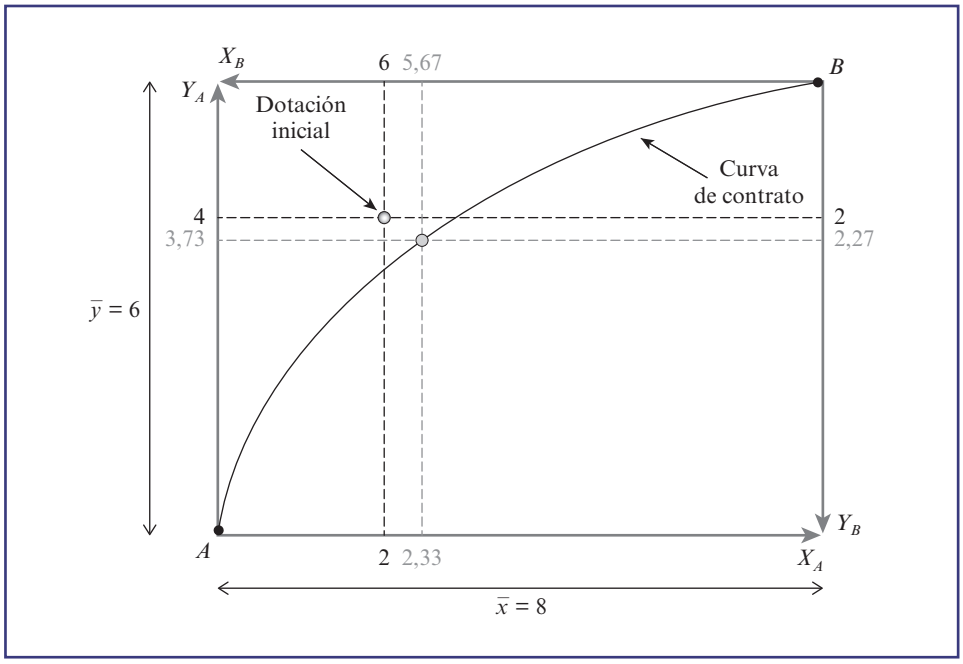
$$y_A^D = \frac{4p_x + 8p_y}{3p_y} = \frac{4p_x}{3p_y} + \frac{8}{3} = \frac{4}{3}\frac{4}{5} + \frac{8}{3} = \frac{16}{15} + \frac{8}{3} = \frac{16+40}{15} = \frac{56}{15} \approx 3{,}73$$

$$x_B^D = \frac{12p_x + 4p_y}{3p_x} = 4 + \frac{4p_y}{3p_x} = 4 + \frac{4}{3}\frac{5}{4} = 4 + \frac{20}{12} = 4 + \frac{5}{3} = \frac{12+5}{3} = \frac{17}{3} \approx 5{,}67$$

$$y_B^D = \frac{6p_x + 2p_y}{3p_y} = \frac{6p_x}{3p_y} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3}\frac{4}{5} + \frac{2}{3} = \frac{24}{15} + \frac{2}{3} = \frac{24+10}{15} = \frac{34}{15} \approx 2{,}27$$

Nótese que, si sumamos las cantidades demandadas por cada individuo, estas coinciden con las dotaciones totales de bienes. La representación gráfica de este equilibrio general competitivo quedaría como sigue:

© Ediciones Pirámide



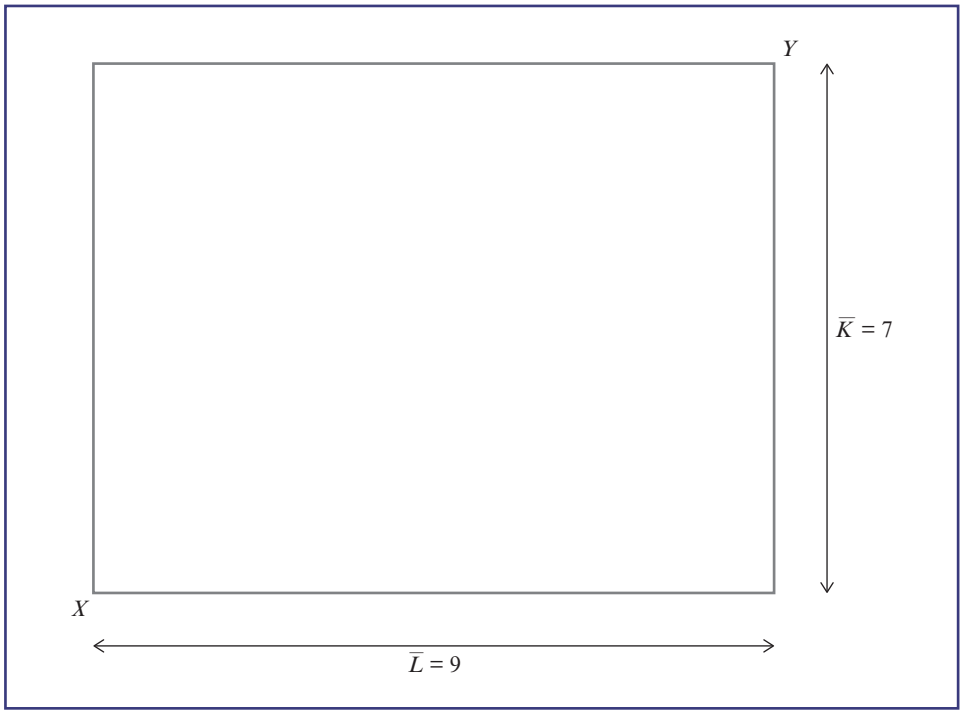
14.2. LA ECONOMÍA DE INTERCAMBIO CON PRODUCCIÓN

Quizá la economía de intercambio puro estudiada en el primer punto de este capítulo no describa con demasiada precisión el funcionamiento de una economía real, en la que los mercados de bienes deben tener en cuenta también las circunstancias de la producción. Por ello, en este punto, vamos a introducir la producción de bienes como parte del equilibrio general competitivo, y lo vamos a hacer con un modelo muy sencillo pero eficaz, como es el de la **economía de Robinson Crusoe.** Concretamente, vamos a suponer que en esta economía existe **un solo individuo, que va a ser a la vez el consumidor y el trabajador de dos empresas** que producen un bien cada una (x e y), que también **le pertenecen, utilizando dos factores productivos, trabajo (L) y capital (K).** Ahora, las dotaciones iniciales no serán las de los bienes, sino las de los factores productivos, siendo L el tiempo de que dispone Robinson para trabajar y K los utensilios y herramientas que utilice. **Debe decidir cuántas unidades producir de cada uno de los bienes en función de sus preferencias y en función de su capacidad productiva.**

Existirá, por tanto, una caja de Edgeworth de los factores productivos, como la del punto anterior, en la cual representaremos a las empresas (x e y) y sus producciones. El ancho de la caja vendrá determinado por la cantidad total de

© Ediciones Pirámide

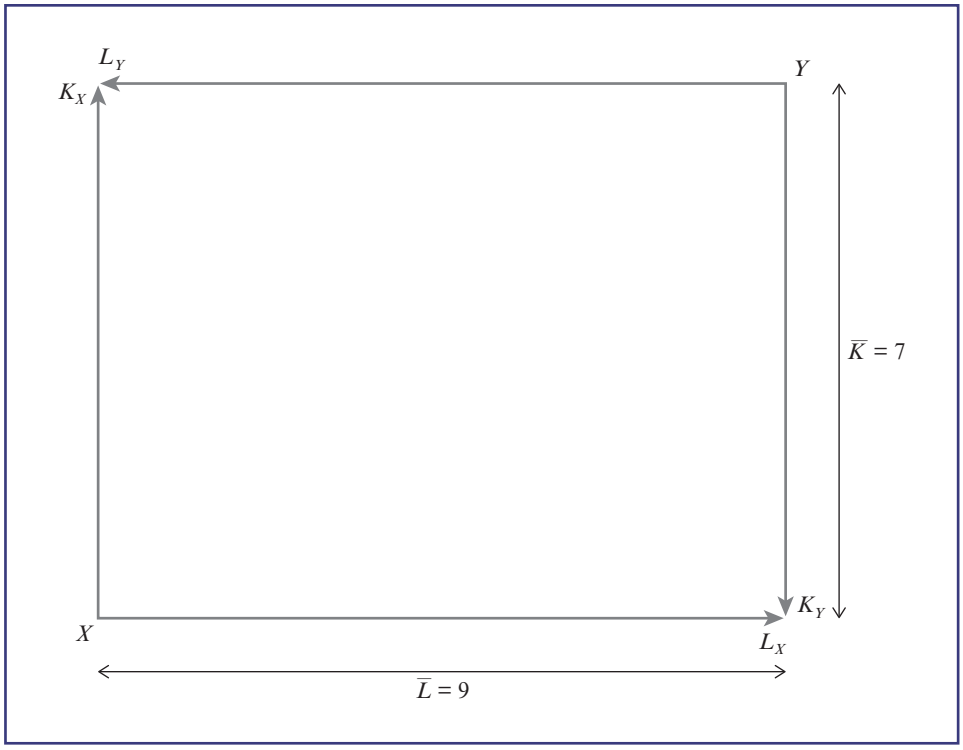
trabajo de que dispone Robinson ($\overline{L}$), y la altura, por la cantidad total de capital ($\overline{K}$). Por poner un ejemplo, supongamos que su dotación inicial de tiempo es 9 ($\overline{L} = 9$) y que dispone de 7 unidades de capital ($\overline{K} = 7$) su caja de Edgeworth tendría este aspecto:



Nótese que ubicamos la empresa que produce el bien x en el origen de coordenadas habitual (abajo a la izquierda), mientras que la empresa y aparece en los ejes contrapuestos. Esto es solo una convención y podrían intercambiarse ambos bienes sin afectar a los resultados.

El individuo puede utilizar sus dotaciones de tiempo y capital para producir un bien u otro, por lo que vamos a representar en el eje horizontal de abajo la cantidad de trabajo que utiliza para producir el bien x (L_x) y en el de arriba la cantidad de trabajo que dedica a producir el bien y (L_y). En cuanto a los ejes verticales, en el de la izquierda aparecerá la cantidad de capital que utiliza para producir el bien x (K_x), y en el de la derecha, la cantidad para y (K_y).

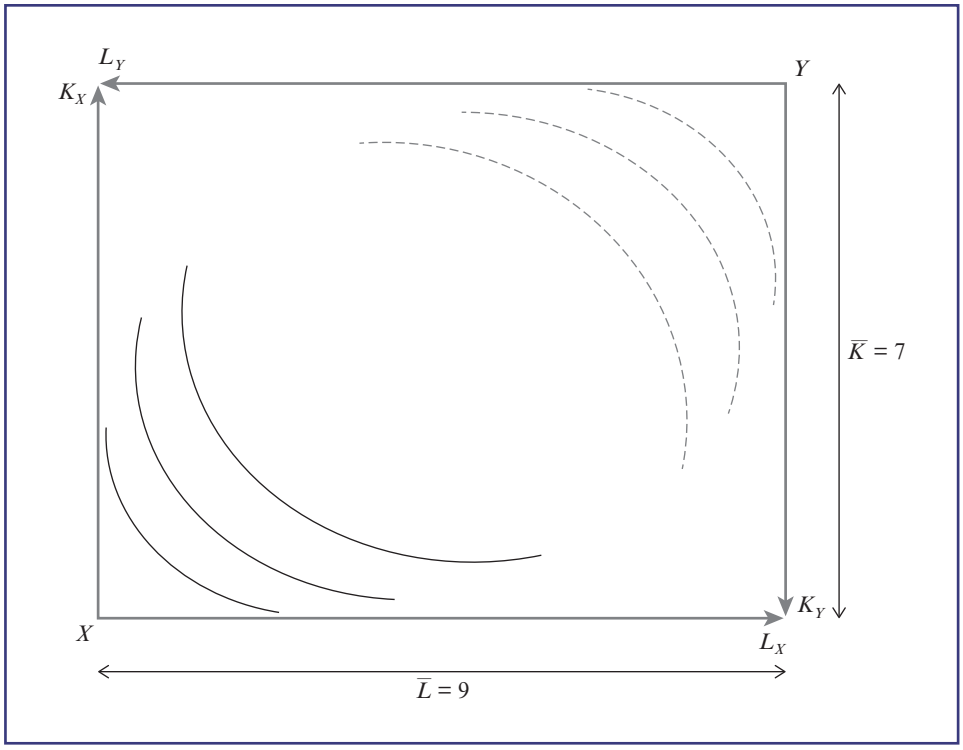
© Ediciones Pirámide



Como es habitual en microeconomía, **trataremos de encontrar las asignaciones óptimas,** es decir, **aquellas que maximicen la satisfacción del individuo y la producción de las empresas, dadas las restricciones correspondientes.** En el caso del consumidor, dicha restricción será su **restricción presupuestaria.** En el caso de las empresas, será su **tecnología.**

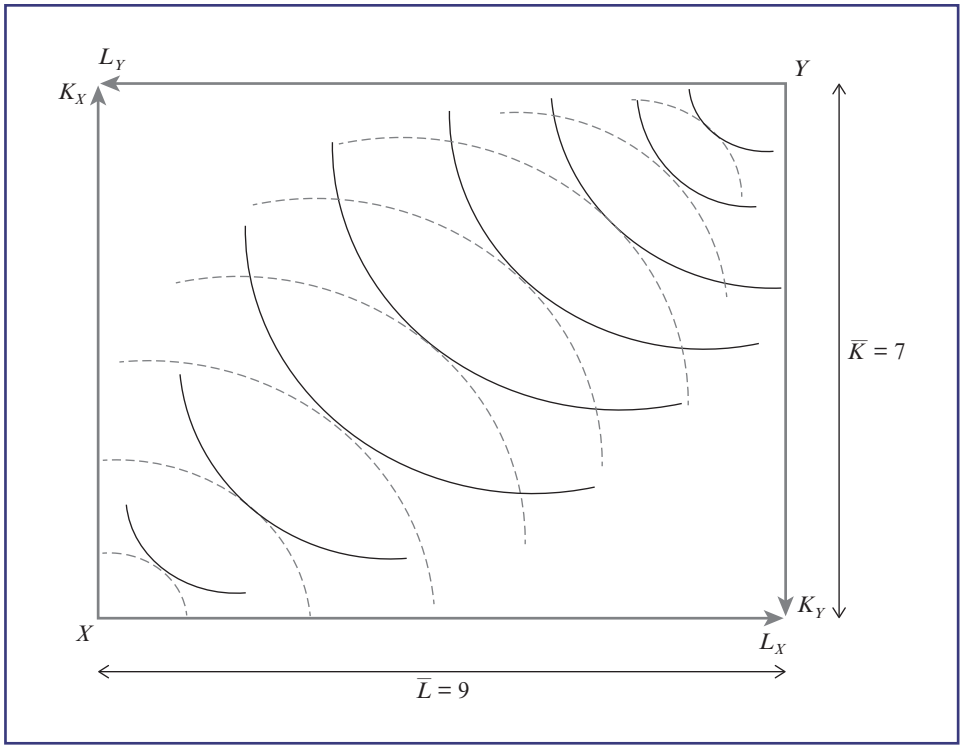
Centrándonos en primer lugar en las empresas, recordemos un concepto que definimos en el capítulo 9 conocido como **curva isocuanta.** Las curvas isocuantas **nos indicaban un nivel concreto de producción para distintas combinaciones de trabajo y capital.** Podríamos dibujar infinitas, pero en la siguiente caja de Edgeworth hemos representado únicamente tres de ellas para cada empresa:

© Ediciones Pirámide



Podríamos seguir dibujando todas las curvas que queramos, tantas que cubrirían toda la superficie de la caja. Para cada curva isocuanta de la empresa x existe una curva isocuanta de la empresa y que es la más alejada posible del origen. Cuanto más alejada está una isocuanta del origen, mayor nivel de producción representa, por lo que parece lógico que, dada una producción de x, busquemos la mayor posible de y. El punto de tangencia en el que se tocan ambas curvas es el de mayor producción de un bien dada la producción del otro, por lo que los podemos considerar óptimos. La unión de todos estos puntos conforma la **curva de contrato de la producción,** que representa todos aquellos puntos **óptimos de Pareto que son candidatos al equilibrio general competitivo.**

© Ediciones Pirámide



Como todos esos puntos de tangencia implican que la pendiente de las curvas se iguala, podemos escribir la siguiente condición para obtener la curva de contrato en producción:

$$RMST_x = RMST_y$$

siendo *RMST* la relación marginal de sustitución técnica para cada uno de los bienes, que se calculaba como el cociente de las productividades marginales. Recordemos:

$$RMST = \frac{PMa(L)}{PMa(K)} = \frac{\dfrac{\partial x}{\partial L}}{\dfrac{\partial x}{\partial K}}$$

© Ediciones Pirámide

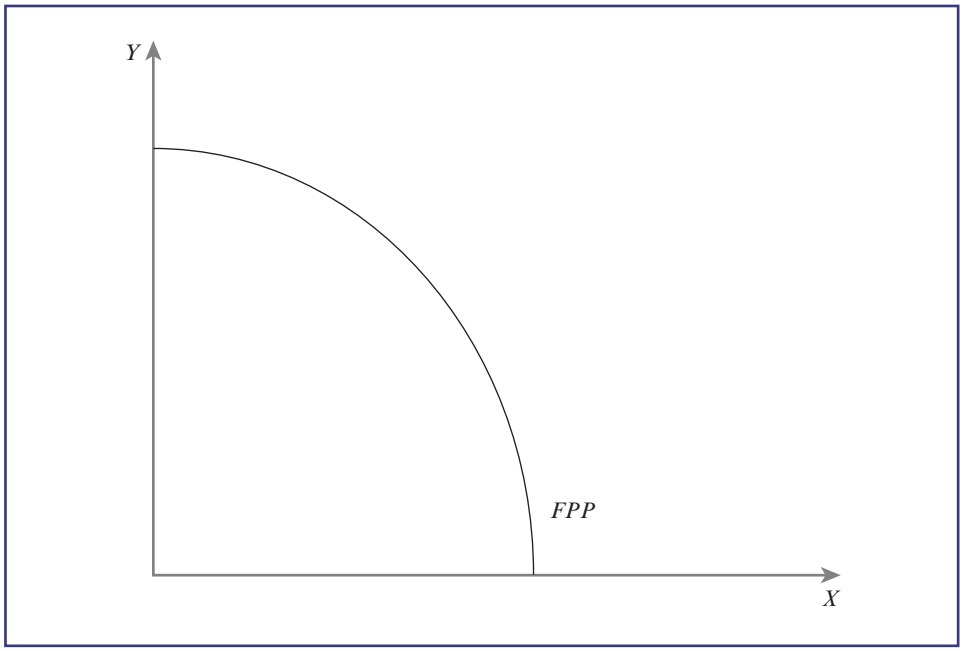
El intercambio con producción es lógicamente un poco más complejo que el intercambio puro, por lo que vamos a recurrir a un **segundo gráfico, en el cual no solo incluiremos la producción, sino también las preferencias del consumidor.** En última instancia, los gustos del consumidor serán determinantes a la hora de decidir cuántas unidades producir de cada bien. En este nuevo gráfico, **representaremos las capacidades máximas productivas de la economía mediante la frontera de posibilidades de producción y las preferencias del consumidor mediante curvas de indiferencia.**

La **frontera de posibilidades de producción** (*FPP*) la estudiamos en el capítulo 3. Aunque ahora vamos a utilizar dos factores productivos en lugar de uno, la complejidad será la misma. Lo que esta curva (puede ser recta o curva cóncava) viene a decirnos es que **la economía tiene unas capacidades máximas productivas** de ambos bienes y que, utilizando factores productivos (K y L), puede producir bienes (x e y). La cuestión es que, como tenemos dos factores productivos, obtendremos dos ecuaciones para la frontera de posibilidades de producción, una para cada factor, cuyo aspecto es el siguiente:

$$L_x + L_y = \overline{L}$$
$$K_x + K_y = \overline{K}$$

Aunque a efectos prácticos utilizaremos tan solo una de las dos, cualquiera de ellas, por costumbre utilizaremos normalmente la primera, cuyo significado es que la cantidad de trabajo que se dedique a producir el bien x más la cantidad de trabajo que se dedique a producir el bien y tiene que ser igual a la dotación total de trabajo. Podemos ver una representación gráfica de la frontera de posibilidades de producción en el gráfico siguiente. **Los puntos interiores a la curva son alcanzables pero ineficientes** (con los factores disponibles podríamos producir mayores cantidades de bien), **los puntos sobre la curva son alcanzables y eficientes** (indican la máxima producción posible dados los factores productivos) **y los puntos exteriores son sencillamente inalcanzables.**

© Ediciones Pirámide

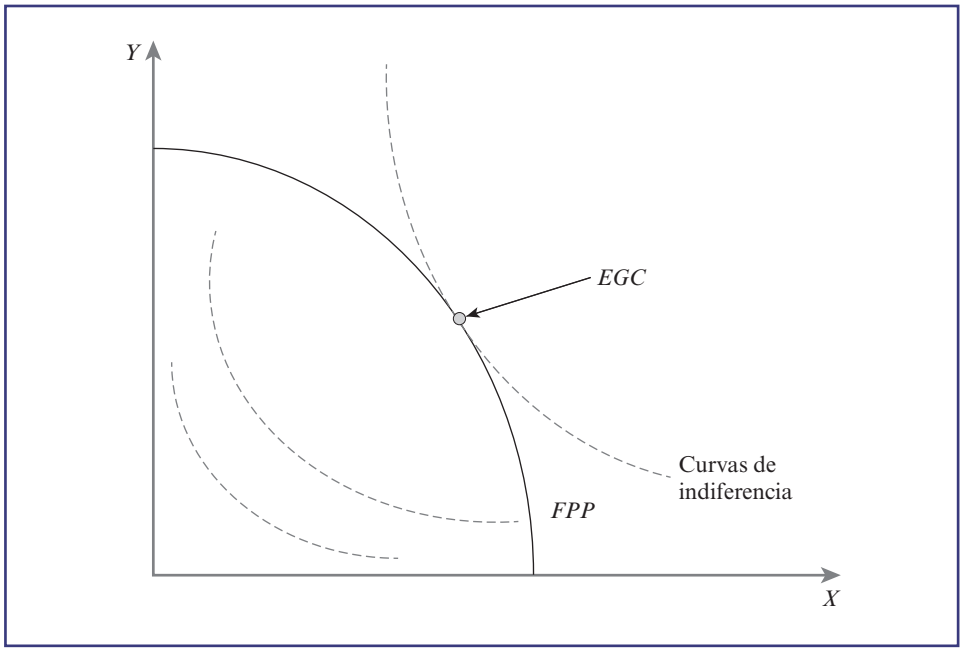


Vamos a introducir ahora los gustos del consumidor en el gráfico anterior. **Las curvas de indiferencia de un individuo indican un mismo nivel de satisfacción en todos sus puntos,** para distintas combinaciones de bienes x e y. Y cuanto más alejada del origen, mayor satisfacción. Como es posible dibujar infinitas curvas de indiferencia, iremos representando curvas cada vez más alejadas del origen **hasta que alcancemos una tan alejada que toque en un solo punto a la frontera de posibilidades de producción. Ese punto de tangencia será el equilibrio general competitivo de la economía** (*EGC*). La siguiente curva de indiferencia estaría tan lejos que ya no tocaría en ningún punto a la frontera de posibilidades de producción, es decir, no sería compatible con ella. Como en un punto de tangencia entre dos curvas sus pendientes se igualan, podemos escribir lo siguiente:

$$RMS = RMT$$

siendo la relación marginal de sustitución (*RMS*) la pendiente de las curvas de indiferencia y la relación marginal de transformación (*RMT*) la pendiente de la frontera de posibilidades de producción.

© Ediciones Pirámide



Además, como se tiene que cumplir la condición de equilibrio del consumidor para que este esté maximizando su satisfacción dada su restricción presupuestaria ($RMS = p_x/p_y$), la condición final de equilibrio queda:

$$RMS = RMT = \frac{p_x}{p_y}$$

EJERCICIO 2. La economía de intercambio con producción

Un individuo, cuyas preferencias vienen representadas por la función de utilidad $U(x, y) = xy$, posee 10 unidades de trabajo ($\overline{L} = 10$) y 5 de capital ($\overline{K} = 5$). Puede producir dos bienes, x e y. Para producir el bien x dispone de una tecnología

$$x(L, K) = L_x^{1/2} K_x^{1/2}$$

© Ediciones Pirámide

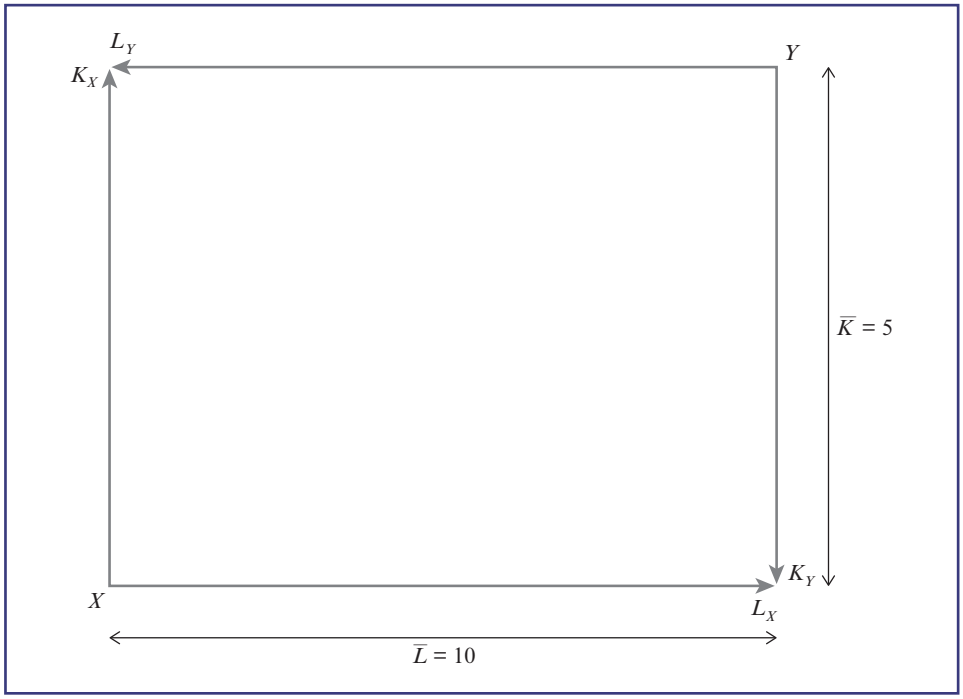
y para el bien y

$$y(L, K) = L_y^{1/2} K_y^{1/2}$$

a) Calcule la curva de contrato en producción de esta economía.
b) Calcule la frontera de posibilidades de producción de esta economía.
c) Calcule el precio relativo de los bienes en equilibrio.
d) Calcule el equilibrio general competitivo.

SOLUCIÓN

a) En primer lugar, vamos a representar la caja de Edgeworth de esta economía. La anchura de la caja se corresponderá con la dotación total de unidades de trabajo disponibles ($\overline{L} = 10$), y la altura, con las de capital ($\overline{K} = 5$):



La condición de tangencia que las curvas isocuantas deben cumplir para la curva de contrato en producción es:

$$RMST_x = RMST_y$$

© Ediciones Pirámide

Dichas relaciones marginales de sustitución técnicas se calculan como los cocientes de las productividades marginales de cada función de producción (x e y), que son derivadas parciales respecto a cada uno de los factores (K y L). Por tanto, podemos escribir:

$$\frac{\frac{\partial x}{\partial L}}{\frac{\partial x}{\partial K}} = \frac{\frac{\partial y}{\partial L}}{\frac{\partial y}{\partial K}}$$

Haciendo las correspondientes derivadas y operando, obtenemos:

$$\frac{K_x}{L_x} = \frac{K_y}{L_y}$$

Hemos llegado a una expresión compuesta por cuatro incógnitas (L_x, L_y, K_x, K_y). Podemos eliminar dos de ellas basándonos en el concepto de dotación inicial. Es decir, la suma de las cantidades de trabajo dedicadas a la producción de ambos bienes ($L_x + L_y$) tiene que ser igual al total de unidades de trabajo ($\bar{L}$). Lo mismo pasa con el capital: si sumamos la cantidad de unidades de capital destinadas a la producción de los bienes ($K_x + K_y$), obtendremos la dotación total de factor capital ($\bar{K}$). En base a lo expuesto, podemos escribir:

$$L_x + L_y = \bar{L} \rightarrow L_x + L_y = 10$$
$$K_x + K_y = \bar{K} \rightarrow K_x + K_y = 5$$

Y, si despejamos los factores L_y y K_y de cada ecuación:

$$L_x + L_y = 10 \rightarrow L_y = 10 - L_x$$
$$K_x + K_y = 5 \rightarrow K_y = 5 - K_x$$

Expresiones que podemos sustituir en la igualdad de cuatro incógnitas que teníamos antes, obteniendo:

$$\frac{K_x}{L_x} = \frac{K_y}{L_y} \rightarrow \frac{K_x}{L_x} = \frac{5 - K_x}{10 - L_x}$$

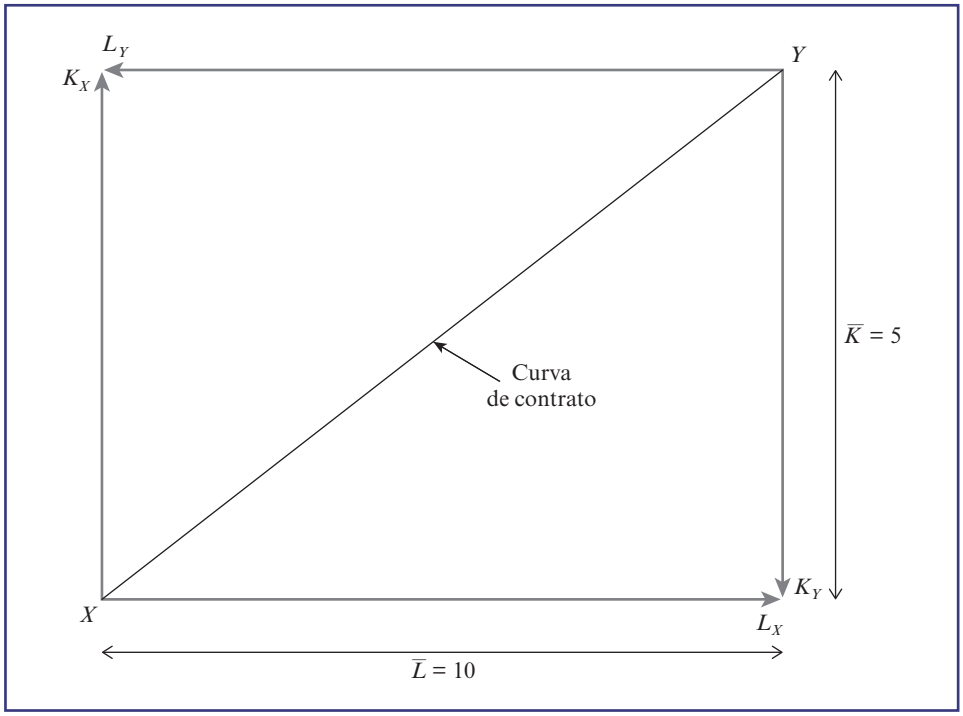
© Ediciones Pirámide

Tenemos ahora una ecuación con dos incógnitas, mucho más manejable que la anterior. Si ahora despejamos K_x, obtendremos la curva de contrato en producción:

$$\frac{K_x}{L_x} = \frac{5 - K_x}{10 - L_x} \rightarrow K_x(10 - L_x) = L_x(5 - K_x) \rightarrow$$

$$\rightarrow 10K_x - K_xL_x = 5L_x - K_xL_x \rightarrow 10K_x = 5L_x \rightarrow K_x = \frac{1}{2}L_x$$

lo cual es una recta que sale del origen de coordenadas y tiene pendiente 1/2. Podemos representarla gráficamente en la caja de Edgeworth:



NOTA: *aunque no es obligatorio, normalmente será necesario calcular la curva de contrato desde el punto de vista de la producción del bien y. En el anterior cálculo, al haber eliminado de la ecuación los términos L_y, K_y, nos ha quedado una curva de contrato calculada desde la perspectiva de la producción de x. Para el cálculo de la frontera de posibilidades de producción en el siguiente apartado, requeriremos el punto de vista de y, para lo cual debemos seguir los mismos pasos, pero a la inversa. Veamos cómo.*

© Ediciones Pirámide

Primero, en lugar de despejar L_y y K_y de las dotaciones iniciales, debemos despejar L_x y K_x:

$$L_x + L_y = 10 \rightarrow L_x = 10 - L_y$$
$$K_x + K_y = 5 \rightarrow K_x = 5 - K_y$$

A continuación, sustituyendo lo anterior en la expresión de cuatro incógnitas, tendríamos:

$$\frac{K_x}{L_x} = \frac{K_y}{L_y} \rightarrow \frac{5 - K_y}{10 - L_y} = \frac{K_y}{L_y}$$

Y, despejando K_y, obtendremos la curva de contrato desde el otro punto de vista:

$$\frac{5 - K_y}{10 - L_y} = \frac{K_y}{L_y} \rightarrow L_y(5 - K_y) = K_y(10 - L_y) \rightarrow$$

$$\rightarrow 5L_y - K_yL_y = 10K_y - K_yL_y \rightarrow 5L_y = 10K_y \rightarrow K_y = \frac{1}{2}L_y$$

Hemos obtenido una curva de contrato que ha resultado ser simétrica a la otra, aunque por pura coincidencia, pues normalmente no tienen por qué ser iguales. En cualquier caso, ambas son igualmente válidas, aunque comúnmente se suele trabajar con la de x.

b) Toda frontera de posibilidades de producción se basa en la siguiente idea:

$$L_x + L_y = \overline{L}$$

Es decir, debe ser utilizada en la producción de bienes la totalidad de factores disponibles. Debemos sustituir L_x y L_y por la función de producción de cada empresa, tal como veremos a continuación. Primero, tomamos la función de producción del bien x:

$$x = L_x^{1/2} K_x^{1/2}$$

© Ediciones Pirámide

Ahora debemos sustituir la curva de contrato dentro de esa expresión, quedando lo siguiente:

$$x = L_x^{1/2} K_x^{1/2} \;\rightarrow\; x = L_x^{1/2}\left(\frac{1}{2} L_x\right)^{1/2} \;\rightarrow\; x = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} L_x$$

Y despejamos L_x:

$$x = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} L_x \;\rightarrow\; L_x = 2^{1/2} x$$

Una vez hecho esto, debemos hacer lo mismo, pero con la producción del bien y:

$$y = L_y^{1/2} K_y^{1/2}$$

Sustituyendo la curva de contrato desde el punto de vista y, obtenemos:

$$y = L_y^{1/2} K_y^{1/2} \;\rightarrow\; y = L_y^{1/2}\left(\frac{1}{2} L_y\right)^{1/2} \;\rightarrow\; y = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} L_y \;\rightarrow\; L_y = 2^{1/2} y$$

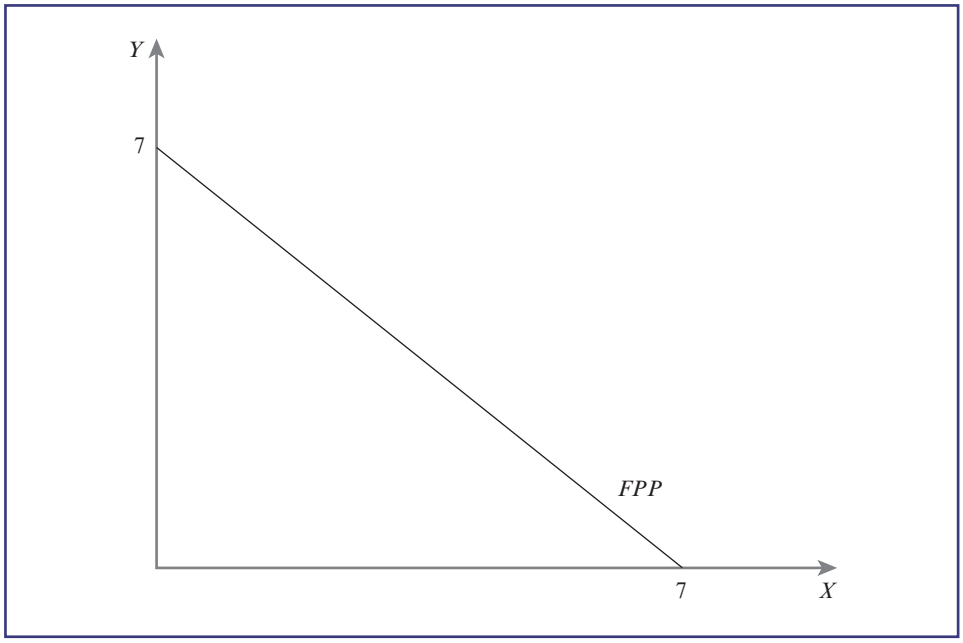
Sustituyendo ahora los valores de L_x y L_y en la ecuación de la frontera de posibilidades de producción, obtenemos:

$$L_x + L_y = \bar{L} \;\rightarrow\; 2^{1/2} x + 2^{1/2} y = 10 \;\rightarrow\; 2^{1/2} y = 10 - 2^{1/2} x \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; y = \frac{10}{2^{1/2}} - x$$

Dando distintos valores a x e y, podemos representar dicha frontera de posibilidades de producción:

© Ediciones Pirámide



Los valores más adecuados para representarla serían $x = 0$ e $y = 0$. Nótese que es la ecuación de una línea recta con ordenada en el origen $10/2^{1/2} \approx 7$ y pendiente igual a 1 (es la constante que multiplica a la variable x).

c) Para este apartado debemos tener en cuenta que la condición de equilibrio general competitivo es:

$$RMS = RMT = \frac{p_x}{p_y}$$

Recalquemos que la pendiente de la frontera de posibilidades de producción, esto es, la relación marginal de transformación, la conocemos del apartado anterior y es igual a 1 ($RMT = 1$). Por tanto, también conocemos el precio relativo de los bienes (p_x/p_y), ya que debe coincidir con el de la pendiente de la frontera de posibilidades de producción:

$$\frac{p_x}{p_y} = 1$$

© Ediciones Pirámide

d) Para conocer el equilibrio general competitivo, esto es, las cantidades consumidas de ambos bienes, debemos recurrir a la condición de máxima satisfacción del individuo ($RMS = p_x/p_y$), lo que implica calcular su relación marginal de sustitución (RMS). Recordemos que se calculaba como el cociente de las utilidades marginales, que a su vez se calculaban como las derivadas parciales respecto de cada variable:

$$RMS = \frac{UMa(x)}{UMa(y)} = \frac{\dfrac{\partial U}{\partial x}}{\dfrac{\partial U}{\partial y}}$$

Dichos cálculos nos llevan a lo siguiente:

$$RMS = \frac{y}{x}$$

Como dicha relación marginal de sustitución debe coincidir con el precio relativo de los bienes ($RMS = p_x/p_y$) y estos son iguales a 1, podemos concluir lo siguiente:

$$\frac{y}{x} = 1 \;\rightarrow\; y = x$$

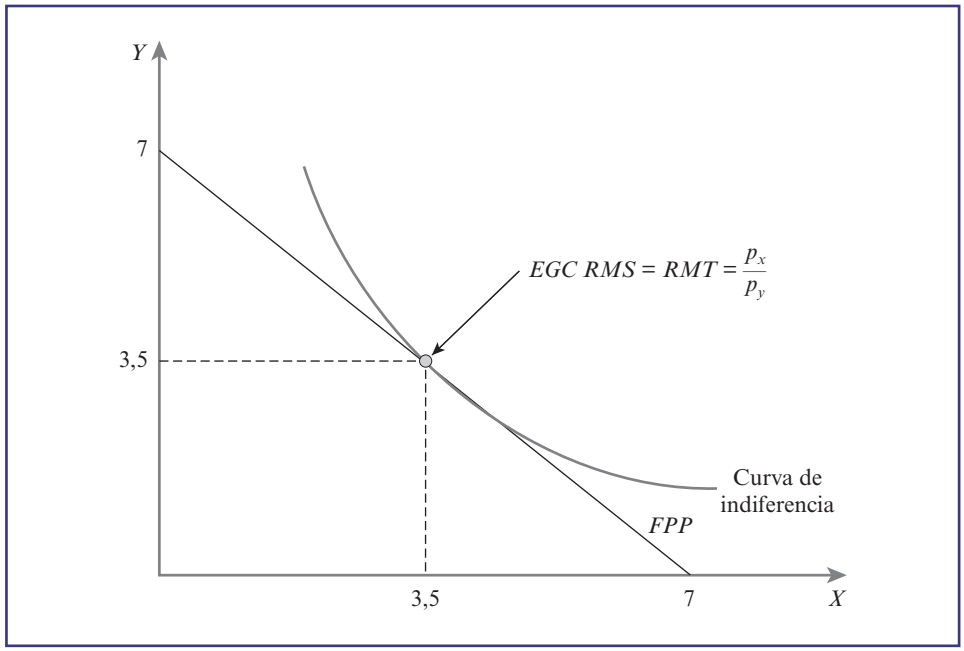
Para terminar, basta con introducir el resultado obtenido ($y = x$) en la frontera de posibilidades de producción para obtener el equilibrio:

$$y = \frac{10}{2^{1/2}} - x \;\rightarrow\; x = \frac{10}{2^{1/2}} - x \;\rightarrow\; 2x = \frac{10}{2^{1/2}} \;\rightarrow\; x \approx 3{,}5$$

Como $y = x$, podemos deducir que:

$$y \approx 3{,}5$$

© Ediciones Pirámide



© Ediciones Pirámide

TÍTULOS PUBLICADOS

Análisis del entorno económico de la empresa, *R. Garrido Yserte, J. de Lucio Fernández, E. Mañas Alcón y M.ª L. Peinado Gracia.*

Claves para el diseño de la política económica en la actualidad, *J. C. Morán Álvarez.*

Crecimiento y políticas de innovación. La experiencia en Europa y América Latina, *T. Mancha Navarro y D. Sotelsek Salem.*

Economía de la educación, *J. L. Moreno Becerra.*

Economía de la Unión Europea, *E. M.ª Buitrago Esquinas y L. B. Romero Landa.*

Economía del conocimiento y la innovación. Nuevas aproximaciones a una relación compleja, *C. Cañibano Sánchez, M.ª I. Encinar del Pozo y F. F. Muñoz Pérez (coords.).*

El comercio exterior de España. Teoría y práctica, *M. P. Sánchez Muñoz y N. Laguna Molina.*

Empresa y medio ambiente. Políticas de gestión ambiental, *G. Durán Romero.*

Entorno económico. Instrumentos para su análisis, *J. Serrano Pérez (dir.), G. Durán Romero y J. Guimón de Ros.*

Estrategias de internacionalización de la empresa. Cómo realizar negocios internacionales, *G. García.*

Evaluación ambiental y desarrollo sostenible, *A. Erias Rey y J. M. Álvarez-Campana Gallo.*

Gestión de compras en la empresa, *A. Errasti (Coord.), J. M.ª Arroniz, S. Martínez Miguélez e I. Yarza.*

Impuestos para todos los públicos, *F. J. Delgado Rivero y R. Fernández Llera.*

Innovación y gestión de nuevos productos, *A. P. Fernández del Hoyo.*

Introducción a la economía aplicada para el periodismo y la comunicación, *J. C. Morán Álvarez.*

La medición de la eficiencia y la productividad, *A. Álvarez Pinilla.*

Logística de almacenaje. Diseño y gestión de almacenes y plataformas logísticas *world class warehousing, A. Errasti (coord.).*

Logística sanitaria. Retos y nuevas tendencias, *M. Mediavilla (coord.), A. Errasti, X. Zubizarreta y C. Chackelson.*

Macroeconomía. Cuestiones y ejercicios, *J. Sánchez Campillo (coord.).*

Macroeconomía Fundamental I, *G. Zevallos Avilés.*

Manual de economía mundial, *M.ª Maesso Corral y R. González Blanco.*

Manual práctico de responsabilidad social corporativa, *J. García del Junco, B. Palacios Florencio, F. Espasandín Bustelo.*

Microeconomía. Conceptos teóricos y aplicaciones, *M. Salas Velasco.*

Microeconomía. Ejercicios y cuestiones de autoevaluación, *M. Salas Velasco.*

Microeconomía inicial e intermedia. Teoría y ejercicios, *D. Giménez Blázquez y J. M.ª Fernández-Crehuet Santos.*

Política económica del turismo, *J. I. Pulido Fernández (coord.).*

Prácticas de estadística con R, *J. M.ª Sarabia, F. Prieto y V. Jordá.*

Sistemas y tecnologías de la información en las organizaciones, *P. Maggiolini, M. Fugini, D. Pagani y R. S. Vallés.*

www.edicionespiramide.es